

内容简介

本书聚焦于全球化与多元文化交融的时代背景，系统探讨了小学数学课程设计的理论创新与实践路径。面对日益增长的文化多样性，传统数学教育模式面临挑战，如何构建一种既尊重文化差异又普适于未来人才的数学课程体系，成为教育改革的核心议题。本书以此为出发点，致力于构建一个完整的跨文化小学数学课程设计框架。

全书共十四章，内容层层递进，逻辑严谨。首先，从理论层面入手，深入界定了跨文化数学教育的内涵与价值，并以建构主义、多元智能理论及情境认知理论等为基石，独创性地建构了跨文化数学课程的理论框架。其次，进入课程核心要素的分析，通过对现行教材的跨文化比较，提出了本土化与国际化相平衡的重构原则，并系统阐述了跨学科主题学习的整合模型与实施策略。再次，本书将视角转向教学实践，详细论述了如何以核心素养为导向，培养学生的数学思维能力与问题解决能力，并构建了涵盖过程性评价与学业质量标准的多元化评价体系。最后，本书着眼未来，探讨了人工智能与数学教学深度融合的前沿应用，并为教师的专业发展与课程实施的保障机制提供了具体可行的路径建议。

本书兼具理论高度与实践深度，不仅为课程研究者提供了系统的理论建构，也为一线教师和教研员提供了丰富的教学案例与操作策略。它旨在推动小学数学教育从单一的知识传授转向文化浸润下的素养培育，为培养具有国际视野、文化自信和创新能力的未来公民贡献智慧与方案。



何永昌 周宏 主编

跨文化背景下小学数学课程设计的理论建构与实施策略
Theoretical Construction and Implementation Strategies for Elementary Mathematics Curriculum Design in a Cross-Cultural Context

Theoretical Construction and Implementation Strategies for Elementary Mathematics Curriculum Design in a Cross-Cultural Context

跨文化背景下小学数学课程设计的理论建构与实施策略

何永昌 周宏 主编



International Union of Scientific and Technological Scholars

作者简介



何永昌，男，1974 年 3 月出生，本科学历，1995 年 8 月参加工作，中小学高级教师，现任甘肃省天水市秦州区玉泉镇中心小学校长，从事教育工作 30 年，天水市骨干教师，甘肃省农村骨干教师，甘肃省骨干教师，5 次获秦州区园丁奖荣誉称号。发表教育教学论文 6 篇，分别研究完成省级课题和市级课题各 1 项，2 次获甘肃省优质课评选活动一等奖，12 次获本专业论文、微课、教学案例省级奖励，2021 年获天水市基础教育教学成果二等奖。



周宏，男，1984 年 11 月出生，大专学历，2009 年 3 月参加工作，小学一级教师，现任甘肃省天水市秦州区中梁镇中心小学办公室主任，从事教育工作 17 年，分别研究完成省级课题和市级课题各 1 项。2019 年《天津教育》期刊发表教育教学论文 1 篇，2020 年获甘肃省优秀论文评选活动二等奖，2021 年获天水市基础教育教学成果二等奖，2022 年获甘肃省微课评选活动特等奖。2025 年获甘肃省教师人工智能应用省级优秀奖。

Theoretical Construction and Implementation Strategies for Elementary
Mathematics Curriculum Design in a Cross-Cultural Context

跨文化背景下小学数学课程设计的 理论建构与实施策略

何永昌 周宏 主编



International
Union of Scientific and
Technological Scholars

CIP INFORMATION

Title: Theoretical Construction and Implementation Strategies for Elementary Mathematics Curriculum Design in a Cross-Cultural Context

题目：跨文化背景下小学数学课程设计的理论建构与实施策略

Author: Yongchang He, Hong Zhou

作者：何永昌 周宏

ISBN: 979-8-90040-180-5

Publisher: CYPEDIA INTERNATIONAL UNION OF SCIENTIFIC AND TECHNOLOGICAL SCHOLARS

Price: \$60.00

定价：60 美金



**International
Union of Scientific and
Technological Scholars**

Theoretical Construction and Implementation Strategies for Elementary Mathematics Curriculum Design in a Cross-Cultural Context
跨文化背景下小学数学课程设计的理论建构与实施策略

Address: 100 N Howard St Ste R, Spokane, Wa, 99201. United States

Tel: +888-754-5177

Email: contact@cypedia.net

Format: 170mmx240mm 1/16 Sheets: 16.25

Word Counts: 200.000

Edition: First edition in June 2026

Printing: First printing in June 2026

CYPEDIA INTERNATIONAL UNION OF SCIENTIFIC AND TECHNOLOGICAL SCHOLARS

非开放获取·电子版请联络出版社购买·版权归出版社所有·侵权必究

Not Open Access. For the electronic version, please contact the publisher for purchase. The copyright belongs to the publisher. Infringement will be prosecuted.

前言

PREFACE

我们正处在一个前所未有的全球化时代。文化的交流、碰撞与融合，已成为社会发展的常态。教育，作为传承文化、塑造未来的核心场域，正深刻地回应着这一时代命题。数学，作为一门“世界性语言”，其教育价值远超计算与逻辑的训练，它更是一种思维方式、一种文化载体。然而，长期以来，我们的数学课程设在某种程度上忽略了其内在的文化属性，倾向于一种“去文化化”的、标准化的知识传递模式。这种模式在面对多元文化背景的学生时，往往显得力不从心，难以激发所有学生的学习兴趣，更难以培养他们理解世界、尊重差异的跨文化能力。

基于此，本书将研究视角聚焦于“跨文化背景下的小学数学课程设计”，这既是对时代需求的积极回应，也是对数学教育本质的深刻反思。我们试图回答一系列核心问题：数学知识是如何在不同文化中产生和发展的？我们如何设计一个能被不同文化背景学生所理解、接纳并喜爱的数学课程？在传授数学技能的同时，如何同步培养学生的文化意识与全球胜任力？这些问题构成了本书研究的起点与归宿。

本书的写作，旨在构建一座连接理论与实践、本土与国际的桥梁。在理论层面，我们梳理并整合了建构主义、多元智能等前沿教育理论，尝试搭建一个具有指导意义的跨文化数学课程设计理论框架。在实践层面，我们深入剖析了教材、教学、评价等关键环节，提供了大量可观察、可操作、可复制的策略与案例。从教材的文化适应性重构，到跨学科主题的巧妙整合；从数学思维能力的系统培养，到人工智能技术的创新应用，本书力求展现一幅全景式的跨文化数学教育改革图景。

我们深知，任何教育改革最终都要依靠每一位教师的专业智慧与不懈努力。因此，本书特别关注教师的专业发展路径，并探讨了学校层面课程实施

的保障机制。我们希望这本书不仅是一部学术专著，更能成为广大小学数学教育工作者案头的一份实用指南，激发他们的教学热情与创新灵感。

撰写此书是一个漫长而充满挑战的探索过程。我们期待，这本书能够为推动我国小学数学课程的现代化与国际化进程贡献一份力量，帮助我们的孩子不仅学会“数学地思考”，更能学会“文化地理解”，最终成长为既扎根本土文化土壤，又拥有开阔国际视野的未来公民。

限于作者水平，书中难免存在疏漏及不妥之处，敬请读者批评指正

——作者

目录

CONTENTS

第一章 跨文化数学教育的内涵与价值	1
第一节 跨文化数学教育的基本概念界定	1
第二节 全球化视野下数学教育的文化特征	6
第三节 多元文化背景下数学教育的现实意义	9
第四节 小学数学课程设计的文化适应性研究	12
第二章 小学数学课程设计的理论基础	19
第一节 建构主义理论在数学课程中的应用	19
第二节 多元智能理论与数学课程设计	23
第三节 情境认知理论与数学学习环境构建	28
第四节 跨文化数学课程的理论框架建构	33
第三章 跨文化数学教材的分析与重构	37
第一节 现行数学教材的跨文化比较研究	37
第二节 教材内容的文化适应性分析框架	42
第三节 跨文化视角下的教材重构原则	48
第四节 本土化与国际化平衡的教材设计	53
第四章 跨学科主题学习的课程整合	59
第一节 数学与其他学科的内在联系	59
第二节 主题式学习的课程设计模型	62
第三节 学科内涵与主题整合的平衡机制	67
第四节 跨学科数学教学案例开发	72

第五章 数学思维能力的培养策略·····	77
第一节 小学生数学思维发展特点分析·····	77
第二节 数学思维能力的内涵与结构·····	80
第三节 问题解决能力的教学培养路径·····	86
第四节 数学思维训练的课堂实践方法·····	92
第六章 数学核心素养的教学实践·····	99
第一节 数学核心素养的构成要素·····	99
第二节 核心素养导向的教学设计·····	103
第三节 素养本位的课堂教学实施·····	108
第四节 教学案例分析与实践反思·····	111
第七章 教学过程性评价体系构建·····	117
第一节 过程性评价的理论基础·····	117
第二节 数学学习过程的评价指标·····	121
第三节 课堂观察与学习分析技术·····	125
第四节 过程性评价的实施策略·····	130
第八章 学业质量评价标准研究·····	137
第一节 核心素养导向的评价理念·····	137
第二节 学业质量标准的制定原则·····	140
第三节 评价工具的开发与使用·····	144
第四节 评价结果的解释与应用·····	149
第九章 人工智能与数学教学融合·····	153
第一节 智能教育技术的发展现状·····	153
第二节 AI 在数学教学中的应用场景·····	157
第三节 智能教学平台的实践案例·····	160
第四节 技术应用的效果评估方法·····	163
第十章 数学教学软件的使用研究·····	167
第一节 常见数学软件的功能分析·····	167

第二节 软件选择的适应性原则	170
第三节 软件使用的教学效果评估	174
第四节 数字资源的整合与应用	178
第十一章 教师专业发展路径探索	183
第一节 跨学科教学的能力要求	183
第二节 教师知识结构的优化策略	187
第三节 专业成长的阶段特征	191
第四节 教学创新的实践路径	195
第十二章 教学实践案例与反思	201
第一节 跨文化教学案例开发	201
第二节 课堂教学实施过程	204
第三节 教学效果的实证研究	208
第四节 实践反思与改进建议	212
第十三章 课程实施的保障机制	217
第一节 学校层面的支持体系	217
第二节 教学资源的配置方案	220
第三节 质量监控的运行机制	224
第四节 保障体系的协同运行	229
第十四章 未来发展与趋势展望	235
第一节 国际数学教育发展趋势	235
第二节 跨文化课程的发展方向	238
第三节 教师专业发展前景	241
第四节 课程改革的实施建议	245
参考文献	251

第一章 跨文化数学教育的内涵与价值

在全球化浪潮深刻地改变世界格局的时候，教育领域正在经历着前所未有的变革。数学是理性思维的基础，也是科技发展的通用语言，数学的教育方式也面临着新的机遇与挑战。因此，创建跨文化背景的小学数学课程，是培养有全球胜任力未来公民的必然选择。本章目的在于整理跨文化数学教育的核心概念，探索其全球化背景下的独特价值，为后续课程设计理论建构和实施策略的制定打下基础。

第一节 跨文化数学教育的基本概念界定

对跨文化数学教育的基本概念加以明确界定，是进行跨文化数学教育理论研究和实践探索的前提。因此，我们必须打破传统观念的束缚重新认识到数学的文化性；进一步要深入理解跨文化数学教育所体现出的尊重、比较和批判等的含义才能为科学有效的课程创建提供方向。

一、什么是数学的文化性：超越公式与符号的视角

长期以来数学被视作一个没有民族和地域界限、具有普适性的“世界语言”。但此观点在一定程度上忽略了数学知识体系产生、发展的过程中所带有文化烙印。重新发现数学的文化性，就是将数学教育从单一的知识传授转变为多元文化理解的重要一步。

（一）数学是不同文明的智慧结晶

数学并非在真空中产生，它深深扎根在人类多元的文明里。回溯历史长河，古巴比伦文明以六十进制发展出领先时代的天文学计算，为后世的时间、角度计量打下了基础；古埃及人为了重新丈量尼罗河泛滥后土地的面积，产生了实用的几何学知识，宏伟的金字塔就是其几何智慧的永恒见证。古希腊文明把数学从实用技术提升到哲学思辨的高度，毕达哥拉斯学派提出的万物皆数的思想、欧几里

得创立的几何原本公理化体系，对国外数学的演绎、抽象传统产生了深远的影响。与此同时，以《九章算术》为代表的古代中国的数学成就则表现出了与社会经济生活密切相关，算法化、问题解决导向的数学思想。

多元的数学传统一起组成了人类数学文明的璀璨星河。阿拉伯数学吸取并消化了希腊和印度的数学成果，在代数的发展上做出了巨大的贡献，而且成为东西国外数学交流的重要桥梁。印度的数字系统经过阿拉伯世界传播之后，最终形成了通行全球的印度 - 阿拉伯数字，极大地促进了科学的发展。历史事实证明，数学是全世界人民共同的财富，是不同文明为了克服自然环境的困难、组织社会秩序、探索宇宙奥秘而共同创造出来的智慧结晶。将丰富多样的历史材料编入小学数学课程里，不仅可以丰富学生的数学认识，也可以让学生直接感受到数学知识背后多种文化起源、人类智慧之间的共同点，从而突破学生对于数学的一元性认识。

承认并展示数学的多元起源，并不是否认数学知识体系的客观性、逻辑的严密性，而是为了给人们展示出一个更为完整真实的数学全景图。数学也不再只是由公理和枯燥的符号所组成的纯粹的世界，而是带有一种文化、历史色彩的探索之旅。学生们就会明白，今天所学的每一个公式、每一个定理，都是不同的文明探索与贡献的结果。有利于激发学生对数学学习的内在兴趣，培养学生民族历史感、尊重人类多元文明成果的意识，为塑造开放包容的世界观奠定坚实的基础，认识到任何一种文明都不能垄断全部智慧和真理。

（二）数学语言与思维方式的文化烙印

数学是一种精确而抽象的语言系统，它的表达方式和内在逻辑并不是完全脱离文化语境的。不同的文化背景会孕育出各具特色的数学语言习惯和思维倾向，其差异在数词构成、问题表述、解题方法等各个方面都有所体现。汉语数词系统有很强的规律性，采用十进位制，一字一音、结构清楚，因此儿童学习数字、基本的运算比外国语言（法语中复杂的数字表达）要快得多，能更快建立起对数字结构、位值的直观认识。从语言优势的角度看，这在一定程度上解释了东亚儿童基础算术上普遍具有的特征。

数学的思维方式也会受文化传统的影响。拿东西国外数学的宏观差别来说，古希腊数学重视公理化演绎体系的创建，看重逻辑的完备性以及证明的严谨性，表现出一种静态的、以“证明”为中心的思维模式。中国古代数学重在解决实际问题，发展出了许多高效的算法，形成了一个动态的、以计算和应用为思维中心的

一种模式。这两种思维方式没有好坏之分，它们各自体现了不同的文化精神。前者继承了古希腊的哲学思辨传统，后者和中国古代社会重实用、经世致用的理性精神紧密联系在一起。在小学数学课堂中，在教学中有意识地提出并对比这些差异，可以使学生了解数学思维的多样性，认识到同一个问题可以有多种解决的方式，有效地开阔了学生的数学视野。

将数学语言和思维方式置于文化背景之下考察，也能使学生发现自身母语文化中蕴含的数学智慧。研究中国古代的算筹、珠算等计算工具，学生可以学到具体的计算方法，也可以体会到其中蕴含的程序化、算法化思想精髓，更能领悟到数形结合的智慧。探究其它民族的传统编织、建筑图案、历法系统，也能发现其中包含的丰富的几何、对称、序列等数学概念。将数学知识与学生熟悉的文化元素相结合进行教学，可以使抽象的数学更显亲切、有内涵，有效地降低学生对学习的陌生感和畏惧感，提高学生的文化认同感和数学学习自信心。

（三）从“纯粹数学”到“文化数学”的观念转变

将数学的文化性引入基础教育，核心就是促使教育观念发生深刻转变，即从固守“纯粹数学”的象牙塔中走出来，拥抱“文化数学”（或称“民族数学”）的广阔天地。传统数学教育将数学当作一个封闭、静态、与人类社会活动无关的系统，重视其形式逻辑、抽象结构，却忽视了它是人类文化活动的产物这一本质。因此数学课堂脱离了学生的生活现实和文化背景，使数学学习成了机械的、没有意义的训练。

文化数学的观念认为，数学是特定文化环境的产物，是人类为了适应环境、解决问题而发展出来的一个独特的知识体系。它认为教学过程不能只传授主流的、学院式的数学（即通常指欧洲近现代发展起来的数学体系），而应该承认并尊重存在于不同族群、社区、日常生活中的各种数学知识和活动。传统计数法、测量法、游戏中用到的策略、艺术设计中体现的几何原理等都属于其中。把“活的数学”带入课堂，可以让学生看到数学在真实世界中无处不在、被广泛使用的情形，从而真正体会到数学的价值和力量。

观念的转变要求数学课程设计者以及教师成为有文化自觉的研究者。必须从学生所处的社区文化、民族文化乃至世界各种文化中发掘出数学的元素，把它们变成具有吸引力的教学资源。在几何图形的教学中可以引导学生分析本地区传统建筑中的对称美，在统计与概率的教学中可以结合本地区传统游戏或者社会调查

来开展。该种教学实践既能将数学知识的学习过程变得生动有趣，也能把数学学习变成探究、理解与欣赏人类文化多样性的过程。学生在学习数学的同时，也在用学习数学的眼光去观察、认识自己所处的世界以及更广阔的人类社会。

二、跨文化数学教育的核心内涵

在认识到数学的文化性之后，跨文化数学教育的核心内涵就更加清楚了。它既是一种教学方法的革新，又是教育价值的重塑，以数学这一特殊的载体来培养面向未来世界所需要的关键素养，核心就是整合和升华尊重、比较、批判性思维。

（一）尊重并理解世界多元数学传统

跨文化数学教育的第一层意义，就是培养学生对世界范围内各种数学传统的尊重、理解、包容。这就意味着课程内容不能只停留在单一的、以国外数学为主导的叙事框架中，而应该积极地把其他文明的数学成就和思想精华纳入其中。这并不是简单的将异域数学趣闻加到课程里，而应该系统地展示出不同文化背景下数学知识产生的方式、应用的场景以及独有的价值取向。

1. 通过丰富的数学史料使学生知道古埃及的测量术、古巴比伦的天文计算、中国古代的方程术以及玛雅文明的二十进制计数法等等，从而让学生明白数学并不是某一个民族或地区的专利，而是全世界人民智慧的结晶。

2. 融入历史维度，能给学生营造一种平等包容的文化观，促使学生自觉抵制各种文化中心主义的偏见。

鼓励学生去探索自己家庭或社区文化背景中的数学实践活动，并与他人分享。不同民族的学生可以介绍本民族编织、建筑、节日或者农业生产中包含的数学知识。在此基础上开展的学习活动，既可以大大提高学生的文化自信和数学学习的积极性，又可以在班级内部形成一个微型的跨文化交流场域，使每一个学生在相互学习中感受文化的多样性。尊重、理解是跨文化对话的基础，数学课堂本就应该体现这种尊重的地方。

（二）在比较中认识数学的普遍性与特殊性

跨文化数学教育就是在多元文化比较的视角下，使学生认识数学的普遍性和特殊性是辩证统一的。数学的普遍性表现在它的基本概念、逻辑规则、运算律在不同的文化中都是相同的，即“ $2+2=4$ ”这个事实在任何文化中都是成立的。普遍性是数学成为精确科学的基础，也是跨文化交流可以得以实现的前提。小学数

学教育要牢牢把握这个核心，保证学生掌握扎实的基础知识和基本技能。

与此同时数学的特殊性还体现在概念形成过程、知识表达方式、问题提出情境、解题思维偏好等各个方面，都无处不在地带有特定文化的烙印。经过跨文化比较之后，学生就会对这些特殊性有更清晰的认识。国外传统在解决工程问题的时候，一般先建立普适的数学模型，然后代入具体的数值求解；而中国古代的算法传统，直接针对具体的问题设计高效的计算程序。经过对比这两种思路之后，学生就会明白抽象建模与具体算法各有长短，进而形成多种多样的解题思路。

比较学习法可以避免学生把某种特定文化（一般为主流文化）的数学模式当成唯一的标准。促使学生思考同一问题为什么会有不同的表述和解决方法，从而引导学生对数学知识本质做更深入的探究。比较不是为了评判好坏，而是丰富学生的认知结构，使学生在不同的场合中选择最适宜的数学思想和方法，从而对数学知识有一个更加深入全面的认识。

（三）培养学生的文化包容性与批判性思维

跨文化数学教育最终的目的是超越数学知识本身，指向学生综合素质的提高，特别是文化包容性、批判性思维的培养。文化包容性就是在尊重、理解的基础上，形成欣赏、乐于接受文化差异的态度。在跨文化数学课堂上，学生遇到的不是自己习惯的计数方法或者几何观念时，他们所学到的第一课就是不要轻易否定，而是去理解它背后存在的逻辑和原因。开放的心态是未来公民在全球化社会里有效交流、协作所必需的品质。

批判性思维就是在包容的基础上进行理性分析、审慎判断的能力。跨文化数学教育给这种思维的培养提供了最好的场所。当学生面对不同的文化背景下的数学知识或者解题方法的时候，应当促使他们对它们的合理性、适用范围以及局限性加以分析。在学习了不同的古代测量单位后，可以讨论建立统一国际单位制的必要性，也可以思考不同单位在不同文化背景下的合理性。学生还会意识到，看似客观的数学、数据由于呈现方式或者解读角度的不同也会产生误导。这样可以使学生在面对复杂多变的环境信息时，不会盲目、不轻信，而是有理有据地提出自己的看法。运用数学这门理性学科培养包容和批判的品质，可以使学生思维开放又严谨，为学生未来的学习和生活打下良好的人格和智力基础。

第二节 全球化视野下数学教育的文化特征

在全球化的浪潮下，没有哪一个领域的发展可以不脱离跨文化交流、融会贯通的广阔背景，数学教育也不例外。数学是人类智慧的结晶，数学的发展和传播始终带有文化的烙印。理解数学教育在国际化过程中所表现出来的文化特质，是建立科学、合理跨文化小学数学课程体系的理论基础。本节将对数学知识的普适性与文化性做进一步的探究，分析不同文化背景下学习风格的差异，研究全球化给本土数学教育带来的机会与挑战。

一、数学知识的“无国界”与“有根基”

数学常常被称作宇宙的语言，它因为具有很高的抽象性以及严密的逻辑性，所以可以跨越国界、民族、文化。但是数学知识的孕育与成长又深深扎根在特定的文化土壤里，鲜明地体现出历史性和民族性。无国界和有根基的双重性就是数学知识文化特征的主要表现。我们必须用辩证的眼光来审视它的特点，才能在全球范围内找到数学教育正确的航向。

（一）数学公理体系的普遍适用性

数学的普适性最突出的表现就是它的公理体系的建立。从古希腊欧几里得的《几何原本》，到后来的皮亚诺算术公理、策梅洛-弗兰克尔集合论公理，数学家们一直都用最少的、不证自明的基本假设来构建起宏伟的数学殿堂。他们追求的是超越具体的经实验证的、文化上无关的普遍真理。 $1+1=2$ 这样的算术法则在不同的文化语境下永远正确，勾股定理所描述的直角三角形三边关系也从未改变。

正因为数学是以公理和逻辑推理为基础的知识体系，它的结论才具有很高的可靠性和可重复性，成为自然科学和社会科学不可缺少的工具。无论是东方国外，还是古往今来，一旦数学的符号、公式、定理确立之后便可以被不同的文化背景的人们所理解、使用，基本不存在文化上的障碍。普遍适用性，是数学教育能够在全世界范围内开展、形成统一核心内容的基础，也是国际数学水平测试（PISA、TIMSS）得以实施的前提。由于数学知识的无国界性质，所以跨文化的数学课程设计也就成为可能。

（二）数学发展史上的多元文化源头

虽然公理体系给数学知识披上了普适的外衣，但是追溯它的历史长河，就会

发现它多元文化的深厚根基。数学不是某一个文明的特有发明，而是全人类共同智慧的结晶。

1. 古埃及、古巴比伦的几何测量和代数计算在早期就达到了辉煌，产生于对农业灌溉、天文观测、商业贸易等实际需要的满足。古埃及人处理分数、解一元一次方程、求图形面积等实践活动，都被详细记录在莱因德数学纸草书和莫斯科数学纸草书中。

2. 古希腊文明开创了理性主义的数学传统，极度重视逻辑证明和公理化方法，把数学从实用的技术领域提升为严谨的演绎科学。欧几里得的几何原本就是这一优秀传统文化的代表作。

3. 中国古代数学以算法化、实用性为特点，和古希腊的路径大相径庭。《九章算术》是古代中国数学的集大成者，内容涉及田亩丈量、谷物交换、工程营造等社会生活各个方面。其中所用的盈不足术、方程术等高效算法具有很强的解决问题导向。宋元时期“天元术”更是中世纪代数学最辉煌的成果。

4. 古印度数学家在数字系统上做出了很多贡献，零的符号化、十进位值制的完善等成果，经由阿拉伯数学家的传播到欧洲，极大地促进了世界数学的发展。阿拉伯数学家在继承希腊、印度数学的基础上，在代数学、三角学等各方面都有了重要的发展。

所以世界数学史就是一部跨文化交流和融合的历史。承认并尊重数学发展过程中多元文化源头的存在，可以有效地破除国外中心论的迷思，使学生对本民族的数学成就产生自豪感，以更加开放的心态去理解、欣赏其他文化的智慧贡献。在小学数学课程设计中，适时加入不同的文明的数学史料与思想，一方面可以充实课程的文化内涵，另一方面也可以有效地调动起学生的学习积极性。

（三）现代数学教育的全球化趋势

伴随着全球化的进程加快，现代数学教育趋同的现象也越来越明显。国际性数学教育评价项目 PISA、TIMSS 给各国提供了一个互相比较、互相学习的平台，从而在课程标准、教材内容、教学方法、评价体系等多个方面加强了各国间的交流与合作。许多国家都在积极推进数学课程的改革，适应信息时代对人才能力的新要求，即更加重视问题解决、数学建模、批判性思维和创新能力的培养。

在这种趋势之下，新加坡 CPA 教学法（具体 - 形象 - 抽象）和芬兰现象式学习等一些成功的教学模式得到了国际社会的广泛关注。信息技术的发展给数学教

育全球化赋予了强有力的支撑。在线教育平台、开源教育资源、国际性的教师交流项目,使优质数学教育资源跨国界流动变得前所未有的方便。全球化趋势给各国带来了难得的改革机会,也要求教育者认真思考怎样把国际先进的经验同本国教育实践相结合,避免简单化的拿来主义。

二、不同文化背景下的数学学习风格差异

文化无形的框架深深地影响着人们思想方式、价值观念、行为习惯,进而对学生数学学习方式造成巨大的影响。跨文化课程设计中,认识并尊重由于文化差异所造成的各种学习风格的多样性,是达成有效教学的前提。忽略这些差异,直接把一种文化背景下的成功教学模式生硬地移植到另一种文化中,很容易造成水土不服,甚至阻碍学生学习的正常进行。

(一) 个体主义与集体主义文化下的学习模式

个体主义和集体主义是跨文化心理学区分不同文化的标准,也是数学课堂中体现最明显的一种文化。以美国为代表的文化是个人主义文化,教育重视培养个人的独立性、自我表达能力、批判性思维。课堂中提倡学生自由提问、挑战权威、发表个人见解,把学习过程看成是学生自我探索、自我实现的过程。学生喜欢独立完成工作,并且从自己的成功中得到肯定。

而以东亚为代表的集体主义文化里,教育更多地看重群体的和谐、合作以及共同进步。课堂教学大多以教师为主导,重在知识的系统传授和技能的反复训练。学生在小组合作中学习,依靠互相帮助、共同讨论来解决问题,个人成就常常和集体荣誉感联系在一起。在这种文化背景之下,学生更倾向于听老师的讲解而不是公开辩论或者质疑。故而,在进行跨文化的小学数学课程设计的时候,应依照学生自身的文化背景展开活动的设计工作。

(二) 东国外在数学问题解决策略上的偏好

东国外学生在解决数学问题时,也会表现出不同的策略倾向,这种差异同各自文化传统里的思维方式有着密切联系。国外文化受古希腊逻辑传统影响较多,重视分析性思维、演绎推理。解数学题的时候,国外学生一般都是从一般原理出发,经过严密的逻辑推理得出结论。重视对问题背后抽象结构、普遍规律的认识,善于用数学形式语言来表达。

东方文化受到儒家文化的影响比较深,所以更多地倾向于直觉思维和归纳推

理。东方学生解决问题时更多地依靠对具体例子的观察、模式的识别、经验的归纳。非常重视大量练习，以此来达到对解题方法的熟练和灵活运用，从而形成熟能生巧的直觉。由于中国传统数学重算法、重计算的特点，学生更偏向于程序化解题。当然，差异不是绝对的，优秀的数学思维要依靠分析和直觉、演绎和归纳的互相配合才能产生。课程设计要让学生意识到不同的方法各有优劣，根据问题的性质选择不同的解决手段并把它们结合起来。

（三）语言差异对数学概念理解的影响

语言是思维的工具，不同的语言结构、表达习惯会对数学概念的理解造成影响。汉语数字命名的规律性被当作东亚学生早期数学学习的优势之一。汉语数字系统是严格的十进制结构，例如十一就是十和一，二十三就是二、十、三，透明的结构使儿童更容易理解位值。而英语等语言中的数字命名是不规则的，“eleven”、“twelve”等就比较难于被儿童所掌握。

不同语言对于数学概念的表述也有些细微的差别。分数在不同的文化里所处的情景以及语言表述不同，这就会影响到学生对于分数本质含义的理解。教师在开展跨文化数学教学的时候，应该认识到这些语言差异可能会带来的潜在困难或者优势，并且采取相应的教学策略。非母语学习者可以利用视觉化的工具以及动手操作来辅助概念的建构，从而有效地克服语言带来的障碍。

第三节 多元文化背景下数学教育的现实意义

全球化时代教育不能孤立地存在，必须走向融合与交流。数学作为基础学科，它的教育实践也应该跟上时代的步伐。将多元文化视角引入小学数学教育，并不是简单的把多元文化的内容加入到数学学科中去，而是在教育本质上进行的一种深思。现实意义极其深远，影响很大。

一、对学生个人成长的价值

将数学放在广阔的背景文化中去考察，可以极大地丰富学生数学学习的体验，给学生的个人成长提供多方面的滋养。这既是知识的获取，又是视野、品格、思维方式的培养，是学生终身发展的根基。

（一）拓宽文化视野，树立世界公民意识

长期以来，中小学数学课程大多是以国外数学体系为主，单一的图景无形中缩小了学生对数学学科以及人类文明的认知广度。跨文化背景下的数学课程设计，就是打破这种单一性，给学生展示一幅宏大的人类智慧画卷。课程内容可以引导学生探究古埃及人用几何学丈量尼罗河畔的土地，了解古巴比伦人采用六十进制记录天文，认识古代玛雅人精妙的二十进制计数系统。

经过研究不同文明在数学上的成果之后不难发现，数学不是孤立于文化之外的、纯粹抽象的数字系统，而是各个民族为人类的发展所作出的贡献。这样一种学习过程就是一次跨越时空的文化之旅，学生会真切地感受到数学智慧是全人类共同的财富，每一个民族都为它的形成做出了自己的贡献。

当学生认识到世界各地文化都给数学大厦的建设添砖加瓦的时候，就会产生一种开放包容的文化心态。他们不再把某一个文化当作唯一的知识来源，而学会了用平等的眼光去对待、欣赏世界各个文明的智慧结晶。跨越文化边界去理解、共情，就是培养未来世界公民所必需的核心素养，为他们将来参与全球合作与交流打下坚实的思想基础。

（二）增强文化自信，认同民族数学成就

全球视野的跨文化数学教育给学生回归本民族文化、培养本民族文化自信赋予了极好的机会。中华文明具有悠久灿烂的数学传统，它的可贵精神财富理应在基础教育中充分地体现出来、传承下去。把中国古代数学的辉煌成就融入到日常教学中，是提高学生文化认同感和自豪感的一种方式。

教师可以向学生介绍《九章算术》中包含的先进方程思想、祖冲之为了使圆周率精确到小数点后七位而付出的巨大努力、算盘这一古老的计算工具里所蕴含的巧妙算法逻辑。这样鲜活的历史事实、数学智慧使学生真正认识到中华民族在科学探索道路上的巨大贡献，从而破除认为数学是舶来品的片面认识。当学生了解到我国先辈很早就解决了复杂的数学问题，其方法、思想在世界数学史上也占有一席之地的时候，就会产生一种发自内心的自豪感，从而大大增强对本民族文化的自信心和归属感。

（三）提升思维品质，学会多角度看待问题

数学教育的一个重要目的就是培养学生的逻辑思维、问题解决能力。不同的文化背景下的数学所呈现出来的思维范式、解题策略是多样的，给学生思维的灵

活性、深刻性提供丰富的素材。古希腊数学以严谨的公理化体系、逻辑推演为特点，重视定义的精确性、证明的严密性，中国古代数学更重视从实际问题出发，发展出高效的算法、巧妙的计算技巧，带有浓厚的实用主义色彩。

将不同的数学思想、方法同时放在课堂上，可以促使学生进行比较、反思，认识到同一个数学问题可以有完全不同的切入点及解决方法。该种训练可以有效地提高学生的思维品质。

1. 批判性思维即学生在比较不同的解法时，会对各种方法所依据的逻辑、适用范围、优劣等进行分析，而不仅仅是被动地接受唯一的答案。学会质疑、审视，探究知识背后的原因，形成独立思考的习惯。

2. 创新性思维，接触到丰富多样的解题模型之后，学生面对新的、非常规问题时，就不太容易受到固有定式的束缚。他们会更倾向于从多样的知识储备中得到启示，进行联想、类比、重组，从而找到新的解决办法。从多方面观察问题的能力，就是产生创新性思维品质的关键。

二、对课堂教学改革的推动作用

多元文化视野的引入，不但是数学课程“教什么”的改变，更是对“怎么教”的根本性影响。它像活水一样注入传统的数学课堂，有效地促进了教学内容、教学方法、师生关系等各方面的更新与深化。

（一）丰富教学内容，使课堂更生动有趣

传统的数学课堂由于高度抽象、逻辑性强，所以常常显得枯燥乏味，很难吸引所有学生们的兴趣。跨文化元素的加入把数学与鲜活的历史、艺术、游戏、生活情境紧密联系起来，使教学内容更加丰富，课堂变得生动活泼。教师可以给讲述印度数学家发明零的传奇故事，组织学生参加非洲的棋类游戏，研究其中棋局的计算，引导学生欣赏伊斯兰建筑中精美的几何图案，分析其中的对称与变换之美。

这些内容把抽象的数学概念、原理置于真实的文化脉络中，给它们赋予了丰富的内涵与温度。数学不再只是冰冷的数字和公式，它同时也是不同时空下人类智慧的体现。学生在饶有兴趣的故事、游戏和艺术欣赏中，不知不觉地领悟了数学知识，体会到了数学的趣味性、魅力。情境化、故事化的教学内容能很好地激发学生的内在学习动机，使原本害怕数学的学生也能从中找到乐趣，从而提高课

堂参与度。

（二）创新教学方法，从单一讲授到多元探究

增加文化元素到教学内容中固然可贵，但是更为关键的是要使学生主动去探究、去思考。这就必然要求教学方法由以前以教师为中心的单一讲授方式，转变为以学生为主体的多种探究方式。跨文化数学课程的开展本身就包含着对探究式学习、项目式学习、合作式学习等新型教学方法的呼唤。

在讲解勾股定理（商高定理）的时候，教师不再只是讲解公式并要求学生记忆和运用。代替它的就是跨文化探究项目：学生分组研究不同的文明对这一定理的认识和证明方法，例如中国弦图证明法、欧几里得证明法。学生要查阅资料、制作模型、小组讨论，从多个方面再现古人探究的过程，在课堂上展示交流。

这样学生才是真正主动建构知识的主体。他们学到了数学知识，也锻炼了信息素养、合作能力、表达能力、批判性思维。教师的角色也随之改变，由知识的传授者变为学习的引导者、组织者和促进者。教师要为学生创设出具有启发性的探究情境，提供必要的资源支持，在必要的时候给予适当的提示。该种教学方法的创新把学生放在中心位置，是课堂教学改革、落实“以学生为中心”思想的有效尝试。

第四节 小学数学课程设计的文化适应性研究

在全球化和文化多样性越来越明显的情况下，教育的文化适应性已经成为评价教育质量与公平性的标准。小学数学课程属于基础教育的重要部分，它的设计与执行不能只停留在知识的传递上，更应该关注并积极回应学生所处的复杂文化环境。

一、文化适应性的内涵与标准

文化适应性的核心，在于课程设计者需具备深厚的文化自觉与卓越的跨文化洞察力，从而构建出一套能够有效促进学生发展的评价体系。其衡量标准并非单一维度，而是明确体现在三个关键层面：一是课程内容与学生文化背景的契合度，二是教学方式与学生学习习惯的匹配度，三是评价体系与多元价值观念的兼容性。这三个指标共同构成了判断课程是否具备良好文化适应性的核心依据。（一）

课程内容与学生文化背景的契合度

课程内容与学生文化背景契合度的好坏,是文化适应性最直接的反映。它认为数学知识的呈现方式、案例的选择、问题情境等都应该与学生家庭、社区所积累的文化经验、生活实践产生共鸣。当数学概念用学生熟悉的生活中的童谣、游戏、节日习俗、地方物产来阐释时,那些抽象的符号和逻辑就会焕发出鲜活的文化生命力。学生不再把它看作遥远而冰冷的知识体系,而把它看成认识自身世界的亲切工具。可以有效地调动学生学习的积极性,减轻因文化差异造成的认知负担,使学生感到数学知识与个人身份、文化认同之间存在正相关关系。

要实现高度契合,课程内容就必须冲破单一化、标准化的范式束缚,积极地接纳多元文化元素。在讲解几何图形的时候,除引用建筑常见实例外,还可以引入本地区传统民居结构、民族服饰纹样、传统手工艺品中对称图案等。应用题的设计中可以加入反映地方经济活动(农耕、渔业、特色种植)和民俗活动(庙会、市集)的实际情况。数学课堂便不再是封闭的知识传授场所,而是把学生的个体经验与人类共通智慧连接起来的桥梁,使每个孩子都能在文化的土壤里找到数学的根脉。

(二) 教学方式与学生学习习惯的匹配度

教学方式同学生学习习惯相契合的程度,是达成文化适应性教学过程中的重要环节。不同的文化环境形成了儿童不同的认知方式、沟通方式以及学习方式。在某些文化背景的学生更喜欢安静、独立地进行逻辑推理,而另一些则喜欢热闹的集体讨论、合作探究来展示自己、发挥自己的创造力。有的文化重视长辈、权威传授的知识,学生多模仿、重复;有的文化鼓励质疑、探索,学生乐于在试错中建构自己的理解。

因此文化适应性的教学理念反对“一刀切”的教学方法论,提倡教师根据班级学生的文化构成,灵活地采用多种教学策略。这就要求教师成为敏锐的观察者,能察觉到学生不同的学习速度和互动方式,并加以充分的尊重。习惯集体主义文化、重视人际关系的学生,可以多用小组合作学习、角色扮演等方法,在互助中解决问题。

根据崇尚个性,重竞争的这种文化背景,可以设置具有挑战性的个体研究任务以及成果展示。理想的文化适应性课堂是多种教学范式并存的动态空间,教师在此引导、启发和支持学生,使不同学习习惯的学生都能找到适合自己的学习途

径，最终殊途同归地达到教学目的，保证教学过程的包容性和有效性。

（三）评价体系与多元价值观念的兼容性

评价体系同多元价值观念的兼容性，就是文化适应性在教育成果衡量中最直接的体现，它直接影响教育的公平性以及导向性。传统的、单一的维度评价标准，常常只重视考察学生个体的解题速度、准确度、抽象逻辑能力，背后隐含着对某些认知优势的偏好，无形中压抑或忽略了其他文化所重视的数学能力，例如空间想象力、应用实践能力、团队协作解决复杂问题的能力、数学表达的创造性。

创建多元价值的评价体系，是纠正文化偏见，使学生全面发展的必然要求。这样的体系应该具有如下特点

1. 除了传统的笔试，项目式评价、学习档案袋、课堂观察、口头报告、数学日记、实践活动等多元评价方式也可融合在一起使用，以便更加全面地发现学生在各种情境下表现出的数学素养和潜能，使不擅长应试但动手能力强、善于合作的学生也能得到公正的评价。

2. 评价内容的丰富性，评价任务的设计要突破纯粹的数学知识点，加入更多开放性的、与现实生活、文化情境密切相关的问题，鼓励学生提出不同的见解、多元的解决办法，从而考察学生的解决问题的能力、批判性思维、创新意识。

3. 评价主体的多元化，打破教师为唯一的评价者，引入学生自评、同伴互评和家长参与评价的方式。既可以提供更丰富、多元的评价信息，也可以培养学生的反思能力、责任感，体现对社群共同体评价功能的重视。

二、当前小学数学课程的文化适应性现状

尽管文化适应性的重要性已经被教育界所公认，但是目前小学数学课程的设计与实施仍然存在诸多问题。与理想状态相比，它还存在需要弥补的差距，从而影响到课程育人的功能。

（一）教材内容的文化单一性问题

目前的小学数学教材内容编排存在着严重的文化单一化问题。主流教材常以城市化、现代化的生活为背景，其中所涉人物姓名、生活场景、消费方式、甚至历史典故都带有很强的强势文化痕迹。教材中应用题的情境多为超市购物、乘坐地铁、规划旅游等，对于生活在偏远地区、少数民族聚居区或不同社会经济阶层的学生来说，这些情境是陌生的甚至是想象不到的。内容同质化的本质，就是对

文化多样性视而不见。

文化单一性给非主流文化背景的学生设置双重障碍。一方面由于陌生的文化背景,使得他们理解题意更难,解决数学问题之前必须先跨越文化理解的鸿沟。另一方面,教材中自身文化的缺失会给学生带来一种微妙的心理暗示,即其文化经验、生活方式在正式的知识体系里是无关紧要的,从而削弱学生的文化自信和身份认同感。

长期处于这样的教材环境中,学生会渐渐地把数学看作与自己无关、由别人决定的学科,从而产生疏离感与习得性无助。教材是课程的主要载体,教材内容的文化偏向性造成教育起点不公,使一些学生在进入数学世界之前就已经被无形的高墙阻挡。

（二）教学情境的文化脱离现象

教学情境的文化脱离,就是文化适应性缺失在课堂实践中的具体表现。即便教材留有改写空间,在教学过程中,很多教师仍然会把数学知识做去情境化、纯化的处理。他们的课堂一般都直接讲授公式、定理和解题技巧,课堂活动大都围绕抽象的数字、符号来进行,教学案例大都是为了套用公式而被设计出来的,缺乏真实生活的情景。

脱离现象产生的原因有很多。部分教师缺乏跨文化教学的意识和能力,没有认识到将数学知识与学生本土文化结合起来的重大意义。有的教师受到应试教育思想的影响,认为情境化教学耗时费力,不如直接教给学生解题方法来的迅速有效。教学资源的缺乏也使教师不能创设出丰富的文化情境。不管原因怎样,结果都是数学课堂与学生真实世界被人为地割裂开来。学生在课堂上学到的运算法则不能用在田地头的测量上,也不能和家中长辈口传的历法知识建立起联系。因此数学就变成了一种脱离生活的“屠龙之术”,其实用价值和文化内涵被严重削弱。

（三）评价标准的文化偏见倾向

在目前的教育体系当中,评价标准的文化偏见倾向是普遍存在的。以标准化考试为主的评价模式,虽然具有客观、高效的优点,但是也存在着明显的缺点。此类测验的题目设计、语言风格、作答时间限制等各方面,常常会包含主流文化的价值观和思维方式。有的题目答案要借助一定的文化背景知识,它的表达方式也更符合特定语言群体习惯。对其他文化背景的学生来说,这就是一种不公平的挑战。

评价标准对数学能力的界定本身就存在偏见。过于强调速度与唯一正确性，就会让那些喜欢深思熟虑、鼓励多元视角的文化背景的学生处于不利的地位。他们在面对复杂问题时表现出的不屈不挠、与同伴合作时的沟通能力、用多种方式来表达数学思想的灵活性等优势，在目前的教育评价体系里很难被发现、认可。单一的评价指挥棒，一方面会造成教师的教学行为发生偏离，促使教师开展应试化、模式化的训练活动，另一方面也会给学生贴上不准确的“能力”标签，打击学生学习数学的积极性，固化阶层与族群之间的教育差异。

三、提升课程文化适应性的基本路径

针对目前小学数学课程文化适应性差的问题，必须要采取系统的方法去加以改善。这绝非简单的修补，而是一种深刻的教育理念的变革，是要创建起一种更为公正、包容、富有活力的数学教育新生态。

（一）开展学情调研，了解学生文化背景

提高课程文化适应性的首要、最基本途径就是深入细致地开展学情调研，真正以学生为中心。这种调查不仅是对于学生知识基础的了解，更是对于文化个体学生的全方面考察。课程设计者、一线教师要走出办公室、走出讲台，借鉴人类学、社会学的方法，通过家访、社区走访、与学生和家长的非正式访谈、问卷调查、观察记录学生课余活动等途径，系统地收集有关学生家庭结构、民族传统、语言习惯、宗教信仰、社区文化、生活经验、价值观念等第一手资料。在这个过程中，一定要抱有极大的尊重和同理心，不能有任何居高临下的姿态。只有教育者真正理解学生的世界，知道学生看待事物的视角，熟悉学生生活中流通的“文化资本”，才能设计出触动学生心灵、激发学生智慧的数学课程，使教育真正基于学生已有经验发生，而不是凭空嫁接。

（二）挖掘本土文化资源，丰富课程素材

在了解学生文化背景之后，接下来就是对本土文化资源进行系统挖掘与转化，并将其有机融入到数学课程素材当中。各个地域、各个民族的文化宝库中都藏有许多数学智慧，这些智慧是让数学课程“活”起来、“亮”起来的宝贵资源。这就需要课程开发者和教师具有一双“数学之眼”，从日常生活中、传统文化中发现隐藏的数学元素。

这项挖掘与转化工作可从多个维度展开：

1. 物质生产生活用数学知识。研究本地传统建筑的对称、比例之美,分析民族编织工艺中几何图案、序列,计算地方特色农作物种植间距、产量,探究传统市集交易计量单位、换算方式。这些都是天然的数学课题,可以使测量、几何、统计等知识的学习更加直观、实用。

2. 精神与艺术文化里的数学。根据民族史诗、神话传说整理时间顺序和数量关系,用传统音乐舞蹈的节拍节奏感受分数和模式,从民间游戏、棋类的规则里探究概率与策略,从节庆历法推算中学习周期和循环。

把这些本土资源开发成教学案例、习题、探究项目,不仅可以极大地丰富课程内容的文化多样性,也可以使学生在学数学的同时加深对自身文化的理解与认同,认识到数学是人类各个文化共同创造的智慧结晶,从而培养起强大的文化自信和学习动力。

(三) 构建灵活、包容的课程实施框架

拥有了丰富的文化资源之后,就需要一个灵活、开放的课程实施结构来保证文化元素的有效运用。刚性的、自上而下的课程执行模式不能适应千差万别的文化情境,因此必须给地方教育部门和一线教师更大的课程自主权。即国家或者区域的课程标准应更具原则性、指导性,给地方和学校留出足够的二次开发空间。学校、教师要依据本校学生实际情况,对教材内容做适当的调整、补充、重组。

该框架的主要目的就是促进教师的专业发展,提高教师的跨文化教学能力。通过定期的培训、教师掌握怎样把本土文化资源和数学知识点融合在一起,怎样设计并实施文化回应式教学策略,以及怎样使用多元评价方式评价学生的学习。同时它应该促进教师之间、学校之间学习共同体的形成,鼓励教师之间、学校之间互相交流文化适应性教学的成功经验和困惑,从而产生持续改进的动力。灵活的实施框架应该是具有试错、创新的特性的,使教师、学生、社区都参与到课程建设当中,把数学课程变成适应每一个人个体生命化发展的过程。

第二章 小学数学课程设计的理论基础

小学数学课程设计与建构不是凭空而生的,它必须根植在坚实的理论土壤里。科学理论给课程目标的确定、内容的筛选、教学活动的组织、评价方式的实施提供根本的指导和解释,也给课程的持续发展和创新注入源源不断的动力。本章主要对小学数学课程设计所依托的理论进行梳理分析,为后面实践策略研究打下理论基础。

第一节 建构主义理论在数学课程中的应用

众多的教育理论当中,建构主义自20世纪后期产生以后,给全球的数学教育改革带来了深远而广泛的影响。从根本上来说它就彻底颠覆了传统知识传授的观念,认为学习是个人主动建构意义的过程。本节从建构主义的核心观点入手,在它的视角下分析数学学习过程的特点,并在此基础上提炼出对小学数学课程设计与直接指导意义的核心原则,以期找到理论向课程实践有效转化的途径。

一、建构主义的核心观点：知识是主动建构的

建构主义理论体系的根基就是它特有的知识观,知识不是独立于认知主体之外、等待被发现的客观存在,而是认知主体在与环境不断互动的过程中,依据自身已有的经验和认知结构,主动建构出来的。知识的深层意义不是靠外界的灌输得到的,而是要由学习者自己去创造和赋予的。因此,建构主义对学习者和教师和学习环境这三个角色都提出了新的定义。

(一) 学习是学生基于已有经验的主动探索

建构主义认为,学生走进数学课堂之前不是一张空白的“白纸”,他们头脑中已经有了丰富、鲜活但不规范的非正式知识和生活经验。已有的认知结构就是新知识生长的起点、根基。因此,数学学习不是被动地接受、记忆老师给出的定义、公式、法则,而是积极主动地探索的过程。学生调动所有的经验储备,用自

己理解的方式去解析新的数学问题、概念，像一个个小研究者。

学习的本质就是个体新旧经验之间双向并且持续的相互作用。当学生面对新的数学任务，比如学习长方体体积的时候，就会自然而然地想起生活中堆叠积木、打包盒子的经验。他们用触摸、观察、比较等方式在新的知识和旧的知识之间建立联系，使原有的认知结构发生改变、重组甚至彻底地改造。这个过程是尝试、假设、验证、反思的过程，最终形成的对体积概念的理解，是学生个人的、独特而深刻的、稳固的心理表征，而不是别人思想的复制。

主动探索使数学知识的意义对每个学生来说都是独特的。即使是同一个数学问题，由于学生经验背景以及思维方式的不同，学生所建构的理解途径以及解决方法也会不同。因此课程设计要充分认识并尊重个体差异，把学生已有的经验当作宝贵的资源，创设机会引导学生暴露前概念，在主动探究中促成学生科学数学概念的自我生长与转化。

（二）教师是学习过程的引导者与促进者

在建构主义教学框架之下，教师的角色发生了根本性的改变，由原来的知识权威传授者、舞台上的圣人变为学生学习活动的组织者、协作者、身边的向导。教师的主要任务不是系统的传授知识或者示范解题的步骤，而是为学生创设一个可以激发思考、鼓励探索、丰富多彩的学习情境。该环境就成为了学生知识建构的重要认知脚手架。

教师理应成为学生认知发展敏锐的观察者和诊断者。教师只有用心去听学生发言、仔细观察学生的操作、认真分析学生的作业和错误，才能对学生的思维水平和认知困惑有更深刻的认识。根据诊断的结果，在关键的时候教师可以适时地提出启发性的问题来引导学生的思考，也可以在其认知出现障碍的时候，给予必要的提示和工具，帮助其克服认知上的障碍。介入要适时适度，目的是激发学生内在思考而不是直接给出答案，保护并发展学生自主解决问题的能力。

教师除了是学习过程的促进者，还要营造良好的学习氛围。建立心理上安全的课堂环境，使学生敢于提问、敢于表达不成熟的想法、敢于犯错。教师组织、调控小组讨论和全班交流等活动，使每一个学生都有表达自己想法的机会，学会倾听别人的意见，尊重他人的意见。教师自身示范作用也不容忽视，他们以探究者、合作者的身份加入到学生的学习活动中，和学生一起面对挑战，分享发现的快乐，是知识建构过程中平等而重要的对话伙伴。

（三）协作与对话是知识建构的重要方式

按照维果茨基的社会建构主义的思想，人的认知发展不能离得开社会文化。他认为学习并不是一个人独立完成的活动，而是具有社会性和对话性的活动。学生在和同伴、老师合作交流时，可以接触到自己目前无法达到的思想、方法，使最近发展区转变为现有发展水平。

合作学习给知识的共同建构创造了理想的场域。小组活动中的学生要完成共同任务，必须要清晰地表达自己的想法来说服同伴，也要努力理解别人的观点。这种思想的碰撞、交锋常常造成认知上的巨大冲击，促使学生去重新考虑自己原来的观点并做出相应的调整。讨论“鸡兔同笼”问题解法的时候学生会接触到假设法、列表法、代数方程等。在交流中他们不但会掌握各种解题方法，而且在比较优劣的过程中加深对数学建模思想的理解。对话就是思维得以呈现并修正的过程，是个体智慧汇聚成集体智慧的过程。

二、建构主义视角下的数学学习过程

从建构主义的观点来看，数学的学习不是线性的、累积的由浅入深的获取知识的过程，而是一场动态的、非线性的、个体性的意义建构之旅。它改变了人们对于数学概念形成的传统观念，对于学生的错误有了全新的认识，在学习情境中也得到了充分的体现。

（一）数学概念的形成是一个“再创造”过程

建构主义认为学生学习数学概念不是简单的记忆定义，而是教师引导下的一次微缩的“再创造”或“再发现”。学生需要经过与历史上数学家完全一样的智力的考验，在从具体的数学问题入手，在探究中体会引入新概念的必要性，在思辨中接近概念的本质。学习“负数”的时候，仅仅告诉学生“负数是比较小的数”是不够的。课程应该设置温度变化、海拔高低、收支记录等情境，让学生在解决实际问题的時候发现，仅用正数和0不能完全描述世界，从而产生扩展数系的内在需求。

再创造的过程是个体化的、非标准化的。学生会用已有的知识，比如数的顺序、大小比较等，提出自己的猜想假设，例如“0减一个数会怎样？用画数轴、编故事等方式表达理解，尝试修正，在修正中不断完善对负数及其运算规则的认识。教师的角色就是为学生的智力创造提供初始的条件，引导学生把自发的、非

形式化的理解经过抽象、概括，提炼成具有普遍意义的数学概念。

经过这样的再创造过程而获得的概念，才是真正意义上的活的知识。它同学生丰富的个人经验网络紧密相连，有深刻的意义和广泛的适用性。学生不但是负数定义和法则的掌握者，也是其产生原因的理解者。深刻理解不是机械记忆可以代替的，它为后面复杂的数学学习，比如在数轴、坐标系中使用负数，打下了坚实可靠的认知基础。

（二）错误是学生建构过程中的宝贵资源

传统的教学观常常把学生的错误当作学习的失败，甚至看成是必须尽快“根治”的“病症”。建构主义重新定义了错误，认为错误不是失败的标志，而是学生在主动建构知识的过程中必然会遇到的、非常有价值的认知资源。它们就如同一个个窗口，使教师能够看到学生特有的思维方式以及当前认知结构的状态。

1. 错误的诊断价值。学生每一个错误都不是偶然的，其背后隐藏着学生现阶段的认知局限或者非正规的理论模型。如小学生计算小数乘法时将 0.5×0.5 算成 2.5 并不是粗心，而是错误地将整数乘法中乘积变大的经验不恰当地迁移到小数领域。教师分析典型错误就可以看出学生缺少了哪一个方面的基础知识，从而进行有针对性的引导，帮助学生了解整数、小数运算规则之间本质的不同。

2. 错误是造成认知冲突，引起概念改变的原因。当学生在讨论或者实践过程中发现自己的答案或者方法与别人不同，或者不能解决新的问题时，就会产生宝贵的“认知冲突”。内在失衡感将激起学生强烈的求知欲和探究心理，促使学生主动去思考，去审视自己的思维方式，去寻找更完善的解答。从这个意义上讲，一个被充分暴露、深入探讨并且最后由学生自己澄清的错误，其教学价值甚至比许多轻易做对的题目还要高。课程设计要鼓励甚至引诱学生在安全的环境中犯错误、展示并辩护，把纠错过程上升为深刻的探究学习。

（三）情境是数学知识意义建构的锚点

建构主义认为，知识的意义产生于它所处的情境中。抽象的数学符号、概念、法则本身对于小学生来说是枯燥无味、难于理解的。只有当抽象的知识同具体的、有意义的情境紧密结合的时候，它们才会变得鲜活、可知、可感，学生才会真正体会到它们的深刻内涵和实际作用。情境给抽象的数学知识赋予了生动的存在意义。

情境的作用是把数学知识问题化。好的情境能使学生扮演问题解决者，体会

学习数学的现实需要。不如创建出选拔班级篮球队员的情境。学生比较候选队员多场得分之后,就会发现简单比较总分或者单场最高分并不公平,从而产生寻找能“公平”反映整体水平的方法的需求,平均数的概念就应运而生。

情境有利于学生认识同一个数学知识在不同的背景下的多种含义。除法运算在 12 个苹果平均分给 4 个小朋友中体现的是平均分意义;而在 12 个苹果每 4 个装一盘,可以装几盘中,体现的是包含的意义。学生在多样情境中运用数学,能够建构起对数学概念、运算更丰富、灵活、深刻的认识,避免知识僵化、知行分离,使所学知识能有效地从真实世界中提取出来并加以应用。

第二节 多元智能理论与数学课程设计

在跨文化背景下,小学数学课程设计不能再用以前的单一评价体系来衡量,而应该用更包容、发展的视角来看待。多元智能理论给我们提供了一个有益的框架,即每个学生都有自己的智能组合,教育的核心任务就是发现并发展这些潜在的能力。把该理论应用到数学课程设计当中,就是创造一个能激发并利用学生语言、空间、动觉、音乐等各方面智能的学习环境,使来自不同文化背景的学生都能找到适合自己的数学学习途径。

一、超越单一智商:认识学生的多元智能

传统的数学教育把逻辑-数学智能放在一个很重要的位置上,使得对学生能力的评价标准就变得狭窄了。在跨文化教学的环境中,“智商定终身”的观念更显不足,因为它没有充分考虑到不同文化背景下的学生所表现出的各种才能。拥抱多元智能理论,就是教育者要重新认识每一个学习者,承认他们智能是多元的、不断发展的,通过课程设计给智能的展现与成长提供肥沃的土壤。

(一) 语言智能、逻辑-数学智能与数学学习

逻辑-数学智能对于数学学习来说是十分重要的因素,它包含推理、计算、假设检验、抽象思维等能力。在小学阶段,培养学生这项智能是数学教学的基础任务,目的是使学生建立起牢固的数字感和运算能力。传统的数学课堂多以反复练习、解决复杂问题来培养学生的逻辑思维,对于善于抽象推理的学生来说是有效的。

语言智能给数学学习提供了一个非常重要的支持系统。数学本身就有自己的一套精确语言，即数学专用词汇、符号和语法规则。语言智能强的学生可以更好的理解数学问题，清晰的阐明自己解题思路，积极参加数学讨论。在跨文化课堂中，语言就起着沟通桥梁的作用。教师可以采用让学生用自己语言去复述数学概念、编数学故事和进行小组讨论的方式发展语言智能。不仅可以促进学生对数学知识的理解，也可以促进不同语言背景的学生之间互相帮助。

当逻辑数学智能和语言智能结合起来的时候，就会产生更深刻的理解力。学生把抽象的数学逻辑用自然语言表达出来，可以使他们的思维过程更加清晰、有条理。学生在学习应用题时，首先要用语言智能准确理解题目所描述的情境和问题，然后才能用逻辑 - 数学智能建立数学模型并求解。能够清楚地说明自己选择某一种运算策略原因的学生，其数学理解一般比只能够给出正确答案的学生要扎实。在多元文化共存的班级中，用语言进行数学交流，也可以让教师发现学生在不同文化和语言框架下思维的差别，进而给出更有针对性的指导。

（二）空间智能、身体 - 动觉智能的数学价值

空间智能，即把视觉空间世界转换成数学概念的能力，在数学学习中经常被忽略，但是非常重要。它不仅仅局限在图形识别和变换的范围之内，还会对学生的数量关系、数据结构、代数思维等各方面造成影响。学生依靠空间想象能力可以在脑中构建数轴，从而对正负数、数的大小进行比较；在学习分数的时候，将圆形或者矩形分割的心理图像，就是形成部分和整体概念的基础。跨文化教学中，学生对空间的感知能力受生活环境、文化习惯的影响，所以提供丰富的视觉、空间操作材料就显得十分重要。人工智能虚拟实验等现代技术可以把抽象的几何变换用动态、可交互的方式表现出来，极大地帮助学生突破空间想象的瓶颈。

身体 - 动觉智能是通过身体来表达思想、情感、解决问题的能力，注重“做中学”。数学学习不应该只是静态的、用纸笔进行的活动，而应该是充满动感、与物理世界深度交互的过程。学生用身体构成几何图形，用步伐测量教室长度，亲手操作算盘、积木等教具时，抽象的数学概念就与他们的身体经验联系起来了。具身化的学习体验可以产生深刻持久的记忆，对传统课堂上学习困难的学生尤其有效。通过触摸、移动、建构，数学知识就得以内化。

为了充分挖掘这两种智能的数学价值，课程设计可以融入以下策略：

1. 大量使用可以操作的物理教具和数字工具。从传统的七巧板、立体几何模

型到现在的 3D 建模软件,都可以让学生亲手搭建、拆解数学对象,在操作中体会数学对象的性质。几何模型的使用有利于学生把二维平面表征与三维空间实体联系起来。

2. 组织身体活动为特点的数学游戏。用绳子、学生在操场上做大型几何图案,或者用人来做人体数轴学习加减法运算。

3. 学生用绘画、建模等方式表达出对数学问题的理解。要求学生画出应用题的情景图或者用黏土塑造一个几何体,既是对学生空间智能的锻炼,也是一种有效的评价方式。

(三) 音乐、人际、内省、自然观察智能的融入

音乐智能的核心是对节奏、音调、旋律的敏感性,它内在的模式和结构与数学有着天然的联系。数学本身就存在许多模式和序列,音乐就是这些模式的听觉呈现。使用儿童歌曲、节奏明快的歌谣来教乘法口诀、数字顺序或者运算步骤,是一种非常有效的方法。用音乐的重复性、节奏感帮助记忆,减轻了学习数学时的认知负担,整个学习过程轻松愉悦。音乐作为跨越语言障碍的通用媒介,能够很快地为不同文化背景的学生营造出一种积极、包容的课堂氛围,激发大家共同参与的热情。

人际智能是理解别人、与人合作的能力。跨文化小学数学课堂上培养人际智能具有双重作用,第一,可以促进数学知识的建构,第二,可以培养学生跨文化沟通与合作的能力。小组合作学习是发挥人际智能的主要方式。教师可以设计需要小组讨论才能完成的任务或者难题,给学生提供发表自己思考方法和策略的机会。学生在同伴合作的时候可以学会不同的思考方式,也可以学会倾听、协商、互相支持。合作冲破了孤立学习的束缚,让数学课堂成了一个带有社会互动、共享知识性质的社区。

内省智能是自我认识、自我反思的能力,它使学生关注自己的学习过程,认识自己的情绪状态和思维方式。培养内省智能,就是使学生成为学习的主人。教师可以指导学生写数学日记或反思日志,写当天的学习体会、碰到的难题和解决难题的过程。元认知活动能让学生监控自己的理解程度,发现知识缺陷,主动寻求帮助或改变学习方法。具有内省智能的学生,可以很好地调整自己的情绪来面对数学难题所引起的挫败感,从而维持积极的学习态度。

自然观察智能就是识别、辨别并归类自然界各种事物的能力,它和数学中分

类、排序、模式识别、数据分析等概念密切相关。把数学学习与大自然联系起来,就能给学生提供丰富的现实情境。教师可以组织学生到校园里收集各种树叶,根据对称性、大小、颜色等特点分类、统计;也可以引导学生观察花瓣的数量,探究其中的斐波那契数列规律;还可以通过测量植物生长的变化来学习数据记录、图表绘制。该种学习方法把抽象的数学概念深深地扎根在学生可以感受、可以接触到的现实世界中,极大地调动了学生的好奇心和探究欲望。

二、设计“全脑”参与的数学活动

根据多元智能理论,课程设计的重点就是怎样设计出调动学生全脑参与的综合性数学活动。这说明教学活动不能只关注一个智能,应该巧妙地将各种智能融合在一起,给所有学生提供多种方式、多种感官参与的机会。该设计理念是使每个孩子都能在数学课堂上发现自己的优势领域,用优势智能带动其他智能的发展,最终达到全面而深入的学习。

(一) 用故事和歌曲引入数学概念

把数学概念嵌入到引人入胜的故事里,是一种有效的激发学生语言智能和想象力的方法。抽象的数学符号、规则和生动的人物、有趣的情节联系起来以后就立刻具有了生命力、情感温度。以讲述阿曼达疯狂大梦为例,在夸张的梦境里可以让学生看到乘法就是重复加法的便捷之处,从而理解乘法的本质。在跨文化背景下,教师可以搜集世界各地的民间故事、神话、寓言等,从中找出包含的数学元素,设计成教学内容。既可以拓宽数学学习的视野,增加数学的文化多样性,又可以使来自不同文化背景的学生在熟悉的叙事框架里找到归属感。一个好的数学故事可以为整个单元的学习提供贯穿始终的情境脉络,使之后的知识学习和技能练习都围绕解决故事中遇到的某个问题展开。

歌曲、歌谣是调动学生音乐智能、听觉记忆的强大力量。许多基础数学概念,比如数数、单双数、运算顺序等等,都可以编成朗朗上口的歌曲。音乐的节奏、旋律可以使得学生容易记住枯燥的规则、事实,比机械背诵要好得多。一首有关“凑十法”的歌曲,用有趣、重复的歌词旋律使学生在唱歌的过程中自然学会“凑十法”。教师在课堂上引导学生边唱歌边做身体动作,就可以把音乐智能和身体-动觉智能结合起来。多种感官输入的方式可以最大程度地吸引学生的注意力,使学习过程变得有趣味性,从而把“要我学”变成“我要学”。

用故事、歌曲引入数学概念，本质上就是把学习过程情境化、游戏化。这并不是简单的把数学知识包装起来，而是经过精心的设计，使故事或者歌曲的主要情节与数学概念的内在逻辑一致。教师在讲述故事、教唱歌曲之后还要引导学生去思考、讨论，使他们从情境中脱离出来，关注背后所蕴含的数学原理。教师在小猴分桃故事结束后可以提出“如果有许多小猴、许多桃子，怎样才能公平地分配呢？”促使学生由具体的情境走向对除法、平均分等更普遍概念的探究。

（二）用绘画和模型表现数学关系

绘画是儿童表达自我、构建理解的自然方式，它能将学生头脑中无形的数学思维变成可见的图像，很好地调动空间智能和视觉思维。当学生被要求用画笔画出一个数学问题的时候，首先要对问题进行深入的解读和分析，把文字信息转化为形象的画面。以“鸡兔同笼”问题为例，学生画出不同数量的鸡和兔以及它们的脚的数量，就初步形成了方程思想的认识。数学绘本的大量使用也说明，视觉化对于理解抽象的概念起着非常大的作用。教师组织数学画展等活动，让学生把所学几何图形、分数概念、数据统计结果等创作成艺术作品，可以巩固数学知识，也可以培养学生的审美能力。

模型的制作把数学的学习由二维空间提升到了三维空间，是培养学生的空间智能和身体-动觉智能的最有效的方法。用纸板搭建多面体、用橡皮泥塑造旋转体、用乐高积木表现分数或者代数式，亲手搭建的过程可以让学生对数学对象的结构和属性有更深刻的认识。计算机三维建模技术给模型制作提供了更广阔的平台，学生可以使用简单的软件进行几何体的设计与打印，并观察不同视角下所呈现出来的截面、视图，传统教学中实现起来是非常困难的。从小学生认知发展规律来说，从具体的实践到抽象理解的途径，能帮助学生形成稳固的空间观念。

绘画、模型不应该只是最后成果的展示，而应该作为思维过程的工具来使用。教师要引导学生在创作中不断解释、交流，说明自己的作品怎样体现数学关系。学生用圆形纸片折叠出不同的角后，教师应引导学生讨论对折再对折得到一个直角的原因。这样追问可使学生由动手操作深入到用心思考，实现具象感知与抽象思维的连接。在跨文化课堂中，非语言表达方式的作用更加突出，它让语言表达有困难的学生可以通过多种方式表达自己对数学的理解，也给教师提供更多元的评价视角。

（三）用游戏和戏剧演练数学应用

数学游戏给学生提供了一个轻松的、既可以进行技能练习、又可以进行思维训练的环境。相比于枯燥的重复性练习，游戏具有目标性、趣味性、即时反馈的特点，可以充分调动学生内在动机。超市大作战游戏可以在模拟购物的情境中反复进行加减法、货币换算的练习，数字迷宫或者数独可以锻炼学生的逻辑推理能力以及数感。在跨文化课堂上加入非洲播棋、中国九连环等各国传统数学游戏，既可以丰富课堂活动，又可以体会不同文化中蕴含的数学智慧，加深对文化的理解。游戏的设计要以教学目标为中心，使学生在玩的过程中反复地运用、巩固核心的数学知识和技能。

戏剧表演、角色扮演把数学应用推向了更高层次，它要求学生在模拟的社会环境里综合运用数学知识、语言能力、人际交往技巧去解决实际问题。教师可以创建出类似“小小银行家”“城市规划师”“餐厅服务员”这样的角色扮演情境。在“小小银行家”的戏剧活动里，扮演储户的学生要计算利息，扮演银行职员的学生则要办理存取款业务。这既可以使数学知识“活”起来，又可以使学生真正体会到数学在日常生活中的重要性。

在设计并实施游戏和戏剧活动的时候，教师是引导者、情境创设者。教师应该清楚每个游戏或者戏剧活动背后所包含的数学目标，并给学生提供必要的“脚手架”，帮助学生理解规则、进入角色。活动结束后的反思总结环节就显得十分重要。教师组织学生讨论，刚才的游戏中用到了哪些数学知识？在角色扮演过程中遇到了什么数学难题？如何解决？经过这样的复盘，在具体情境中获得到的感性经验才能被提炼、升华成普适性的数学思想与方法，从而实现由“演练应用”到“深理解”的飞跃，真正达到寓教于乐的目的。

第三节 情境认知理论与数学学习环境构建

跨文化背景下，小学数学教学不能只重视知识点的传授，而应该重视学生认知方式、学习方式根本性的转变。情境认知理论给我们提供了重要的一种理论视角，认为学习不是孤立的知识内化过程，而是学习者在真实有意义的情境中，通过参与、互动来建构知识的社会性实践活动。本节主要是阐述情境认知理论的基本观点，在此基础上提出创建和实施相应的数学学习环境的具体方法，希望可以

实现数学知识同现实世界的应用无缝对接、激发学生的内在学习动机以及文化理解力。

一、情境认知理论的核心：学习发生在真实的实践中

情境认知理论否定了传统的教学中知识和实践相分离的观点，认为真正的学习是在实践中产生的。认知不是个体头脑中孤立发生的，而是人与物理环境、社会环境相互作用的结果。互动和参与是学习发生的根本机制，也是知识获得意义、能力得以形成、最终实现社会化所必须经历的过程。

（一）知识是情境化的，脱离情境则失去意义

情境认知理论认为，知识本质上就是情境性的，它深深地植根于具体的活动、文化以及物理背景之中，在具体的使用与发展过程中被创造出来。任何知识、思维一旦脱离了一定的情境，就会失去它原有的生命力和意义。数学公式在课本上只是一串抽象的符号，只有当它被用来解决“怎样公平分配食物”、“怎样设计一座桥梁”等真实问题的时候，它的价值和意义才得以充分地体现出来。传统的数学教学常常把数学知识去情境化，将其当作一套普适的、抽象的规则来传授，使得学生虽然能够记住公式，但是却不能灵活地运用到生活中。

因此，跨文化的小学数学课程设计应该把数学概念、技能置于丰富的、真实的文化与生活情境中。知识不再只是被动地接受下来的静止的客观事实，而是在一定的情境下由学生主动去探究并使用的动态的工具。教学活动要反映出知识在现实生活里所处的状态，保证情境的完整性不遭到破坏，使学生真正体会到数学的实用价值，进而实现知识的向其他生活情境的迁移。

（二）学习是参与“实践共同体”的过程

情境认知理论的重要概念之一就是莱夫和温格提出的实践共同体。学习是一种社会参与的过程，学习者由边缘性的参与者向中心性的参与者发展，最终成为某个实践共同体的正式成员。新手通过观察、模仿、交流等方式从“专家”那里学得知识、技能、价值观、行为规范，进而慢慢接受和内化社群的一切。学习不单是认知结构的变化，还是身份的转变和社会化的过程。

在小学数学课堂上可以创建以探究数学问题为纽带的“数学实践共同体”。教师和学生在这个共同体里是平等的参与者，就一个有意义的数学问题展开合作。学生不再是孤立的学习者，而是在与他人合作、讨论、辩论的过程中一起建构数

学。各自解出题的方法、互相学习解题的方法，一起面对和解决困难。参与式的学习过程既可以教学生数学知识，又可以培养学生沟通协作能力、批判性思维，还可以增强学生对数学文化的认同感。

（三）认知与行动不可分割

情境认知理论认为，认知和行动是紧密联系在一起、不可分割的统一体。我们的思维、理解都是在与世界相互作用、行动中产生的，并且不断被调整。行动不是学习的辅助手段，而是学习本身的有机组成部分。我们通过做来学习，在解决实际问题的行动中加深认识。传统教学把“知”和“行”割裂开来，要求学生先“学会”知识再去“应用”，这样的模式不符合人类认识的自然规律。

该观点给数学教学的启示就是，必须把数学学习设计成一个主动的、操作性的过程。学习几何图形不能只记定义、属性，而应让学生通过动手搭建、测量、裁剪、拼接等活动来感受和发现图形的特点。学习数据统计可以让学生亲自参与到设计问卷、收集数据、整理数据、分析数据的全过程之中，从而体会平均数、中位数等统计概念的实际含义。在这样一种认知和行动高度一致的学习活动中，学生的思考是从具体的行动中产生的，在行动中又得到了检验和修正，从而形成了更加深刻、稳固的数学理解。

二、构建真实有效的数学学习情境

依照情境认知理论来创建真实有效的学习情境，是构建跨文化小学数学课程的重要环节。好的学习情境能激发学生内在的学习动机，把抽象的数学知识同学生的生活经验、文化背景紧密联系起来，使学习过程更加有趣、有意义。情境的创设不能是生硬的、肤浅的，而应该是自然的、深刻的。

（一）创设与学生生活紧密相连的问题情境

将数学问题置于学生的生活实际之中，是创设情境最直接、最有效的方式。儿童天生就对周围的世界充满好奇，当数学与儿童个人经验，即家庭、游戏、购物、旅行等联系起来的时候，学习的动机就会油然而生。情境的创设要深入了解学生的文化背景和生活实际，从中找出和数学内容相契合的元素。

1. 家庭和社区生活方面：可以设计家庭一个月水电费账单分析、社区垃圾分类数据统计、为家庭旅行做预算和路线规划等活动。学生在解决问题的时候，会不自觉地用到四则运算、数据分析、时间与金钱计算等数学知识。

2. 游戏与兴趣活动, 游戏是儿童最喜爱的活动。教师可以用投篮命中率来教授百分比, 用棋类游戏来培养学生的逻辑推理能力。对喜欢绘画的学生可以引导他们探究图形的对称、平移、旋转。

3. 以中国的春节为背景, 讨论红包中压岁钱分配问题(除法)、年画中对称图案(几何)、不同亲戚家距离和拜访路线规划(图论初步)等。

(二) 模拟真实的社会职业场景(如设计师、工程师)

项目式学习是创建真实职业场景的有效方式。通过模拟设计师、工程师、建筑师、银行家、营养师等不同的社会角色, 在完成一项综合的、复杂的任务时, 学生可以将数学以及各学科的知识应用于解决问题的过程之中。既可以增加数学学习的挑战性、趣味性, 又可以初步了解数学在各行各业中的应用价值, 激发学生的职业理想。

可以发起校园小花园改造计划的项目。学生要扮演起景观设计师、预算师等角色。设计师要测量场地、按比例画出设计图、考虑不同植物占地面积、生长周期, 这就涉及到测量、比例、几何图形等知识。预算师根据设计方案来估算购买种子、肥料、工具的费用, 学习制定预算和记录开支的方法, 这就和加减乘除、小数运算、预算管理等密切相关。整个项目过程学生以小组形式共同参与、互相协商、解决问题, 这就是“实践共同体”的最好体现。

(三) 利用跨文化故事作为数学学习的背景

故事, 特别是带有不同文化智慧的传说、寓言、历史故事, 是创设数学学习情境的好材料。故事可以自然地引入数学问题, 减少学生对数学的恐惧感, 也有利于跨文化理解。将数学问题融入到故事情节中, 可以让学生在故事情节的发展过程中理解问题背景, 从而产生解决数学问题的欲望。

在教学几何图形和测量时, 可以引入古埃及人测量尼罗河泛滥后土地的故事, 使学生感受到几何学产生的实际需要。学习倍数和因数的时候, 可以讲述中国古代韩信点兵的故事, 引导学生探究余数问题。在讲解指数增长的时候, 可以引用印度古老的传说“棋盘上放米粒”来使学生直观地体会到指数增长的惊人力量。这些来自不同文化背景的故事给数学问题披上了一件生动的外衣, 学生在不经意间接触到世界各地丰富多彩的文化遗产, 拓宽了国际视野, 很好地体现了课程的跨文化特点。

三、情境化学习环境的营造策略

成功的情境化学习，既要有精心设计的情境内容，也要有与情境内容相配套、能够支持探究、鼓励合作、联系现实的学习环境。环境由物理空间、课堂文化、学习工具这三者共同构成，它们一起形成支持性的生态系统，保证情境学习真正发生。

（一）打造支持探究的物理空间

传统的、教师控制的教室布局，即一排排桌椅面对讲台，固化了以知识传递为模式的教学方式，不利于情境化学习的进行。为了使学生可以自主探究、合作，物理空间应该更加灵活、开放、有充足的资源。桌椅可以随意摆放，根据不同的学习活动（小组讨论、项目制作、个人探究、成果展示）随时变动。U形、圆形或者小小组的布局利于学生面对面交流与合作。教室中应设置功能不同的区域，测量工具、几何模型、各种材料的功能区，存放各种书籍、图表、数字资源的查阅区，小组展示、分享创意的成果展示区。空间的设计本身就传达出这样的信息：学习是主动的、多样的、需要动手实践的。

（二）建立鼓励合作与分享的课堂文化

情境化学习重视学习的社会性，所以营造出一种鼓励合作、尊重差异、包容失败的课堂文化十分重要。教师的角色应该由知识的权威传授者变为学习的引导者、促进者、合作者。教师要积极营造出一个安全、平等的对话环境，使每一个学生都有敢于提出自己观点的勇气，即使是不成熟或者错误的观点也应该被接纳，并引导学生学会倾听、尊重别人的观点。教师在小组合作中要指导学生怎样分工、协商、共担责任。创建常态化交流、反思的机制，小组内部交流，班级成果展示都是巩固学习，引发新的思考的重要环节。学生把对方当作学习伙伴而不是竞争对手，一起努力来解决、建构问题的意义。

（三）提供与现实世界相连接的学习工具

学习工具是学习者同世界进行交流的中介，在情境化学习中起着重要的作用。除传统的纸笔、尺规外，课程设计应该积极地使用可以连接虚拟和现实、抽象和具体的现代技术工具。用 GeoGebra 这样的动态数学软件来移动、改变参数从而观察几何图形性质、函数图像的变化，使抽象的代数关系可视化。各种模拟现实情景的应用程序，比如模拟商店购物、模拟城市规划等等，为学生提供沉浸式的

实践活动。互联网本身就是巨大的信息资源库，学生可以借助搜索引擎、在线数据库等途径获得真实天气变化、股票行情、人口增长等情况的信息，并用数学的方法进行分析、解释。各种工具的使用拓宽了数学学习的范围，给学生在一个更大的平台上实践和应用数学提供条件。

第四节 跨文化数学课程的理论框架建构

建构跨文化数学课程的理论框架，即把宏观的教育理念同微观的课堂实践紧密联系起来。框架要对“为什么教、教什么、怎样教、怎样评价”这四大问题做出全方位的回答，使课程的设计既具有理论性又具有可操作性。其目的就是超越单一文化视角的知识传授，把数学教育当成提升学生认知能力、文化理解能力、全球意识协同发展的综合育人过程。

一、跨文化数学课程的目标体系

跨文化数学课程目标体系是一个多维、立体的结构，它不单是知识的传授和技能的培养，更把过程体验、方法习得、情感升华同等重要地对待。其目的就是培养具有深厚数学素养、理解并尊重文化多样性、有世界视野的公民，使数学教育的人文价值和科学价值相得益彰。

（一）知识与技能：掌握核心数学概念

跨文化背景下数学课程的第一个目标就是保证学生掌握基本的概念、核心的技能。这些核心的知识构成了数学学科的基础，也是学生深入研究和发展下去的基石。课程要包含普遍的基础数学知识，例如数与运算、图形与几何、统计与概率等领域最基本的原则，这些原则是世界各国数学发展共同产生的结果，也是人类共同拥有的智力财富。

教学设计要保证核心概念的传授清楚、准确、深入，使学生建立起稳固的知识结构。学生掌握了核心概念之后，就能解决基本的数学问题，进而发展抽象、推理、模型思想等核心数学能力。关键在于对数学本质的理解，而不是机械记忆、重复练习，使学生无论处在何种文化中，都能用数学的眼光去观察世界，用数学的语言去表达世界。

（二）过程与方法：体验多元数学思想方法

跨文化数学课程主要引导学生体会、领悟各个文化里蕴含的数学思想和方法。数学不是单一的，不同的文明在解决现实问题的时候，孕育出了不同的数学智慧。古代中国的算筹、珠算体现出独特的代数思维和计算技巧，古埃及的几何学被用在金字塔的建造和土地面积的测量上，古希腊数学依靠严密的逻辑演绎。

课程应该用世界各地的数学史料、趣味游戏、算法解析、问题情境来引导学生亲历“数学发现”的过程。

1. 学生在对比不同文化背景下计数系统、测量单位、几何应用等的时候，就会感受到数学思想既多样又相通。

2. 通过对“结绳记事”、中国古代“出入相补”原理、印度数学对于“零”的贡献等的探究，学生可以体会到数学方法是如何为特定文化需求服务的。

这不但可以极大地开阔学生的数学视野，而且可以培养学生的从多个角度来考虑问题、解决问题的灵活性和创造性，使学生认识到数学知识是不断发展的、与人类文明进程息息相关的。

（三）情感态度与价值观：培养文化理解与尊重

情感态度与价值观的培养是跨文化数学课程的灵魂所在。它主要表现在，用数学这一共同语言，使学生对世界多元文化有深刻的认识并加以真诚的尊重。学生知晓了不同民族对于数学发展做出的独特贡献之后，就会自然而然地消除“数学中心论”的偏见，从而产生一种平等、包容的文化心态。学习体验早已不是知识的获取，而是世界观的塑造。

课程以数学在不同文化背景下的应用和发展过程为载体，让学生体会到作为人类智慧结晶的数学所展现出的魅力，从而激起学生内心对于学习的兴趣以及好奇心。学生会明白九章算术、几何原本这些都是人类文明的珍宝。跨越时空的智力对话有利于学生树立文化自信、民族自豪感，用欣赏的眼光去审视其它文化成就，从而形成开放包容的全球意识和人类命运共同体的情怀。

二、跨文化数学课程的实施与评价框架

有效的实施策略和科学的评价体系，一起成为跨文化数学课程理念得以落实的双翼。该框架重视教学过程的动态性、互动性、体验性，努力创建起全方位、公正评价学生多元发展的机制。完备的支持系统，即教学资源 and 教师专业发展，

是保证该框架正常运转的根本保证。

（一）实施：强调探究、体验与对话

跨文化数学课程实施的关键就在于改变传统的灌输式教学模式，提倡以学生为主体的探究、体验、对话。课堂应该成为学习共同体，教师是引导者、合作者，而不是知识的唯一权威。教学活动要以有文化内涵、有现实意义的真实问题为依托，引导学生通过动手操作、小组合作、项目式学习等多种方式自主发现和建构数学知识。

体验环节在其中很重要，学生应该亲自参与文化模拟场景活动，在学习曹冲称象故事，理解等量代换思想的同时，也可以通过编织图案来体会对称和变换。对话存在于教学的全过程之中，它不只是师生之间的交流，还应当引导学生就不同的文化背景下数学方法进行深入的讨论与辩论。把学习过程变成一场生动的文化交流和思维碰撞，学生主动探究，自然而然地把跨文化视角和态度内化到自己的学习实践当中。

（二）评价：兼顾过程与结果，多元与公平

跨文化数学课程的评价体系不应该只依靠单一的分数标准，应该建立一个过程和结果相结合、多元和公平并重的综合评价模式。评价的目的不单是甄别、选拔，而且是为了诊断学习困难、激励学生进步、不断改进教学。

1. 评价内容应该全面考虑，不能只看学生对核心数学知识的掌握（结果），还要考察学生在探究活动中参与的程度、合作精神、思维过程以及对文化多样性的认识 and 态度（过程）。

2. 评价主体要实现多元化，鼓励教师、学生、同伴、家长等各方面的人参与到评价过程中来，从而形成评价合力。

3. 评价的方式应该是多样化的，除传统的纸笔测试外，还应广泛使用观察记录、项目报告、作品展示、学习档案袋、情境测验等各种定性、定量的方法来全面地考察学生解决问题的能力以及情感态度。

这样的评价框架可以保证每一个学生无论文化背景如何，都能得到公正、全面的衡量，从而真正促进学生个性化的发展。

（三）支持：提供丰富的教学资源与教师培训

强大的支持系统是跨文化数学课程持续、有效的根本保障。首先要开发并整合出一大批以多元文化为素材的教学材料，即包含各学科领域内有关各种文化的

内容的教材体系、汇集世界各国历史数学资料、教学案例、互动游戏和视频资源的数字资源库以及供学生动手实践的学具、模型等。为教师创设生动的教学情境，组织深入的探究活动提供了坚实的条件。

教师培训属于支持系统必不可少的一个部分。教师作为课程改革的直接执行者，自身的跨文化意识与教学能力的好坏直接关系到课程的成败。因此有必要开展职前和在职培训，使教师对跨文化数学教育理念、目标、教学设计方法和实践途径有充分的认识，并能够将这些理念、目标、教学设计方法和实践途径运用于课堂，从而培养学生的跨文化交际能力。培训应该采取工作坊、观摩课、集体备课、行动研究等多种灵活的形式，把理论学习和教学实际结合起来，使每一位教师都成为自信而卓有成效的跨文化教育者。

第三章 跨文化数学教材的分析与重构

数学教材是课程理念物化的主要载体，也是教师、学生、数学知识之间的纽带。全球化深入发展，对不同文化背景下的数学教材进行系统的分析、重构，是推进我国小学数学课程改革，培养有国际视野和创新能力的人才的前提。

第一节 现行数学教材的跨文化比较研究

对不同国家和地区数学教材开展多层次、全方位的研究，可以发现其中所蕴含的多种教育思想、文化传统和社会价值，给我国数学教材发展提供借鉴。

一、比较研究的维度与方法

为了保证比较研究的科学性、系统性，就需建立一个明晰多维的分析框架。框架应该涵盖教材的显性内容和隐性结构，从知识、呈现形式、价值导向三个方面展开，使用定性、定量相结合的研究方法。

（一）内容选择：比较知识点的广度与深度

不同的文化背景下数学教材所包含的知识点选择、编排存在着明显的不同，主要是广度和深度的取舍。一些国家的教材，尤其是美国等国外国家的教材，更注重知识的广度，课程内容螺旋式上升，包含算术、几何、代数、数据分析等各个领域，目的在于让学生尽早接触到多种数学思想。虽然有利于激发学生兴趣、拓宽视野，但是单个知识点的掌握深度不够。

与此形成鲜明对比的是以中国、新加坡为代表的东亚地区的教材，更重视知识的深度。其内容主要是核心概念、运算技能，重视知识点的系统学习与深刻理解，用变式练习、严谨推导来建立牢固的知识体系。少而精的策略有利于学生打好数学基础、培养运算和逻辑推理能力，但也在一定程度上限制了学生对数学世界广阔性的认识。

知识内容的选择被各个国家的教育传统、考试制度和社会的人才需求所影响。

重视标准化考试的国家,教材内容以考纲为核心,将知识体系的严密性、系统性放在第一位。推崇个性化发展的教育体系的教材会提供更多的选修或者拓展内容,给学生留出较大的自主选择空间。因此,对知识点广度和深度的比较要结合宏观教育环境综合考虑。

(二) 呈现方式: 比较插图、案例与活动设计

教材呈现方式就是教育理念的直接体现,从插图、案例、活动的设计中可以反映出其深层的理念。视觉风格方面各套教材各有特点。欧美教材的色彩十分丰富,使用了大量的卡通画、生活化的图片和幽默的漫画来创造一种轻松的学习环境,以减少学生对于数学的恐惧。此设计突出情境化、趣味性,用视觉吸引力激发学生内在的学习动机。东亚教材插图比较写实朴素,主要是用来准确表现数学概念、几何图形或者解题过程,服务于知识的准确传达,体现严谨求实的治学态度。

案例、活动的构思也有所不同。国外教材常常从学生熟悉的生活情境(购物、烹饪、运动等)出发提出数学问题,在小组合作探究活动的基础上培养学生“做中学”和解决实际问题的能力。案例开放性大,活动具有游戏化与探究性的特点。东亚教材案例多以精心设计、结构化的典型例题为主,目的是示范规范的解题方法和思路,后面的活动多为巩固知识、熟练技能的练习。这体现了建构主义和行为主义学习理论在教材设计中所占的比例不同。

(三) 价值导向: 比较蕴含的文化观念与思维方式

数学教材不只是一种传递数学知识的工具,也是一种文化载体,里面蕴含着特定的价值观念和思维方式,这就是教材的隐性课程。比较教材中包含的价值导向,可以体现不同的文化对于数学本质、学习过程、人才培养目标等深层次的认识。价值取向一般都藏匿在问题设置的背景、人物角色的言行、编者寄语等细节里。

分析不同的教材,就会发现其背后有着不同的文化价值取向。集体主义和个人主义的差异,部分教材重视集体合作解决问题,书中人物经常一起完成任务,体现集体主义思想,也有教材突出个人英雄主义,重视独立思考、竞争和个人成就。2. 过程与结果的权衡,有些教材重视学生尝试多元解法,重视思考过程的展示与交流;也有教材更重视标准答案、最优解法,重视效率、准确性。3. 教材中的师者或者专家角色定位也反映了文化差异,或者将师者或者专家塑造成知识的引导者、合作者,或者将其塑造成知识的传授者、权威的象征。

这些隐藏起来的文化观念、思维方式将会对学生的数学观、学习习惯、世界

观等造成长久的影响。重视严谨、精确的教材，培养出的学生计算能力强、一丝不苟；鼓励探索、创新的教材，培养出的学生思维活跃、敢于质疑。深刻认识这一点，对于审视和改进我国教材的价值引领功能具有十分重要的意义。

二、不同国家 / 地区数学教材的文化特色

世界各国数学教材就像一面面棱镜，不仅折射出教学方法的差异，更深刻地反映出各自独特的文化基因与社会价值追求。剖析这些教材的特色，必须超越表层的呈现形式，深入到其赖以生存的社会文化土壤之中，洞察数学教育是如何与特定的文化环境相互塑造的。

（一）美国教材：实用主义哲学与多元文化社会的映射

美国数学教材呈现出“内容宽泛、情境丰富、技术融合”的特征，这并非偶然的教学选择，而是深受美国社会核心文化观念的影响。

首先，教材设计深受实用主义哲学的熏陶。实用主义强调“知识即行动”，认为知识的价值在于解决实际问题。因此，美国教材极少进行枯燥的纯符号推演，而是大量引入购物、理财、建筑等真实生活情境，并鼓励计算器和计算机的早期介入。这种“从做中学”的编写逻辑，本质上是对美国文化中务实精神、崇尚效率和工具理性的直接回应。

其次，教材强烈的个人主义色彩与多元文化主义密不可分。作为一个移民国家，美国社会极其重视个体权利与个性表达。教材中常见鼓励学生“制定自己的解题计划”、“表达独特见解”的要求，旨在培养独立人格。同时，为了回应社会族群构成的多样性，教材刻意收录不同族裔、不同生活背景的人物案例，试图通过数学教育传递“社会包容”与“平等参与”的价值观，这反映出教材作为社会粘合剂，在缓解文化冲突、构建国家认同中的潜在功能。

（二）新加坡教材：儒家传统与高效精英体制的结合

新加坡数学教材以“结构严谨、循序渐进、模型解题”闻名于世，这种风格是东亚儒家文化与新加坡特定国情深度融合的产物。

一方面，教材继承了儒家文化圈对“双基”（基础知识、基本技能）的重视。在儒家传统中，学习被视为一种需要通过刻苦努力、反复练习（变式教学）来掌握的严肃活动，强调对知识的深度理解和精确掌握。教材中具体的 - 形象的 - 抽象（CPA）教学流程，虽然符合认知规律，但其背后对“抽象化”和“规范化”

的极致追求，折射出的是一种崇尚秩序、严谨和精确的文化心理。

另一方面，教材设计深刻体现了新加坡“生存焦虑”与“精英主义”的国家意志。作为一个资源匮乏的小国，新加坡将人力资源视为国家发展的唯一支柱。教材的高效编排、对解题速度和准确率的隐性强调，实际上服务于其高效的人才选拔机制。通过标准化的知识体系和高效的模型法，确保绝大多数学生能在有限时间内达到高标准的学业要求，这反映出一种务实的、追求绩效的国家治理文化在微观教育领域的投射。

（三）荷兰教材：自由主义传统与现实主义教育观

荷兰数学教材（如基于 RME 理念的教材）摒弃了繁杂的公式堆砌，转而强调“数学化”过程和贴近现实，这种独特的风格深深植根于荷兰悠久的历史文化传统。

荷兰历史上作为商业贸易强国，具有极强的务实精神与自由主义传统。Freudenthal 倡导的现实主义数学教育（RME）认为，数学应当从学生熟悉的现实世界中“再创造”出来，这与荷兰文化中对个体经验的尊重、对形式主义权威的怀疑不谋而合。教材中大量出现的“街道模式”、“生活场景”，体现了教育源于生活、服务于生活的平民化取向。

此外，荷兰社会高度推崇协商民主与宽容精神，这在教材中表现为对“多种解法”的开放态度和对非形式化思维的包容。不同于某些国家对标准答案的执着，荷兰教材鼓励学生通过协商、互动来建构数学模型，允许思维过程的个性化表达。这种编写方式折射出荷兰文化鼓励独立思考、尊重个体差异以及通过“做”来“理解”的匠人精神，是对学生主体性地位的深层文化确认。

三、比较研究对我国教材改革的启示

跨文化比较研究的目的不单是认识他人，更在于深刻地认识自我、发展自我。通过考察其他国家教材的优点和独特之处，可以给我国小学数学教材本土化创新、国际化发展指明清晰的改革路径和策略方向。

（一）在保持优势的基础上，增强文化多样性

我国小学数学教材在建构严密知识体系、培养学生扎实的运算能力方面，具有公认的优势，这是教材改革必须坚守的根本。比较研究给我们的启示是，在夯实的基础上，更加积极地把丰富的文化多样性元素融入进来。这不仅仅是引进各

国的数学家故事、数学游戏或节日问题,更深层次来说,就是让学生体会不同文化背景下的独特的数学思想与方法,比如古埃及分数表示法、玛雅文明的二十进制、伊斯兰世界几何艺术等。

增强文化多样性还应该包含对本土文化的深入挖掘。我国作为一个多民族国家,在各民族的生产生活中孕育出很多数学智慧和独特的数学文化,例如榫卯结构中蕴含的几何原理、民间剪纸中对称的美学、少数民族传统计算方法等等。将鲜活、带有浓郁中国文化气息的元素有机地融入教材中,既可以提高教材的亲合力、吸引力,又可以培养学生的文化自信、家国情怀,使数学学习成为一次面向世界、扎根传统的文化寻根之旅。

（二）平衡知识体系与生活应用的关系

比较研究清楚地显示出我国教材在知识系统性方面具有的明显优势,但是与现实生活联系不够。未来教材改革的核心任务就是找到两者之间更加合理的平衡点。这并不意味着削弱知识的系统性,在鲜活的生活情境中,使抽象的数学知识“活”起来,使学生真切地体验到数学的价值和力量。教材的内容应当更广泛地选取当代社会生活、科技发展、自然现象、学生自身的生活经验。

为解决以上问题,可以增加更多的 STEM 跨学科主题项目实例,让学生用数学知识去解决实际综合性的问题,例如班级图书角设计、春游路线规划、校园垃圾分类调查等等。该类任务可以使学生在真实情境中调动和整合所学知识,实现从学数学到用数学的转变。这有利于冲破数学与生活之间的壁垒,激起学生学习数学的兴趣,养成学生将数学知识迁移到新情境中去的能力,使数学素养的培育落到实处。

教材应该引导学生关注数学对社会发展的贡献,说明大数据、人工智能等前沿科技背后的数学原理,培养学生的宏观视角去认识数学的应用前景。不仅使学生掌握数学知识,还要让学生体会出数学作为一种文化所承载的社会功能,从而促使学生形成更加长久稳定的学习内驱力。

（三）增加开放性、探究性的学习任务

传统的以巩固知识为目的的封闭性习题固然有其价值,但是为了培养学生的创新精神和高阶思维,教材中应该增加更多的开放性、探究性的学习任务。此类任务起点低、入口宽、没有唯一的固定答案或者解题途径,有利于学生自主探索、猜想、验证、交流、反思。可以设计用 100 元为全家人准备一顿营养午餐的预算

规划题，也可以设计一间教室能放多少个乒乓球的估算挑战题。

此类任务可以给学生留下广阔思维空间，使学生跳出机械模仿的舒适区，调动自己已有的知识，发展个性化的解题策略。在探究过程中，学生学会提出问题、分析问题、与人合作、清晰表达观点等，这些比掌握某个具体的知识点更加重要，属于核心的综合能力。教材中可以设置数学探究、数学建模、数学阅读等栏目，系统地给学生提供此类学习机会。增设此类学习任务之后，教材的角色就由原来的单纯的知识呈现者，转变为数学思维发展的催化剂和有效的支架，从而有力地推动课堂教学模式由灌输式向探究式根本性转变。

第二节 教材内容的文化适应性分析框架

对小学数学教材进行文化适应性分析，需要一个理论上有深度、实践中有操作性地分析框架。该框架就如一面多维透镜，可以引领研究者、教育工作者从文化预设、价值取向等多角度去审视教材内容，进而促使教材朝着更加公正、包容、高效的方向发展。建立并运用该框架，就是把跨文化数学教育理念从理论层面真正落实到实践中。

一、构建分析框架的四个维度

为了全面深入地剖析教材的文化适应性，分析框架的建立就显得非常必要。一个行之有效的框架应该具备多维特征，能够从不同的角度去把握教材的文化内涵。在整合现有的理论和实际需求的基础上，得出文化代表性、情境真实性、思维启发性、价值观导向这四个方面。一起形成一个系统、完整、递进式的分析体系，给后面的教材诊断提供有力的理论依据和明确的标准。

（一）文化代表性：是否涵盖多元文化元素

文化代表性是评价数学教材跨文化适应性的第一点。它要求教材内容要冲破单一文化中心的束缚，公平、均衡地表现全世界各个民族、地域和社会群体的文化元素以及数学成就。既体现在教材插图、人名、场景等表层元素上内容的多样性上，也体现为把数学知识置于更广阔的世界历史背景之中加以阐述，并敢于突破以往长期以外来者为主的数学史观。优秀的教材应该让来自不同文化背景的学生都能从中找到文化归属感、认同感，认识到自己的文化在人类知识体系中所占

的位置和价值。

具体分析时,需要考察教材是否提到了中国古代的算筹、《九章算术》、古埃及的几何测量、古巴比伦的位值制、印度-阿拉伯数字系统的出现、伊斯兰世界的几何艺术等非国外的数学成就。同时还要考察现代数学内容在展示时,是否联系到了不同文化背景下的科学家、工程师以及普通劳动者所做出的贡献。梳理人物、历史事件和数学成果的来源,可对教材文化代表性的广度与深度做量化评价,从而找出哪些文化群体得到了充分的体现,哪些又被边缘化或者忽视,进而判断教材是否构建出一个多元、平等的数学知识图景。

(二) 情境真实性:是否贴近学生生活经验

情境真实性维度主要是指数学知识呈现的载体,也就是问题情境。教材中的数学问题不应该脱离实际、抽象无趣,而应该和学生在家庭、社区、社会生活中所接触到的具体情境紧密联系。在跨文化背景下,这一维度显得更加重要,因为学生所拥有的生活经验本身就是多样的、动态的。某个情境对于一部分学生来说是真实的,而对另一部分学生来说却是完全陌生的。因此,情境真实性的核心就是教材能否提供丰富多样的、能够与各种不同的文化背景的学生产生共鸣的问题情境。

情境设计不能仅限于以主流文化模式为基础的印象。教材除包含购物、物品分配等常见场景外,还应增加一些体现跨文化交流、多元社会生活的场景。

1. 经济和社会生活方面:设计不同国家货币换算、不同地区物价比较、国际旅行预算规划、世界人口数据统计图表理解等题目。

2. 文化与艺术:可以通过分析各民族的建筑风格来学习几何图形,用各国传统节日食品配方来学习比例、分数,在介绍对称、平移等概念时,可以用不同文化的装饰图案作为例子。

3. 日常生活与家庭要承认家庭结构、饮食习惯、居住环境的多样性,不能把某一种特定的生活方式预设为标准。在家庭成员计算问题中可以包含核心家庭、大家庭、单亲家庭等。

创设这样真实、多元、富有代入感的情境,可以使数学学习从课本走向学生的现实生活。既可以激发学生学习的积极性,又能使学生认识数学的工具性,还能肯定个体经验与文化背景,使数学课堂成为沟通各种文化之间的桥梁,而不是隔断不同文化的障碍。

（三）思维启发性：能否激发多元思考

思维启发性维度考查教材内容是否利于学生养成灵活开放的数学思维，是否承认并引导学生去探索不同文化背景下各种解题方法和思路。数学不是只有一种“普适”的思考方式，不同的文化经过长时间的发展，形成了各自不同的数学探究方法和认知特点，有的重形象思维、直觉顿悟，有的重逻辑推理、形式演绎。一套具有高文化适应性的教材应该包罗万象，给多元思维方式碰撞、交流提供平台。

因此教材设计要打破标准答案、最优解法的唯一性。可以引入数学史上真实的解法，如比较中国古代的盈不足术和现代方程解法解决同一问题，让学生体会不同的方法的巧妙之处及适用场合。可以设计出更多的开放性、探索性问题，此类问题本身没有固定的答案，存在多种解决方案，让学生根据自己的经验和知识储备去尝试。第三，在例题解析或者练习提示里可以列出几种不同的解题思路，如几何问题可给出代数方法、图形方法，并鼓励学生提出第三种方法。一方面可以加深学生对数学知识本质的认识，另一方面也能体现一种可贵的学术精神，即尊重差异、鼓励创新、欣赏思维多样性。可以让学生明白解决问题的方法并不只有一种，他们的独特想法是受认可、受尊重的，从而培养出更自信、更主动的数学学习态度。

（四）价值观导向：是否传递积极的文化观念

数学教材属于权威性的知识载体，无法回避地会传达某种价值观。价值观导向维度主要是从教材的内容入手，考察文本叙述、插图细节、问题背景等方面的内容是否传递出平等、尊重、合作、包容等积极的文化观念，避免或者批判任何形式的文化偏见、刻板印象和歧视。数学教育的根本目的在于培养健全的人格、负责任的全球公民，而正确的价值观引导就是达成这个目的的前提。

分析教材的价值观导向，就要仔细研究教材中的人物形象塑造。不同性别、种族、国籍的人智慧、能力是否相同？解决问题的时候，是以个人竞争为主还是以团队合作为主？教材里所体现出的诚信、守信、勤奋、互助这些美德是否也体现在故事的情节当中？还要警惕看似无意却可能加深刻板印象的内容，把某一民族和某一职业、社会阶层不恰当的联系起来。一本理想的教材应该用它所包含的内容潜移默化地引导学生形成开放、公正的世界观。它会表现出数学作为全人类共有的智慧成果，是如何由不同的文化背景的人们共同创造，并且被用来解决全

球性的问题（例如环境保护、公共卫生）的。因此，数学课堂不但是知识传授的场所，更是培养学生跨文化理解能力、社会责任感的重要阵地，让学生认识到数学的力量可以也应该服务于促进人类社会的共同福祉。

二、运用框架进行教材诊断的步骤

前面建立的四维分析框架要想付诸实践，必须有一套系统化、规范化的操作流程。这样一种流程可以保证教材诊断过程的客观性、信度和效度，使分析结果不再只是零散的个人感受，而是可以重复检验、具有说服力的科学结论。整个诊断过程可以分成三个互相衔接的步骤：准确地确定分析对象和范围；用严格的方法对数据进行量化、质性编码；综合解读数据得出最终结论。

（一）确定分析单元与样本范围

教材诊断的第一步就是确定分析什么、分析多少。分析单元是内容分析的最小单位，分析单元的确定直接关系到之后编码的准确性。根据研究目的，分析单元可以是一个独立的插图、一道应用题、一个数学概念的定义、一段数学史的介绍，甚至是一个完整的章节。如考察情境的真实性，就以应用题的题目描述、配图为分析单元；考察文化代表性，就以历史人物、地名、特定文化符号等为分析单元。

确定了分析单元以后，必须科学选择样本范围。对一套教材（一般涉及多个年级、多册课本）进行全方位的分析，耗时巨大且不切实际。因此抽样是必要的，抽样方法要根据研究问题来确定，以保证样本最大程度上能代表总体。可以采用随机抽样的方式，即从整套教材中按照一定比例抽取若干页或章节；也可以采用目的性抽样的方式，有选择地选取一些最有可能包含丰富文化信息的章节，例如统计与概率、图形与几何、综合与实践等。无论采用何种抽样方法，都必须对抽样的过程及原因作出说明，保证研究的透明度和可信度。

（二）依据维度进行逐项编码与统计

确定分析样本之后，诊断工作就进入到了核心环节，即编码。编码就是按照分析框架对教材内容进行系统分类、标记的过程。研究者需要事先制定一份详细的编码簿，给四个维度的每一个子项目制定出明确、可操作的判断标准以及对应的编码。以文化代表性为例可以设置“正面呈现中华文化”、“正面呈现其他亚洲文化”、“刻板印象呈现”等编码；在情境真实性维度下可以编码为“个人生活情境”、“社会公共情境”、“职业科学情境”等。

为了保证编码的客观性，一般要求两个或者两个以上的编码员对相同的内容独立编码。编码完成后，计算编码员间的一致性信度（科恩卡帕系数）来检验编码标准是否清楚、编码过程是否可靠。对出现分歧的编码结果，编码员应该共同讨论，根据编码簿的规定协商解决，直至一致。编码之后再对编码结果进行定量统计，即计算各类编码出现的频次和百分比，并做交叉分析。统计不同文化背景人物在教材中出现的总次数，也可以分析不同的数学知识点（代数、几何）与什么情境（城市、乡村）的联系度。从数据中可以清楚地看出教材内容的结构特点。

（三）综合分析，得出诊断结论

数据统计本身不能自动生成结论，诊断的最后一环就是对统计结果进行深入的、结合质性案例的综合分析与解读。分析过程要回到最初四个维度上，对教材在每一个维度上的表现做出系统的回答。这就需要将定量数据同具体的、典型的教材内容案例联系起来，使分析既有宏观的把握又有微观的洞察。当教材中缺少非洲文化代表性时，就要引用具体的一页或者插图来证明这一结论。

综合分析时不能孤立地看待各个维度的数据，而应该注重它们之间的联系。可能出现的是，一本教材在情境的真实性上得分很高，大量地使用生活化场景，但是文化代表性不高，因为这些生活场景高度同质化，只反映了城市中产阶级的生活方式。诊断结论要清楚、准确地总结出教材文化适应性总体情况，指出优势领域以及急需改进的关键短板。结论部分要客观、中肯，用事实、数据作依据，不能有太多的主观评价。这份详细的诊断结论是以后教材改进工作不可缺少的基础性文件。

三、分析结果的应用：从诊断到改进

教材诊断的最终目的不是评判，而是为了引起积极的改变。一份全面深刻的诊断报告的价值，就在于它能否被有效地利用起来，形成一个分析与发展的闭环。分析结果的应用是多层次的，既可以给教育行政部门、出版机构等宏观决策提供实证依据，也可以给一线教师微观教学实践提供具体的指导，最终共同促进数学教育生态的改善和学生文化素养的提高。

（一）识别教材的优势与不足

分析结果最重要的作用就是给教材提供一份精确的“体检报告”。经过四个方面的评价后，教材的文化适应性情况就一目了然了。这就使得教材评价不再只

是模糊、印象式的批评，而是进入了依靠证据、结构化的讨论。报告可以指出教材在哪个方面、哪个具体的指标上表现最好，例如教材在思维启发性上做得很好，系统地将各种解题策略进行比较。教材所具有的这些优势是教材的宝贵财富，在教材的修订和使用中应该被保留下来并发扬光大。

同时可以找到教材存在的不足。这些不足可以是浅层次的，插图中人物形象单一，缺少族裔多样性；也可以是深层次的，问题情境设计带有对某种社会阶层的偏见，或者数学史叙述忽略了非国外文明的贡献。诊断报告用具体的数据、案例来揭示问题，使它无法回避。对章节、单元或者某个习题这样具体的识别，为之后改进工作指出了具体目标，使改进措施更加有针对性，有效。

（二）为教师创造性使用教材提供依据

教材出版以后，在短期内不能进行大范围的修改。这时教师就成了弥补教材不足、实现文化适应性教学的能动者。诊断分析的结果给教师提供了一个进行二次开发、创造性地使用教材的路线图。当教师对教材在文化代表性、情境真实性等各方面的具体缺陷有清楚的认识之后，就会在教学设计中自觉地加以弥补和拓展，由被动执行变为主动建构。

基于诊断报告，教师可以采取多种策略来优化教学过程：

1. 情境改造和补充，如果报告指出教材的情境脱离部分学生的生活实际，教师可以结合本班学生文化构成、社区特点，重新设计或改编应用题，用学生熟悉的人名、地名、生活事件替换原有内容，使数学更贴近学生。

2. 批判性讨论：当教材中出现了刻板印象或文化偏见时，教师不能简单的跳过，而应该以此段落为基础进行反思性教学，引导学生去批判性的讨论，让学生认识到不合理的地方，提高学生媒介素养和跨文化思辨能力。

3. 教师要拓宽并引进资源，就教材的文化代表性而言，教师可以通过网络、书籍等渠道查找、引进与数学史料有关的数学文化、不同文化背景下的数学游戏、算法等，采用专题讲座、项目式学习等形式打开一扇窗，让学生见识到更广阔的世界。

（三）为教材修订提供具体建议

从长远来看，改善教材本身才是根本之道。根据诊断分析得出的详尽报告，可以为教材编写者、出版机构下一次的修订工作提供具体的、可操作的建议。这些建议已不再仅仅是空洞的呼吁，而是和诊断出的一个问题对应一个解决的办法，

大大提高了修改工作的效率和质量。报告可以直接提出增加哪些文化区域的数学史内容,修改哪些带有性别刻板印象的插图。

建议既可以是教材的整体编写理念,也可以是具体的图文等细节。创建包含多元文化元素的姓名、地名、物品素材库供编写者选择,制定一套插图人物多样性的指导原则,在数学史的呈现中必须包含三个以上不同文明圈的贡献,在教师用书中增加专门的跨文化教学提示模块,指导教师如何处理教材中的文化敏感内容等。依靠这样的数据驱动、细致的反馈,小学数学教材的文化适应性就会螺旋式地提高,从而真正成为服务于每一个学生、促进文化理解和社会公平的优质教育资源。

第三节 跨文化视角下的教材重构原则

在小学数学课程中有效地引入跨文化元素,绝不是简单的文化符号的堆砌,而需要一套系统的教材重构原则,给文化融合提供坚实的理论支撑和实践指导,保证文化融合的科学性、教育性和价值统。

一、平衡性原则:本土与世界的和谐统一

平衡性原则是跨文化数学教材重构中最重要的,也是最基本的原则。教材内容的选择要力求本土文化与世界文化动态协调、统一,不能固步自封,也不能盲目西化,目的是培养学生深植本土、胸怀世界的文化自信。

(一) 以本土文化为根基,增强学生认同感

小学数学课程的跨文化建构,理应从学生所熟悉的本土文化环境中开始。深植本土文化即教材要首先深入挖掘、展示中华民族悠久历史里蕴含的丰富数学思想和实践。这样可以有效地把数学知识同学生的生活实际联系起来,大大降低学习的陌生感,从而激发学生的内在学习兴趣。在测量单元中可以引入中国古代的尺、寸,在图形与几何部分可以分析窗棂图案的对称美,在讲授计算的时候也可以适时地介绍算盘的独特原理。

把本土文化中蕴含的数学内容融入教材,其根本目的就是培养学生的民族自尊心、自豪感。当学生亲身感受到自己民族文化中蕴藏的深厚数学智慧的时候,就会在内心深处自然而然地产生起对自己民族文化的自信。自信是形成健康文化

心态的基础，它使学生认识到数学是人类智慧的共同成果，中华文明为数学发展做出了举足轻重的作用。本土文化是滋养学生的一片沃土，是培养未来合格公民不可缺少的前提。

（二）以世界文化为视野，拓宽学生国际观

在植根本土文化的同时，教材重构还应该具有宽阔的世界文化视野。接触、认识不同的民族国家的数学文化，是培养学生的国际理解能力的一种途径。数学是世界通用的语言，它的形成过程里蕴含着各种文明的智慧。因此教材应该精心选择并展示来自世界各地的数学成就。可介绍古埃及人为了建造金字塔而发展出的实用几何学；展示古巴比伦文明的六十进制对现代时间、角度计量的影响；讲述印度数学家对“0”的伟大发现以及十进位值制的贡献；也可以让学生欣赏伊斯兰文化中那些令人惊叹的几何图案艺术。

经过对不同文化背景下的数学实例进行考察之后，人们会发现，每一种民族智慧都值得被珍视、被尊重。正是不同的文明之间互相交流、互相融合，才真正成为了人类文明不断前进的动力。可以避免文化中心主义的倾向，使学生以平等包容的心态去看待理解世界多元文化。广阔的国际视野一方面使学生数学知识的储备变得丰富起来，另一方面也在不知不觉中培养了学生开放、求知的性格。

（三）避免文化猎奇，追求深度理解

在引入世界文化元素的同时要高度警惕一种倾向，文化猎奇。这样的做法仅仅把异域文化符号进行表面的、碎片化的呈现，将其当做课堂的点缀来追求短暂的新鲜感，完全忽略了其背后所包含的深层次的文化内涵以及数学价值。如果只向学生展示印度曼陀罗图案的对称性，而不去探究它的宗教象征意义和几何生成法则，很容易在学生心中形成片面或者刻板的印象。

想要达到深度理解的目的，教材的呈现方式绝不能只停留在猎奇的层面，而应该引导学生去探究文化现象背后所蕴含的数学本质和人文精神。这就意味着每一个文化案例的提出都应该附带对它的历史背景、社会功能以及思维方式等详细的论述。以非洲贝宁的编织图案为例，教材不能只停留在让学生分析几何变换的类型上，更应该向学生介绍其社会身份标识的功能。由此使得数学知识的学习与人文素养的培养同步进行，学生习得了数学技能的同时也习得了如何去尊重、理解一种多元文化。

二、適切性原则：内容与儿童的认知发展相匹配

在确定了文化内容的平衡性之后，跨文化数学课程的设计就必须回到教育的本真上来，即核心是关注学习者自身。適切性原则，所有的文化内容的选择和组织形式都必须严格按照小学生认知规律、心理发展特点来进行。

（一）选择符合小学生认知特点的文化素材

小学生的思维正处在由具体形象思维向抽象逻辑思维过渡的重要阶段，认知发展在很大程度上依靠直观感知和亲身体验。因此，在为数学教材选择跨文化素材的时候，首先要考虑的是那些具体的、形象的、可以直接感知的元素，而不能选择过于抽象的文化概念。最好的素材，就是儿童可以直接通过观察、聆听、触摸、动手操作等方式来体验的。世界各国传统玩具和游戏，如中国的七巧板、欧洲的翻绳游戏等，都是绝佳的素材宝库，它们蕴含着丰富的几何学或者逻辑推理思想，以儿童喜闻乐见的游戏形式呈现出来。各民族的建筑、服饰、食物等，也可以给数学学习提供生动具体的载体。

1. 在低年级时可以加入世界各国的国旗，使学生认识图形的对称、平移；比较不同国家的货币进行简单的认数、换算练习。

2. 高年级学生抽象思维能力逐渐增强的时候，可以适当介绍一些数学史上的名人故事，如阿基米德的浮力定律。但讲述时仍要注重生动有趣，并辅以直观的图示辅助教学，以帮助学生更好地理解这些文化伟人及其卓越的数学成就。

（二）由浅入深，螺旋上升地安排文化内容

適切性原则既要在素材的精心挑选上体现出来，也要在内容的编排结构中体现出来。美国教育家布鲁纳的螺旋式课程理论在此有非常重要的指导意义。该理论认为任何学科的基本概念都可以教给任何发展阶段的儿童。说明同一个跨文化数学主题可以在不同学段中被反复提及和加深，但是每次学习的深度和广度都要有所递进。

历法属于文化主题，在小学低年级阶段，可以从学生熟悉的公历和农历开始，再联系传统节日，让学生大致明白历法与日常生活的联系。中年级时，可以带领学生认识古埃及的太阳历等多元历法文化，并且比较不同的历法在时间单位的划分上存在什么不同。待到高年级的时候，就能探究历法背后所包含的天文观测原理，比如地球公转、闰年的设置规则等，还要把周期、倍数等数学知识结合起来。

螺旋上升式的编排方式符合学生认知发展的规律,同时又能促使学生对同一个文化主题的理解不断加深,从而建构起一个立体的、融会贯通的知识体系。

（三）将抽象文化知识转化为具体学习活动

对小学生来说,最有效的知识学习方式就是通过亲自参与的活动来达成。因此跨文化数学教育不能把丰富多样的文化知识,仅仅当作书本上枯燥无味的文字介绍。适切性原则即要求教育者发挥自身的创造性,把抽象的文化概念转化为以学生为主体、强调动手操作、富有趣味性的学习活动。

“做中学”无疑是把抽象知识转化为具体实践的黄金法则。比起直接告诉学生黄金分割的数值 0.618,组织一场以黄金分割为线索的校园寻宝活动,更能调动起学生学习的热情以及理解的深度。引导学生学习印第安人的结绳记事,用不同的绳结来记录一周的天气,亲身体验古老的编码和数据记录方法。转化过程就是文化知识和数学思维之间搭建一座坚固的桥梁。学生亲手制作埃及日晷、编织凯尔特结的时候,既再现了其中蕴含的数学思考精髓,又实现了深度学习。

三、探究性原则：从文化知识的呈现到文化问题的探究

在内容平衡、适切之后,跨文化数学课程设计的中心目的就是培养学生的探究能力、批判性思维。探究性原则重新定位了教材的角色,教材不再只是知识的呈现者,而应该成为引导学生深入思考、有效引导学生主动学习的组织者。

（一）设计开放性问题,引导学生比较不同文化中的数学

探究之旅的开始,通常都会有一个引人深思的好问题。因此跨文化数学教材不能只是那些旨在回忆事实的封闭性问题,而应该巧妙地设计出更多的能够激发学生深度思考的开放性、比较性问题。这类问题没有唯一的标准答案,其主要目的就是让学生对不同文化中出现数学现象做出仔细观察、严密分析、深入比较和客观评价,从而形成自己的理解。

讲授完各种古代计数法之后就可以提出这样的问题,古罗马数字、中国古代算筹、现代阿拉伯数字这三种记数法各有什么优缺点?设计一个新的计数系统,你会参考它的哪些特性?此类问题可以避免学生被动地接受知识,而促使学生调动已有的知识去进行高阶思维活动。经过跨文化比较与探究,学生会对数学符号、规则的约定性有更深入的认识,知道数学体系不是一成不变的,而是在一定的文化背景之下,为了解决实际问题而创造出来的智慧工具。这对培养学生理性批判精

神与创新意识大有益处。

（二）鼓励学生动手实践，体验文化中的数学智慧

探究性学习不能仅仅停留在思维上，更应该和动手实践相结合。相比于适切性原则注重的是将知识转化为活动，探究性原则下的动手实践更重视复现、体验文化创造过程中遇到的数学难题和智慧。它让学生置身其中，像那个文化里的工匠或者建筑师一样去思考和行动，用亲身经历来体会里面所蕴含的数学原理。

教材应该精心设计出一些具有挑战性的实践活动。学习中国古代建筑的智慧之后，可让学生用有限的材料，尝试搭建一个不需要钉子、胶水的斗拱模型，让他们在反复失败、尝试中体会力学和几何完美结合的独特魅力。介绍波利尼西亚人依靠星象航海的知识时，可以让学生在操场上模拟观星定位，体会在没有现代导航设备的情况下进行空间判断。沉浸式实践活动能够给学生带来书本知识无法达到的顿悟，使文化知识真正内化为学生自身的能力。

（三）支持学生项目式学习，深入研究某一文化主题

项目式学习是探究性原则的最高级应用形态，它把学习的主动权最大限度地还给学生，促使他们就某个深感兴趣且跨文化的数学主题展开持续的、综合性的跨学科探究。该种学习方式可以极大地激发学生内在的学习动机，也能有效地培养学生自主学习、合作探究、解决实际问题的综合能力。

教材可以在某个章节结束或者学期末的时候，专门设置项目式学习单元。教师可以提供“世界古代桥梁中的数学原理”、“不同民族编织艺术与分形几何的关系”、“中国古典园林布局中的空间几何智慧”等一些备选主题，学生自由组合成小组选择或者根据自己的兴趣自定研究课题。学生在项目推进过程中要自主完成资料搜集、实地考察、数据分析、模型构建、报告撰写等各个方面的研究任务。研究编织艺术小组能够了解到不同文化背景下编织技巧的差异，探究其中包含的拓扑学理论，并以数学编织艺术展览来展示自己的成果。通过项目式学习，学生从单纯的知识消费者转变为知识的创造者、分享者，真正达到了跨文化数学教育的深度化、自主化目标。

第四节 本土化与国际化平衡的教材设计

小学数学教材是课程实施的主要载体,教材内容的选择以及组织形式的优劣,直接决定着学生的学习体验好坏,也直接影响学生文化认同感的形成。跨文化背景下的教材设计要具备两方面的特征,第一根植于本土文化,第二又要有广阔的世界观。因此寻找本土化和国际化的动态平衡,创建出既可以体现中华文化的根基,又能吸收世界文明精华的教材体系,就成为当前课程改革的主要议题。

一、挖掘中华优秀传统文化中的数学元素

中华五千年文明史里就藏有丰富的、独特的数学思想和实践成果。把宝贵的传统文化遗产纳入小学数学教材,既可以提高课程内容的亲和力、趣味性,又可以增强学生们的民族自豪感、文化自信心,让数学学习成为一次深刻的文化寻根之旅。

(一) 从建筑、服饰、艺术中发现对称与比例

中国传统文化美学思想与数学原理互相促进,对称、比例的应用尤其明显。古代建筑就是凝固的数学诗篇,北京故宫以一条中轴线作为整体布局的框架,宫殿东西对称地分布在两旁,体现了轴对称的宏伟美。苏州园林用曲径通幽的形式来表现局部对称、整体平衡感,用移步换景的方法把景色布置得恰到好处。教材可让学生观察古建筑的照片或者模型,亲自动手画出它的平面图,体会其中和谐的比例关系,将几何图形的学习与建筑艺术的欣赏结合起来。

传统服饰和艺术里数学的元素处处可见。旗袍的盘扣设计、传统服饰上的刺绣图案多为中心对称或者轴对称。学生在欣赏服饰的时候可以探究图案的构成规律,也可以动手设计对称纹样。中国书画艺术讲究布局章法,其中包含很多比例的智慧。山水画中的三远法(高远、深远、平远)就包含着透视、比例的初步思想。通过分析名家的绘画来了解黄金分割、比例协调等抽象的概念,从而体会数学对于艺术创作的独特价值。

把生活中的数学元素和艺术中的数学元素带入课堂,改变数学知识冰冷抽象的面貌。学生在观察、测量、绘制身边的文化符号的过程中,就会很自然地建立起图形、对称、比例等数学概念。学习方式把数学知识同文化情感联系起来,学生在学习数学技能的同时,也体会到数学是全人类共同的财富,是认识美、创造

美的有力工具,审美素养和文化认同也在潜移默化中得以提高。

（二）从古代算具、典籍中感悟算法与思想

追溯过去,中国先民就创造出具有特色的计算器具,孕育出蕴含智慧的典籍著作,是展示算法发展与数学思想的绝佳素材。了解这些古老的智慧,学生就会体会到数学的发展脉络,也会对算法的本质有更深刻的认识。

教材设计应系统介绍古代计算工具,引导学生在操作与体验中感悟算法精髓。

1. 算筹为古代重要的计算工具,不同的摆放方式表示数字,可以做加减乘除、开方、解方程等复杂的运算。教师可以引导学生用小木棍模拟算筹,通过实际操作来体验位值制思想产生的过程,感受古代中国人用简单的工具来表达复杂的数学关系,本身就对算法思维进行原始训练。

2. 算盘是算筹的继承和发展,由于珠动数出的直观性、高效性而被誉为“世界上最古老的计算机”。教材中加入算盘,不是为了让学生学会珠算口诀和基本运算,而是为了让学生理解算盘档位与数位的对应关系,体会满五进一、借位退位的算法原理。学生在拨动算珠时手、眼、脑三者都参与进来,对培养学生心算能力、程序化思维大有益处。

古代数学典籍就是中华数学思想的综合反映。被誉为算经之首的《九章算术》,用应用问题的形式系统地总结了从战国到东汉时期的数学成就。教材中可以选取适合小学生认知水平的案例,例如盈不足问题,用现代的假设法或者方程思想来解决,与古人的解法进行比较,体会不同时代解决问题的智慧。魏晋时期的数学家刘徽为《九章算术》作注时提出的割圆术,就是用不断增加圆内接正多边形边数的方法来逼近圆的面积和周长,其中蕴含的极限思想、无限逼近的理念,可以用动画或图示的方式生动地展示给学生,使他们初步领略微积分思想的萌芽,激发对数学探究的崇敬之情。

（三）从民俗、节庆中应用数学解决实际问题

数学来源于生活,民俗节庆是生活的重要组成部分,给数学的应用提供丰富而生动的场景。将数学问题同学生熟悉的节庆活动联系起来,可以很好地调动学生学习的积极性,在解决实际问题的过程中体会数学的工具价值和应用乐趣。

中国传统的节日里蕴藏着可以被挖掘的数学课题。春节期间教材可以设计家庭年货采购的综合实践活动,让学生制定购物清单,按照预算去采购,计算折扣、总花费,综合运用加减乘除、百分数、初步理财规划的知识。管理压岁钱时可以

引导学生开立账簿,学习储蓄、利息等知识。元宵节赏花灯时可以研究花灯的几何形状,用其计算材料;端午节赛龙舟可以求它的平均速度(时间、路程)。将数学知识的学习融入真实的文化体验中。

很多民间技艺、游戏都是数学原理最直接的反映。剪纸艺术是最好的几何教学案例。学生在折叠纸、剪出图案的过程中体会到了轴对称、中心对称变换的过程。教师可以引导学生先设计简单的对称图形,再逐步挑战复杂的组合图案,从中体会对称变换的规律。放风筝活动也包含数学智慧,在制作风筝时需要找到骨架的对称轴、重心,在放飞时感受线和地面的角度关系,都包含几何、力学、测量的知识。

数学就不再是孤立的知识点,而是解决生活问题、认识文化现象的有效工具。教材设计应该引导学生走出课堂,到真实的民俗活动中去发现数学、提出问题、尝试解决。“做中学”的模式把知识的应用、能力的培养、文化的传承有机地结合起来,使学生在浓厚的文化氛围中感受到数学的亲切和实用,培养学生的应用数学的意识和解决实际问题的能力。

二、巧妙融入世界多元数学文化素材

小学数学课程重视本土文化的同时,也应该积极吸取世界多元数学素材。既可以拓宽学生对世界的认识,认识到数学是人类共同的智慧成果,又可以通过比较和借鉴来加深学生对数学知识本质的认识,促使学生养成跨文化交际合作的能力。

(一) 介绍不同文明的数学史故事与人物

数学的发展史不是由一个文明线性推动的,而是世界各个古老的文明共同创造的。在教材中加入不同文明的数学史故事及代表人物,可以使学生从更宽、更广的角度去认识数学,理解数学知识的产生背景和人类的需求。

可以给学生讲述古埃及人因为尼罗河泛滥土地需要重新丈量,才发展出几何学的感人故事。通过介绍金字塔的建造过程来使学生感受其中所包含的几何学、测量学的知识,感受古埃及人认识空间、改造自然的智慧。可以引用古巴比伦人所用的六十进制,解释为什么我们今天的时间(时、分、秒)和角度(度、分、秒)还使用着这个古老的计数系统,使学生了解不同进制在人类文明中的运用。

介绍世界范围内数学家的贡献可以极大地激发学生的学习兴趣。古希腊的毕

达哥拉斯学派，除了找到毕达哥拉斯定理（勾股定理）外，还将万物皆数的哲学思想注入到数学里，重视逻辑与证明。欧几里得的几何原本建立了第一个公理化体系，严谨的演绎推理方法至今仍然是数学乃至整个科学的基础。印度数学家对“零”的发明以及十进位值制的完善，在数学史上是很大的一个飞跃。阿拉伯数学家花拉子密的工作为代数学打下了基础。用生动的故事、人物使学生知道数学殿堂是不同肤色、不同语言的先贤共同建造的，从而培养学生的包容性科学精神。

（二）比较不同文化背景下的度量衡系统

度量衡是人类为了适应生产生活而创制的标准化工具，不同的文化、地域历史上形成了各具特色的度量衡体系。比较小学数学教材中系统能引导学生认识测量本质、单位任意性、标准化重要性。

可以从长度单位的比较入手，将中国古代的尺、寸与英制单位中的英尺、英寸以及国际通用的米制单位进行比较。教材可以设计一些有趣的活动，让学生用自己的一步或一拃去量教室的长度，比较不同学生测量结果，体会统一单位的重要性。接着说明英制单位起源的传说，“英尺”据说是由某位国王的脚长决定的，再与以地球周长为单位的米相比，使学生了解不同单位系统所包含的文化逻辑和科学思想。

重量、体积单位也可以做跨文化比较。中国的“斤”、“两”与英美的“磅”、“盎司”以及国际单位中的“千克”、“克”可以放在一起。教材中可以给出各个国家超市商品标签的图片，使学生学会识别和换算这些单位。学习体积时，比较升和加仑、品脱，联系不同国家饮料包装实例，模拟购物情境下进行单位换算，体会不同的计量习惯在日常生活中的体现。

这些比较活动的目的，不只是教学生进行单位换算。深层次的教育意义就是让学生理解数学单位是社会的一种约定，它的形式是多样的，但它的功能是一致的，都是为了实现精准的量化。经过这样的过程，学生可以打破思维定式，认识数学概念的相对性、约定性，养成灵活运用各种标准进行思考的习惯，加深对不同文化生活习惯的认识与尊重。

（三）借鉴国外优秀的数学游戏与谜题

数学游戏、谜题等都是世界各地人们智慧的结晶，用轻松有趣的方式包含着丰富的数学原理，是培养学生的数学兴趣、锻炼逻辑思维的重要素材。在教材中适度地引进国外的优秀的数学游戏，可以大大丰富教学手段，使数学课堂更加吸

引人、有挑战性。

在教材中加入经典的益智游戏。起源于法国的“河内塔”游戏，虽然只是简单的移动圆盘，但是却包含了递归思想和最优解策略，是讲解算法、程序规划的好载体。风靡全球的数独游戏，规则简单，变化万千，可以很好地锻炼学生的逻辑推理能力、观察力、排除法等思维方法。在讲解图论初步知识的时候，可以以著名的哥尼斯堡七桥问题为切入点，这个 18 世纪普鲁士的趣味谜题是图论的开山之作，可以用直观的方式让学生思考点、线、连通性等基本概念。

除此之外还可以加入一些国外的数学棋类和桌面游戏。游戏中有许多把数学概念融入其中的规则，在竞争、合作的过程中不知不觉地使用了数学。以概率、策略为内容的骰子游戏、需要空间想象能力的板块拼接桌面游戏等都能很好地提高学生的数感、空间感、策略规划能力。这些游戏给学生提供了一个“玩”中学的机会，可以缓解一些学生对数学的恐惧心理，使学生在轻松愉快的环境中体会到数学思维的乐趣。把世界性的数学娱乐活动纳入课程中，不仅可以给课堂注入活力，而且能使学生感受到数学作为“世界语言”的通用性、趣味性，促进学生在跨文化情境中交流、思维碰撞。

第四章 跨学科主题学习的课程整合

第一节 数学与其他学科的内在联系

数学不是孤立存在的抽象符号系统，它是普适性的语言和基础性的工具，渗透到其它学科领域里。跨学科背景下探究数学与其它学科的内在联系，是构建整合性课程、促进学生综合素养发展的主要途径。

一、数学与科学的亲缘关系

数学和科学天然存在一种不可分割的关系。数学为科学提供精准的语言，严密的逻辑结构以及强大的计算工具，可以对自然现象进行描述、解释和预测，打开科学研究的大门。

（一）科学实验中的数据收集与分析

在小学科学探究活动中，数学起着至关重要的作用。学生在观察植物生长、记录天气变化或者进行简单的物理实验时，就会用到数学技能来测量、记录、整理数据。用折线图来表示植物每天高度变化的趋势，用条形统计图来表示一周内各种天气的天数。

这一过程不但是学生测量、计算能力的锻炼，更是引导学生学习如何把零散、离散的数据用数学的方法转化为可视化、有规律的图表。学生在分析图表的时候可以直接从图表中发现模式和趋势，从而得出科学的结论。

这就使得数学知识在具体情境中得以运用，从而摆脱了纯粹理论上的计算，使学生真正体会到数学作为一种分析工具的强大之处。跨文化教学中可以加入不同地区物候观察的记录，使学生在比较分析的过程中，体会到数学在各个自然环境的研究中具有一般性。

（二）物理规律中的数学模型

许多基础物理规律的核心就是精确的数学关系。小学阶段不需要复杂的公式推导，但是通过简单的数学模型学生可以对物理世界有一个直观的认识。速度、

路程、时间这三个物理量通过“速度 = 路程 ÷ 时间”这一关系式用数学运算联系起来，学生就可以用定量的方法来描述物体的运动状态。

学生在探究杠杆原理的时候，通过实验发现杠杆平衡时，两边的力和力臂的乘积相等。这个发现本身就是建立数学模型的过程，把物理现象抽象为数学等式。学生通过这样的活动可以初步体会数学建模的思想，即用数学语言来描述和解释世界，体会数学在揭示自然规律方面所起的巨大作用，逐渐养成用数学视角观察世界的习惯。

（三）生物生长中的规律与函数

自然界中蕴含着许多数学规律，生物的生长过程也不例外。花瓣数量、向日葵籽盘排列、蜂巢结构等，都和斐波那契数列、黄金分割等数学模式有着密切关系。在小学课程中可以引导学生去观察不同植物的叶序、花瓣，寻找其中数字规律，在发现的过程中体会生物世界和数学之间的和谐统一之美。生物的生长曲线就初步体现了函数思想。记录蚕宝宝或者豆苗在不同时点的长度或者重量，在坐标图上把这些数据点连接起来，就形成了一条曲线，清楚地表现出生长状况随时间变化的过程。这不仅使学生认识到变量之间存在相互依存的关系，也为学生以后学习函数概念打下了基础，让学生感受到数学研究变化的重要工具。

二、数学与艺术的审美共鸣

数学和艺术看似理性与感性的对立面，但它们在追求和谐、对称、均衡、秩序美的时候又紧密联系在一起。数学的逻辑之美与艺术的视觉、听觉之美互相映照，一起构成了人类对于美的认识和表达。

（一）绘画中的黄金分割与透视原理

绘画艺术里蕴含着许多数学要素。黄金分割比又叫“神圣比例”，在达芬奇的《蒙娜丽莎》等跨越时代的经典画作里都能找到它的踪迹。小学美术课上可以引导学生去了解简单的比例关系，在创作中使用近似于黄金分割的比例，从而体会视觉上的舒适感以及和谐之美。

透视原理就是几何学在绘画中的直接运用。近大远小、近实远虚的视觉现象背后，就是严格的几何投影规则。向学生介绍消失点、视平线等基本概念，并练习画简单的立体图形、场景，既可提高绘画技能，又可以使学生在实践中感受到点、线、面这些几何知识怎样组成三维空间感，从而体会到数学在创造视觉深度

和真实感上所起到的决定性作用。

（二）音乐中的节奏、节拍与分数

音乐内部结构与数学有着密切的关系，可以说音乐就是流动的数学。小学音乐教育中节奏、节拍的学习，给学生理解分数概念提供了一个很好的听觉、动觉情境。

1. 音符本身所具有的时值就是分数体系。全音符为单位 1，二分音符为 $1/2$ ，四分音符为 $1/4$ ，八分音符为 $1/8$ 。学生在打节拍、唱谱子时实际进行的是分数的听觉辨识和加法运算。

2. 四四拍是四分音符为一拍，一小节有四拍。它既是分数概念，又是循环计数的一种。学生通过身体的律动感受强弱拍的规律，进而对分数单位以及整体和 parts 的关系有更深刻的认识。

借助音乐这样一种跨越文化界限的通用语言来学习分数，可以极大激发学生的学习积极性，把抽象的数学概念和悦耳的旋律、有趣的节奏活动联系起来，从而化解学生学习分数的畏难情绪。

（三）建筑中的几何图形与对称美

建筑是“凝固的音乐”，建筑的形态、结构、装饰无不体现数学，特别是几何学的原理。从古埃及的金字塔、中国的故宫，到现代的高楼大厦，都是由各种几何图形构成的，其中三角形、正方形、圆形、圆柱体等就是构成建筑的基本元素。跨文化课程设计时可以欣赏世界各国的特色建筑，辨别其中包含的几何图形，探究这些图形的选择怎样影响建筑的稳定性和功能性。

对称是建筑美学的重要原理之一，轴对称、中心对称、旋转对称经常在建筑设计中被使用来创造庄重、和谐、平衡的美感。让学生观察身边建筑或著名建筑的图片，寻找对称元素，用积木、纸片设计对称的建筑模型，可以加深学生对几何图形、对称性知识的理解，也能培养学生的空间想象力和审美创造力，使学生在数学学习中体会到构造人居环境的秩序与美。

三、数学与人文社科的深度融合

数学思维并不只服务于自然科学，其中包含的量化思想、逻辑推理、空间观念等，也是认识人文社会科学领域的重要能力，可以促使学生形成更加结构化、理性的认识框架。

（一）历史时间轴上的数感培养

历史学科所涵盖的时空范围广，历史事件又错综复杂，而数学中的数轴概念给历史学习带来了有力的思维工具。制作并利用历史时间轴，可以把抽象的年代、纪年、历史事件变成可视、有序的点和线段。不仅可以使学生理清历史发展的一条线索，也可以清楚地反映各个事件发生的时间先后以及时间间隔。在时间轴上计算两个历史事件相隔多少年，或者一个朝代延续了多长时间，都是在具体的情境下培养学生数感，尤其是大数的感知能力的有效途径。在跨文化教学中，可以对比不同的纪年方式，例如公元纪年和中国的天干地支纪年，在换算、比较的过程中更好地理解时间的量度，也可以体会文化的多样性。

（二）地理中的地图、图表与方位

地理学和数学结合最紧密的是地图，地图本身就是数学应用的结果。地图比例尺就是比和比例在现实生活中应用的一种方式。学生在计算图上距离与实地距离的时候，把数学运算同实际联系起来，体会抽象比例在现实中的意义。

地图上的经纬网格是平面直角坐标系的雏形，它教会学生用有序数对精确定位一个地点，是培养学生空间观念和数据表示能力的重要途径。

地理学习中学生还要对人口分布图、气候变化曲线图、资源构成饼状图等各种统计图表进行解读。直接锻炼了他们的数据分析能力，即从图表中提取信息、发现规律、比较、判断。

方向、角度知识在地理中不可缺少，认识基本的东南西北、理解方位角等都离不开几何知识。综合性学习活动把数学从孤立的计算中解脱出来，使之成为认识、描述我们所居住的星球的重要工具。

第二节 主题式学习的课程设计模型

主题式学习模型是跨文化数学课程设计的骨架，把分散的知识点融合成有机整体。依托真实情境，借助有条理的探究过程，在解决复杂问题的过程中使学生对数学知识进行深层次的建构，促进高阶思维的发展，培养跨文化素养。

一、确定跨学科主题：从真实世界出发

主题是学习的载体和情境的来源，一个好的主题像磁石一样吸引学生的注意，

给深度学习提供广阔的空间。选择主题的过程同时也是课程设计的重要一环，会决定学习的宽广、深广和方向。

（一）选择与学生生活密切相关的主题

主题式学习之所以具有生命力，就在于与学生现实生活的紧密结合。当学习的内容和学生个人经历、家庭背景、社区文化相契合的时候，就会有效地激发起学生的内在学习动机。在跨文化背景下，课程设计者应重点选择体现不同文化共性和差异的主题，例如，舌尖上的数学——世界美食嘉年华、社区多元文化地图、不同的文明中时间观念和测量。以“世界美食嘉年华”为例，学生需要使用预算、配比、统计等数学知识来开展活动，同时可以向同学们介绍自己家庭的美食文化，从而认识各地的饮食风俗、食材来源、节日传统。数学学习不再是冰冷的运算过程，而变成了富有生活温度、人文情感的探索之旅。学生在解决问题的过程中自然地使用了数学的思维方式，在潜移默化中加深对各种文化的认识与了解，将知识学习同文化交流融合在一起。

（二）主题应具有足够的探究空间

有生命力的主题要有足够的复杂性、开放性，可以引起不断、多层次的探究。它不应该是一个可以用简单答案回答的封闭性问题，而应该是一个可以衍生出许多子问题的广阔领域。主题的探究空间就是指它能够容纳不同水平学生的学习需要，使学生可以从不同的角度出发，沿着个性化的路径去探究。设计一座未来的跨文化生态城市这样的主题探究空间十分广阔。学生可以从城市人口增长模型（数学）、绿色能源利用效率（科学与数学）、不同文化审美与功能需求的建筑（艺术和几何）、公共交通网络规划（图论和优化问题）、城市资源公平分配方案（社会和经济）等各个方面展开研究。该项目可持续数周或者一个学期，不容易使学生失去积极性。促使学生超越表层信息的搜集，展开批判性思考、创新性建构、系统性分析，从而培养起应对真实世界复杂问题的综合能力。主题探究空间给教师的教学设计赋予了更大的灵活性，教师依据学生兴趣、学习进程调整探究的重点与深浅。

（三）主题要能自然融合多学科知识

跨文化主题式学习最本质的特点就是打破学科壁垒，实现知识的综合运用。主题选择应该成为自然的知识汇聚点，使数学与语言、艺术、科学、社会学等其他学科之间产生有机结合的化学反应，而不是生搬硬套。好的主题可以让学生在

解决核心问题的时候，发现单一学科知识的局限性，从而主动去寻找其他领域的知识与方法作为支持。在“丝绸之路上的数学之旅”的主题里，学生为了计算商队的行进路线和时间，需要用到比例、速度和地图的知识（数学）；为了理解贸易商品的价值，需要研究当时的经济和度量衡（历史和数学）；为了复原沿途建筑，需要用到几何图形和对称原理（艺术和数学）；为了讲述商队的故事，需要进行文学创作（语言）。数学知识的应用场景变得具体生动起来。学生由此可以真正领悟到数学是解释世界、解决现实问题的通用语言和强有力的工具。融合不是为了融合而融合，而是由于问题本身复杂性所决定的，真实的反映了现实世界中知识的综合性、关联性。

二、设计驱动性问题：激发探究欲望

主题确定之后，一个精心设计的驱动性问题就相当于整个学习项目强大的发动机。它可以把宏大的主题聚焦到一个具体的、可以探究的核心问题上，从而激发并维持学生的学习动力，使之贯穿于整个项目之中。

（一）问题要开放、有挑战性

驱动性问题要开放，没有预设的唯一正确答案，给学生的个性化探究、创造性表达留下广阔的空间。此类问题一般用“怎样……”“怎样才能……”等形式提出，让学生提出多种解决方案。以水资源为主题，一个封闭性问题是地球上淡水资源所占比例是多少？而一个开放的驱动性问题就是，如何设计出一个既能使学校节约20%的用水，又能向社区宣传水危机意识的方案？后者不仅要学生查找信息，还要他们去实地调查、分析数据、设计方案、核算成本、开展宣传，是一项综合性很强、难度很大的工作。

问题具有挑战性是因为它可以将学生带入到“最近发展区”中，也就是学生在独立完成有困难，但是在老师或者同学的帮助下可以完成的地方。它要求学生跳出舒适区去学习新的知识，习得新的技能。这不能成为横亘在学生面前的不可逾越的障碍，而应成为能够激发学生学习斗志的“够得着的果子”。解决一个认知复杂的核心问题，学生会得到深刻的学习体验和强烈的成就感，这对于培养学生自信心、坚毅品格来说是非常重要的。

（二）问题要指向核心概念与能力

虽然驱动性问题具有开放性，但是其设计绝不是随意的。教师必须经过仔细

的考虑，使它成为一把可以精准打开核心学习目标的钥匙。既包含课程标准里所规定的数学核心概念和技能，又包含跨文化理解、批判性思维、合作沟通等 21 世纪核心素养。教师在设计问题的时候需要反向思考，为了使最终能圆满回答驱动性问题，他们必须掌握哪些数学知识？必须具备怎样的探究能力？必须形成怎样的文化视角？

怎样使用分数、百分比、数据图表，为来自三个不同国家的虚拟家庭制定一份经济实惠、营养均衡的一周购物计划？该问题直接把学生引向分数的应用、预算计算、数据收集与呈现等核心数学知识的运用。而且它要求学生去研究不同国家的饮食文化、食材价格、营养标准，自然地融入了跨文化探究与社会调查的因素。学生解决问题的过程就是数学计算的实践，也是用数学手段分析、解决带有文化差异的跨学科问题的过程。高质量的驱动性问题，可以将课程目标很好地内化为学生探究的内在需要，使学习过程具有明确的目的性并赋予其非凡的意义。它把项目趣味性与学术严谨性融合得恰到好处，让学生在愉悦的探究中达成预期的教学目的。

（三）问题要能引发学生的好奇心

驱动性问题要具有情感上的吸引力，能点燃学生的好奇心和想象力，使学生从内心产生探究答案的欲望。这个问题最好与学生个人情感、生活经验，或者社会上他们普遍关心的问题紧密联系，或者带有一定的神秘感、趣味性、争议性。如果外星人要到学校参观一天，怎样设计一个时间表，用数学向外星人展示地球上的一天精彩呢？“这个问题有着丰富的想象空间，它把枯燥的数学主题“时间规划与计算”变成了一项新奇有趣的作业。学生会为完成此任务积极思考怎样用数学语言来表达作息、活动时长、先后顺序等概念，从而调动学习积极性。当问题能引起学生情感共鸣或者带来惊奇的时候，学习就不再是枯燥的任务，而变成了一次激动人心的冒险。好奇心激发的内在动机，是使学生长期投入项目、克服困难、深入思考最有力的动力。

三、规划学习进程：从项目启动到成果展示

清晰、系统的学习过程就是主题式学习成功的路线图。它把宏伟目标分为可操作的步骤，使学生经过激发兴趣、建构知识、技能训练到最后产出高质量作品并公开分享的过程。

（一）入项活动：激发兴趣，明确任务

项目的开始需要有精心设计，也就是称之为“入项活动”的活动，它如同一场戏剧的精彩开场一样，目的是为了牢牢抓住学生的注意力，营造出身临其境的真实感以及强烈的使命感。这可以是一封委托方写的求助信，也可以是反映现实问题的震撼视频，可以是一位带任务而来的特邀嘉宾，也可以是一个悬念四起的场景模拟。在社区公园设计项目中，可以邀请一位社区规划师到教室里，给学生正式发出设计邀请，说明社区公园对于社区的意义。活动结束后，教师带领学生对驱动性问题做进一步的探究，运用头脑风暴的方式整理出，我们知道了什么？还要知道什么。后者形成的学习清单成为学生后续自主学习的路线图，使学生从一开始就知道学习目标和任务，由被动接受变为主动探求，真正成为学习的主人。

（二）知识建构与技能训练

这是项目的主要环节，也是学生深度探究、能力发展的主要阶段。教师的角色转变为学习的设计者、促进者和资源提供者，用各种方式给学生的探究活动提供支架。学习过程不是让学生在知识的海洋里无目的的漂泊，而是一场有计划、有组织的航行。

1. 即时教学与工作坊是指针对学生在“求知清单”中列出的共同知识难点或者技能空白，即某一个数学概念（比例尺、数据分析方法）、软件操作技能或者跨文化访谈礼仪等，教师可以适时地开展即时教学或者工作坊，对学生进行有目的的指导和教学。

2. 探究循环与合作学习，学生以小组的形式围绕驱动性问题进行探究。收集数据，做实验、访谈专家，进行调查，整理、分析收集到的信息和数据。数学在这里被当作一种基础工具来使用。不同文化背景的学生互相碰撞、互动会带来不一样的观点、经验，使团队认识变得更丰富，也促进文化交流。

3. 持续的反馈和修正：学习的过程就是不断试错，不断修正的过程。教师用巡视、提问、小组会议等多种形式对学生的进展进行不断的观察，并且及时、有建设性的给学生反馈。同伴互评机制此时也被广泛使用，学生展示阶段性成果，根据评价标准给出建议。不间断的、多元的反馈循环，促使学生对自己的工作进行反思，从而达到提高作品质量的目的。

第三节 学科内涵与主题整合的平衡机制

跨文化背景下开展小学数学课程，主要难题是把严谨的数学学科逻辑和丰富的文化主题结合起来，使两者互相促进而不是互相制约。为了达到这样的平衡，就需要建立一套精密的机制，既保证数学知识体系的完整性、系统性，又用跨文化主题来激发学生学习的积极性，提高学生的综合素养。以学科内涵为基础，以主题整合为枝叶，目的是使知识得到深度内化，学生各方面能力得到全面发展。

一、以数学核心素养为整合的“锚”

充满活力的跨文化主题学习当中，数学核心素养就如一个“锚”，它保证探究过程不会偏离学科本质的航线。课程设计不应是知识的简单叠加，而应该挖掘数学思维方式和核心观念，将抽象的数学能力培养巧妙地融入具体的、生动的文化情境之中，让学生在体验多元文化的同时也能牢固地建立起自己的数学基础。

（一）明确主题学习要达成的数学目标

设计任何跨文化主题项目之前，首先要明确并清楚地表达出该项目所要达到的数学学习目标。这些目标要与我国课程标准相一致，并具体化为可以观察、可以测量的学生行为表现。以“世界古代奇迹中的几何”为主题的项目中，不能只停留在欣赏建筑之美的层面，而应该明确学生完成这个项目后需要掌握的数学知识点，即图形的对称性、比例与尺度、立体图形的识别与展开等。设计者需要把宏大的文化主题拆解成一系列小的数学任务，保证每一个探究环节都能够达成一个或者多个具体的数学目标。

这就意味着课程的出发点是对数学知识体系的深入理解，而不是选择一个吸引人的文化“外壳”。教师应该用反向设计的方法，即先确定单元核心的数学概念和技能，然后找到承载这些概念的最好载体。以数据统计与概率为例，可以选取“各国传统节日饮食习惯调查”这一主题。学生在调查、整理、分析不同文化背景下的节日食品种类和出现频率的时候，就会自然而然地用到数据收集、图表绘制（条形图、扇形图）、概率初步感知等数学知识。此时文化主题就成为数学学习的真实情境和驱动力，而数学目标的达成才是评判项目成功与否的标准。

（二）确保数学思维在项目中得到充分锻炼

跨文化主题学习的价值不仅仅在于使用数学知识去解决问题，更在于用解决

真实、复杂实际问题的过程来加深学生数学思维能力。因此项目设计应该包含足够的认知挑战,使学生经历观察、猜想、推理、验证、抽象、概括的全过程。逻辑推理能力、空间想象能力、数据分析观念、模型思想等数学思维,应该成为项目中隐形的“主角”。学生不仅要计算商品价格、交易总额,还要对不同文化背景下市集布局进行分析(空间几何思维)、探究商品价格随季节变化的规律(函数思想的萌芽)、建立简单的交易模型来预测利润(模型思想)。

为了达到这个目的,教师的角色应该从知识的传授者转变为思维的启发者、引导者。教师要设计出一系列有层次性、开放性的驱动性问题,促使学生进行深层次的思考。从古代建筑用了多少块砖开始。将这类封闭式的计算问题提升到,在学校操场上按照比例复制该建筑某一部分需要用到哪些数学知识?如何设计测量和建造的步骤?此类开放性探究问题。解决后者的时候,学生要调动测量、比例、几何、预算等各方面知识,进行团队合作、方案设计、评价。学生在其中真正地提高了分析问题、解决问题的能力,严谨有序的数学思维品质也得到了实际的培养和锻炼。

二、分阶段落实学科教学目标

为了避免跨文化主题学习变成形式,造成数学知识碎片化,必须采取有系统、有步骤的分阶段实施策略。项目学习全过程可以分项目前铺垫知识、项目中学以致用、项目后思想提炼这三个相互联系的阶段。这样一种结构化的安排,可以保证数学学科教学目标在各个阶段都能够准确、分层、螺旋式上升地落实,从而达到知识学习与能力发展的双赢。

(一)项目前:进行必要的数学知识铺垫

大型跨文化主题项目启动前进行前置性的数学知识和技能教学,是保证项目顺利进行并且达到学习深度的关键步骤。这时好比给即将出发的航行准备充足的燃料、准确的航海图。如果学生缺少必要的数学基础,直接进行复杂的综合性探究,很容易产生迷茫和挫败感,项目探究不能深入,数学学习的效果也会大打折扣。所以教师应该事先分析项目的任务对数学知识的要求,找出学生可能会有有的知识盲点或薄弱环节,并进行有针对性的前置教学。

铺垫教学不能是孤立的讲授,而应该围绕即将要开展的项目情境展开。在学生要设计出一座有多种文化元素梦想花园之前必须具备面积计算、周长测量、比

例尺绘制、预算规划等知识。教师用小任务或者游戏来巩固核心概念。组织学生测量教室面积和周长，分析不同形状花坛的优劣，也可以用地图册学习比例尺在图纸缩放中的作用。

铺垫教学重点在“够用”、“实用”上，目的是为学生搭建进入项目探究的“脚手架”而不是做系统的、详尽的理论讲授。教学内容要以项目中最重要、最直接相关的数学工具为依托，让学生“知其然”，并初步“知其所以然”。这样，学生在进入项目时就会带着明确数学工具和初步的应用意识，解决问题时更加自信、高效，并更专注于如何创造性地用数学来解决跨文化背景下实际存在的问题。

（二）项目中：在应用中深化数学理解

项目实施阶段是整个学习过程的核心，也是学生把前面阶段铺垫的数学知识转化为解决问题能力的“主战场”。这时数学就不再只是抽象的符号、公式，而是将抽象的数学结合具体的传统文化背景和实际探究任务，生动直观地表现出来。学生在实践中进行学习，在动手操作的过程中检验、修正、加深对数学概念的理解。教师的主要任务就是创设具有挑战性的探究性任务，并且在探究过程中起到引导者和资源提供者的角色，帮助学生自主建构知识。

在跨文化主题的驱动下，数学知识的应用变得自然而富有意义。

1. 情境化应用，以“小小环球美食家”项目为例，学生在研究各国菜谱的时候会遇到不同国家的计量单位（盎司和克、华氏度和摄氏度），这时就需要学生运用单位换算的知识来转换。多人份套餐的成本和定价要用到整数、小数四则运算和简单的成本利润分析。

2. 综合性探究，以世界民族服饰中数学图案为探究对象，学生用图形的对称、平移、旋转等变换知识，分析、分解出不同民族服饰上纹样的规律。他们可以利用尺规作图或者编程工具，设计出带有多种文化元素的装饰图案。这不但可以巩固几何知识，还可以培养审美情趣和创新能力。

学生在真实的、复杂的跨文化项目中不断地运用数学，对于知识的理解也不再是线性的、孤立的，而是在不断形成网络化的结构。数学作为一种通用语言，用它来理解、描述不同的文化现象有巨大的力量，大大激发了学生内在的学习数学的动力。

（三）项目后：总结提炼数学思想方法

跨文化主题项目结束的时候不能作为学习的终点，而应该成为引导学生进行

深度反思和知识升华的新起点。项目后阶段的主要任务就是让学生从具体复杂的项目活动中跳出来，回过头来总结整个探究过程，系统地归纳其中所蕴含的数学思想和方法，实现由“术”到“道”的认识转变。该阶段对学生的结构化数学知识体系的构建，以及核心能力的获得有非常重要的意义。

教师要组织学生系统地进行复盘和梳理。引导学生回顾，解决“设计多元文化社区中心”问题时，用到了哪些数学知识？在使用比例、面积、预算、数据分析等知识时，遇到过哪些问题？又是如何解决的？”学生可借助小组讨论、成果展示、反思日志等途径，把散落在项目各个阶段的数学知识点串连起来，勾勒出一张清晰的“知识地图”。更重要的是要提炼出超越具体知识的数学思想方法。教师可以提问，在规划社区布局时，是如何将大问题分解成若干个小问题的？（化归思想）在不确定居民偏好时，又是怎样通过问卷调查和数据分析来做出决策的？（统计思想）我们所画的设计图到底是什么呢？这样引导学生就会在解决问题的过程中不知不觉使用了建模、转化、数形结合等重要的数学思想。这些思想方法就是数学的灵魂，也是学生今后面对新问题时最可宝贵的财富。

三、建立多元评价体系，兼顾学科与主题

为了全方位、准确地评价学生在跨文化项目式学习中成长的状况，必须要建立一个既能考查数学学科知识掌握情况，又能考查跨学科主题探究能力的多元评价体系。此评价体系摒弃了传统的一分定优劣的单一标准，把过程性评价和总结性评价结合起来，关注学生的知识技能、思维过程、合作能力、成果质量等各方面素质，对学生综合素养进行全方位的关注，并且给予正向激励。

（一）评价数学知识与技能的掌握

评价体系的基础仍然是对学生的数学知识、技能掌握情况做出准确的评价。虽然跨文化主题很有吸引力，但是数学学科的目标的实现又是课程的硬性指标。评价要贯穿于项目始终，并且采用多种形式来保证评价的有效性以及全面性。在项目初期可以采用前测或者快速问答的形式，了解学生对于即将使用的数学知识的基础掌握情况，进而开展有针对性的铺垫教学。

项目进行过程中，过程性评价起着非常重要的作用。教师应该像侦探一样细心观察学生在探究活动中所表现出来的情况。在“世界桥梁结构中的数学”项目进行的时候，当学生小组成员讨论如何求出模型桥梁的承重时，教师可以通过走

动、提问、查看他们的草稿来判断学生能否正确使用力学相关的数学公式，是否理解了三角形稳定性的几何原理。学生提交的探究记录、计算草稿、数据分析报告等过程性材料，都是可以作为评判学生数学技能运用的直接依据。

项目结束时总结性评价可以采取更为综合的方式。可以设计一份与项目情境紧密结合的数学测试题，题目背景取自项目中的真实问题，考查学生对核心数学概念的理解和应用能力。根据新桥的设计参数计算出需要的材料、预算等。

还可以让学生写数学学习反思报告，自行阐述在项目中学习和运用了哪些数学知识，解决了哪些问题，遇到了哪些困难，又是怎样克服的。元认知层面的反思一方面可以了解学生真实的学习状况，另一方面也可以促使学生自主建构，加深对数学知识的理解。采用多种角度、多节点评价的方法来对学生的数学能力进行评价，会使评价结果更加立体、准确。

（二）评价跨学科问题解决的能力

跨文化主题学习评价的又一重要维度，就是看学生是否能够综合运用多学科知识解决真实、复杂的问题。它已经超出了单个学科的范围，是学生高阶思维和实践创新能力的一种表现。评价的重点不应是最终答案是否正确，而应该是学生面对开放性问题时分析问题、制定方案、整合资源、执行计划、反思调整的全过程。

教师可以设计专门的评价量规，把问题解决能力拆解成可以观察的指标，比如问题界定的清晰度、信息搜集与筛选的有效性、方案设计的逻辑性与创造性、跨学科知识整合的恰当性、论证的严谨性等。在古代丝绸之路贸易路线规划项目中，一个小组的数学计算准确，但是没有考虑到地理气候对商队行程的影响；另一个小组虽然计算有误，但是能够结合历史、地理、经济等各方面信息，提出一条更可行的路线。评价体系应该能发现并鼓励前者所具有的这种综合探究能力。评价可以使用观察记录、项目中期汇报、方案评审会等多种方法，教师、同学甚至可以邀请校外专家参加，给予各方面的反馈。

（三）评价团队协作与项目成果的质量

跨文化项目式学习一般以小组的形式进行，所以对团队合作的过程以及最终的项目成果的评价也不能忽视。这部分评价目的在于让学生学会沟通、懂得合作、勇于担当，追求卓越的产出，这些都是未来社会所需要的品质。评价团队协作，即看每个成员在团队中所起的作用，沟通是否有效，冲突是否妥善解决，集体决策参与度。可以采用组内互评和教师观察相结合的方法。学生根据评价标准

为同学和自己打分、写评语有利于团队内部反思提高也有利于教师全面了解每一个学生。

项目成果的评价应该是全方位的，成果可以是实体模型，也可以是研究报告，还可以是戏剧表演、数字作品等各种形式。评价标准应在项目开始前就向学生公布，使学生知道目标。除了对数学元素的正确使用、跨文化主题的深入表现做出规定外，还要对成果的创新性、完整性、美观性、展示表达的清晰度作出规定。评价一件体现多元文化数学元素的乐器时，不能只看乐器是否能发出声音，还要看结构设计中是否巧妙地运用了黄金分割、斐波那契数列等数学原理，装饰图案中是否和谐地融合了不同文化的艺术风格，学生能否在最后的展示会上清楚地阐述出自己的设计理念和制作过程。综合、高标准地评价最终产出，可以激发学生精益求精的工匠精神以及对高质量学习成果的追求。

第四节 跨学科数学教学案例开发

跨文化背景下，把数学知识放在真实、复杂的现实情境之中，是调动学生学习积极性、培养学生综合应用能力的重要途径。跨学科主题式项目学习把数学从孤立的符号和运算中解放出来，使数学成为认识世界、解决问题的强有力工具。本节用两个具体的跨学科教学实例，来探究数学与其它学科融合的有效途径。

一、案例：“校园改造设计师”——融合数学、美术、技术

以项目式学习为主线，让学生自己当设计师参与校园公共空间微更新。该项目不仅可以锻炼学生的数学能力，而且可以培养学生的团队合作精神、审美素养和责任意识，使学习过程具有创造性并且有现实意义。

（一）驱动性问题：如何为学校设计一个更舒适的阅读角？

该问题具有很高的开放性和真实性，能很快激发学生参与的热情。它把学习目标由掌握知识变为解决我们身边的问题。问题的目的不是寻找唯一的标准答案，而是促使学生按照自己的需求和体验来开展个性化的探究。不同文化背景的学生对于“舒适”有着不同的理解，有人喜欢明亮开阔的空间，有人偏爱安静私密的角落，有人重视绿植的点缀，有人关注座位的多样化。这些差异给课堂提供丰富的讨论素材，学生在交流碰撞中学会尊重多元视角、寻找共识。

解决问题的过程是完整的探究循环。学生首先要开展需求调查,用问卷、访谈等方式来收集不同年级的学生对于理想阅读角的期望。这是社会性学习的一种,可以培养其沟通与信息整合的能力。接着对现有的场地进行实地考察,分析优劣,为之后的设计提供事实依据。这就促使学生把抽象设想和具体的物理空间限制联系起来,思考可行性与创新性的关系。整个探究过程以问题为出发点,在老师的指导下,学生自主规划、分工合作,得出一个综合性的解决方案,体会到用知识创造价值的成就感。

（二）数学应用：测量、比例尺、预算、图形计算

校园改造设计师项目中数学知识的运用一直存在于项目的主线之中。学生不再是回答事先设计好的数学题,而是主动参与到现实任务当中,从中运用和整合数学工具。测量是项目启动的第一步,学生要分组拿卷尺、米尺等工具,对要改造的区域进行长、宽、高等各项数据精确测量。这是对长度单位(米、厘米)的实际应用,也是对不规则形状处理、数据记录方式、团队合作保证测量准确性等复杂问题的考查。学生在实践的过程中对空间尺寸有了更深的认识。

比例尺把现实世界和图纸世界联系起来。学生需要根据实测结果把大量的现场数据缩减后画到图纸上。必须理解比例尺的意义,选择合适的比例,做准确的换算。3米墙体在1比50图纸上应画多长。这是培养学生抽象思维和空间想象能力的重要过程,也是学生认识到图纸是数学模型的一种表达方式的过程。学生绘制平面图、立面图时对图形与几何的认识也从书本定义转为实际构建。

用数学、经济学原理来制定预算,可以培养学生理财能力、决策能力。学生按照自己的设计方案去通过网络查询或者实地调查所需要的材料(地毯、书架、坐垫、灯具、绿植等)价格。接着制作一份详细的物料清单,用乘法和加法计算出总成本。当预算超出限额的时候,就需要进行权衡、选择或者寻找成本更低的替代方案。经过不断计算、比较、讨论之后,学生就会明白怎样更好地利用各种资源,体会到数学在决策中所具有的价值。

图形计算同样不可缺少,计算铺设地毯面积、估算粉刷墙壁的涂料用量等都需要用到长方形、正方形等基本图形的面积计算公式。部分复杂的图形设计还要用到圆形或组合图形面积的计算。学生在解答这些问题的时候,不但会记住老师在课堂上教的公式,而且也会理解这些公式里所含有的原理以及使用范围,进而实现学以致用目的。

（三）成果形式：设计图纸、模型、预算报告、成果发布会

项目成果是多元、综合的，它既考查学生对数学知识的掌握情况，也考查学生的综合素养。这些成果一起组成了完整的项目档案，立体地表现出学生学习的过程和成长。

1. 设计图是学生空间想象能力以及数学应用能力的反映。一份完整的图纸一般会包含平面布局图、简单的立面图和效果图。在平面图上标出各个功能区的尺寸、家具摆放位置、所用比例尺。效果图可以运用美术学科的知识，用绘画或者简单的电脑软件来形象地表达出心中理想的阅读角的样子。图纸的规范性、准确性，就是用来评价图纸数学应用水平的指标。

2. 实体模型，用纸板、泡沫、黏土等材料按一定的比例制作出阅读角实体模型，增加设计方案的说说服力。模型制作的过程，很大程度上锻炼了学生动手的能力以及三维空间的构建能力。将二维图纸上设计出来的图纸转化为三维实体，需要准确的计算和巧妙的构思。模型不但是设计的直观表现，也是团队合作、创造性的物化体现。

3. 预算报告，这是份严谨的数据文件，它很好地体现出学生所具有的财经素养和数据处理能力。报告中将汇总所有的采购项目名称、规格、单价、数量、总价和总预算。一份优秀的预算报告还应附带简要的说明，解释一些项目的选材原因，当预算紧张时还要提供替代方案。这就要求学生会计算，也会清楚、有条理地呈现数据。

4. 成果发布会是项目最后一环，也是学生展示自己、交流思想的地方。各个小组就像是一个真实的设计小组，就自己小组的设计方案向老师、同学、学校领导等评审团进行汇报。他们要依靠 PPT、设计图纸、实体模型等手段，把设计理念、方案亮点、数学应用过程、预算规划等内容表达清楚。问答环节还要为自己的设计进行辩护，回答质疑。这个过程对学生的逻辑思维、语言表达、公开演讲的自信心有极大的锻炼作用。

二、案例：“小小生态学家”——融合数学、科学、信息技术

该案例把学生带入到大自然中，选择校园里种植的植物为研究对象，开展为期一个学期的长期探究活动。学生充当生态学家，将数学当作科学探究的语言和工具，经过从数据搜集到得出结论的完整科学过程，对生命与环境有深刻的认识。

（一）驱动性问题：校园里的植物生长有什么规律？

该驱动性问题同样具有很强的探究价值，把学生的视线从教室引向校园，使学生用科学的眼光去观察和思考习以为常的环境。问题的开放性在于“规律”这个词，它并没有给学生指明具体的探究方向，学生可以根据自己的兴趣关注不同的子问题，比如不同种类的树木，叶片形状有什么数学规律？向阳处和背阴处的同种植物生长速度有何不同？季节变化会对植物的颜色、形态造成怎样的影响？自主性极大的保护了学生的好奇心。

在跨文化教学中，此项目给不同的学生一个共同的研究与讨论的场所。自然是全人类共同的语言，不管学生来自哪里，对植物生长都有兴趣。探究过程中学生会分享自己家乡特有的植物知识，交流与植物有关的文化习俗，无形中促进文化的交流与理解。项目以小组为单位，按照计划定时对所选定植物进行观察、测量和记录。长时间、持续性的任务养成学生的责任心、耐心、严谨的科学态度。他们学会了怎样和同伴合作、怎样系统地记录观察的结果、怎样从纷乱的现象中找出秩序和模式。

（二）数学应用：数据收集、制作图表、分析趋势、预测

数学在此项目中成了科学说理的基础。学生所有的结论都必须要有可靠的数据和严谨的分析作为依据。数据收集是探究的开始，学生要设计一份科学的观察记录表，确定记录要素，即日期、天气、植物高度、新生叶片数量、叶片颜色变化等。他们要学习用统一的标准进行测量，保证各个小组、各个时期所收集的数据具有可比性。这就形成了他严谨的工作作风以及对数据源质量的重视。

制作图表属于数据可视化的关键步骤，也是把分散的数据转化为直观信息的桥梁。学生将收集到的数据输入到电脑上，学习用 Excel 或者在线图表工具画各种统计图表。他们要依照数据的种类以及探究目的，挑选最适合的图表形式。用折线图来表示一株植物在几周内高度变化的情况，可以清楚的看到它的生长趋势；用条形图来表示不同位置植物平均叶片数量的差别，就可以看出环境对植物的不同影响。学生在亲手制作图表的过程中，对各种图表的功能有了深刻的认识，信息技术应用能力和数据表达能力也随之提高。

数据分析是探究活动的中心，也是思维含量最高的部分。学生应该仔细观察自己所做的图表，从中找到隐藏的模式和趋势。他们会发现，在某个特定的时期里植物的生长速度很快；或者阳光充足处的植物比阴暗处的植物要长得更高。教

师使用简单的数学概念去引导学生做数据分析工作，比如求生长的平均速率、比较增减的幅度等等。学生不再只是记忆数学概念，在解决问题的时候会主动去理解并运用数学概念，从而让思维能力得到质的飞跃。

在数据分析的基础上学生就可以进行科学的预测。他们根据折线图的发展趋势来估计这株植物下周大约能长多高。尽管预测不一定完全准确，但是它建立在已有数据和逻辑推理之上，是科学思维的一种重要表现。学生在对比预测结果与实际观察结果之后，会修正自己的认识，加深对植物生长规律的认识，从而感受到科学探究的乐趣。

（三）成果形式：观察日记、数据分析报告、生态地图

项目成果形式多样，既是对学生探究过程的全面记录，又是展示学习成果的一种有创意的方式。观察日记是学生长期坚持记录，在其中不仅有定量的测量数据，而且有定性描述、手绘植物形态图和自己的感悟思考。这本日记是学生同自然对话的记载，是学生观察细致、情感丰富的一种表现。

数据分析报告是一份更为正式的科学文档。学生需要在这份报告里系统地呈现自己所收集的数据、制作的统计图表，并用文字清晰地说明从数据中发现的规律和得出的结论。该份报告主要体现的是学生逻辑思维、数据处理、书面表达的能力，是学生数学应用、科学探究能力的综合体现。

生态地图属于项目里最具创造性的成果之一。学生按小组绘制学校平面图，在地图上用不同的颜色、图形和图例代表学校内各种植物分布的位置、品种以及生长情况等。它既是科学成果，又是艺术品，把数学的精确性（位置、比例）、科学的知识性与美术的审美性结合起来，体现跨学科学习的理念，也是学校的一份珍贵资料。

第五章 数学思维能力的培养策略

数学教育的主要目的就是培养学生的思维。本章主要对小学生数学思维发展规律进行研究，分析个体差异以及常见的障碍，并给出系统化的培养策略，为课程设计提供理论依据与实践指导。

第一节 小学生数学思维发展特点分析

了解小学生各个阶段数学思维的特点，是设计符合学生认知规律的课程的前提。本节要详细分析思维发展的过程，目的是找出其阶段性和连续性，为精准教学打下良好的基础。

一、从具体形象思维到抽象逻辑思维的过渡

小学生数学思维的发展是具体到抽象的一个过程。此过程具有明显的阶段性特点，把握各个阶段的主要特征对引导学生思维的发展有重要的意义。

（一）低年级：高度依赖实物与直观教具

低年级的学生，尤其是低年级的学生，一二年级的小朋友他们的思维活动同具体可感的实物联系在一起。数学的概念理解，例如数的概念、加减法等等，大多数都需要依靠具体的事物来达成。只有经过数小棒、摆积木等动手操作活动，学生才有可能形成数量与数字之间的联系。缺少了具体的支撑物，就无法进行独立思维。充分说明了他们的思维活动还不能在纯粹的符号层次上进行，必须依附于具体事物。

在该阶段，直观教具有着不可替代的作用。教师要善于使用模型、图像、多媒体动画等手段，把抽象的数学知识转化成形象化的视觉信息，以减轻学生的认知负担。课程设计要充分考虑到这一点，创设丰富多样的教学情境，给学生提供足够的动手操作的机会。让学生在“做”中学习、在“玩”中思考，通过亲身体验和感悟来内化知识，这是促进学生思维发展的根本途径，也是其由外部操作活

动向内部思维活动转变的必要条件。

（二）中年级：开始借助表象进行思考

三四年级小学生思维发生质的飞跃。他们渐渐摆脱了对实物的完全依赖，可以在头脑中形成并保存事物的表象，用它来进行初步的思维活动。计算一道应用题的时候，他们不需要摆实物了，而可以在头脑中构建相应的情境和数量关系来解答。

这阶段为学生由具体形象思维向抽象逻辑思维的过渡。学生已经接触并初步理解了小数、分数的基本概念，可以进行多步运算。在解决问题的时候会用到分析、比较、综合等基本的逻辑思维方法，体现出思维水平明显提高。教师应该能够及时发现这方面的变化，并作出正确的引导。

因此课程设计要充分利用这一特点，引导学生画线段图、示意图等把问题中的数量关系可视化，把头脑中不稳定表象外化、固化。半具体、半抽象的思维工具，既有利于学生整理思路，理清各个量之间的关系，又为今后进入高年级，进行更为复杂的纯粹逻辑推理和代数思维打下良好的基础。

（三）高年级：抽象逻辑能力逐步发展

五年级、六年级是小学生抽象逻辑思维能力充分发展的时期。这时他们已经可以脱离具体的形象支撑，直接对数学概念、符号、关系进行逻辑的思考和推理。他们可以初步地运用假设、归纳、演绎等思维方法去解决问题，并且对代数思想、空间与图形之间的深层次关系、比例与概率等内容有更好的接受能力。这就意味着他们的思维水平正在向更高的层次发展。

此时学生不再只是求问题的答案，而是在解题过程中更重视逻辑性、严谨性，并开始对解题方法的多样性以及科学性进行审视。可以对比、评价不同的解法，思维的批判性、独立性也随之提高。因此课程设计中应该加入更多的探索性、开放性问题，给学生更多的自主探究和合作交流的机会。培养学生的提问能力、分析问题能力、解决问题能力，这是提高学生逻辑思维能力的主要任务，也是为学生将来升入中学学习数学做好充分准备的重要环节。

二、常见思维障碍与应对策略

学生在数学学习过程中会出现各种各样的思维障碍，思维障碍会影响学生解决问题的效率和质量。及时发现并采取有效的解决办法，是提高教学质量、促进

学生思维发展的必由之路。

（一）思维定势：鼓励多角度思考，打破常规

思维定势又称思维惯性，是学生在解决某一类问题时所形成的一种固定的、程序化的思维方式。遇到新问题或者情境发生变化的时候，如果继续用原来的方法来解决问题，常常会导致无法解决。学生学会了求一个数比另一个数多几的数用加法之后，遇到问题变成“已知一个数比另一个数多几，求另一个数”时，不加思考地使用加法运算，这就是典型的思维定势。

思维定势在一定程度上可以提高解决常规问题的熟练度，但是它会严重地束缚学生的思维的灵活性、创造性，甚至成为创新思维的桎梏。为了有效地打破思维定式，课程设计应该系统地加入变式教学。教师可以改变问题叙述方式、数据特点、图形结构或者提问角度来创设新的情境，使学生认识原来的方法存在的局限性，从而重新审视数量关系，找到新的突破口。

提倡“一题多解”，是打破思维定势的又一条有效途径。学生在比较不同的解题思路时，就会逐渐产生数学方法多种多样、丰富多彩的意识，从而养成从多角度、全方位分析问题的习惯。老师可以引进一些特殊的解题思路或者算法模型，例如介绍中国古代《九章算术》的解题智慧来拓宽学生的思维空间，让学生了解解决数学问题的方法并不是唯一的一种。

（二）思维惰性：设计挑战性任务，激发探究欲

思维惰性就是学生不主动去思考，满足于被动地接受知识、照搬解题步骤。常常害怕碰到难题，没有钻研精神和探究欲望，习惯于依赖老师和同学来提供现成的答案。如果一直这样下去，就会造成学生思维能力的萎缩，甚至丧失学习数学的兴趣和信心。该现象普遍存在，其根本原因往往是没有成功的经验以及内在动力。

应对思维惰性的主要策略，就是设计出可以激发学生内部动机的任务。课程设计应该包含一定难度的、有挑战的任务。这些任务不能太简单以至于无聊，也不能太难使人望而生畏。它们应该处在学生的最近发展区，即学生独立完成有难度，但在教师或同伴的帮助下可以解决。经过“跳一跳，摘桃子”的过程，学生就会获得持续的成就感，从而激发起探究的热情。大力开展探究式学习活动，让学生在合作交流中自主发现规律、建构知识，也是把传统被动学习转变为积极主动建构的一种方式。

（三）思维无序：教授思维方法，如画图、列表

思维无序指的是学生遇到稍复杂的问题时，头脑一片混乱，不能抓住主要的信息，理不清数量之间的关系，思考过程没有条理性、逻辑性。他们不是简单地将题目数字随意加减乘除，就是反复阅读题目仍不能确定从何着手。这样一种思维状态直接造成了解题效率低、错误率高，是数学学习中的大碍。

造成思维无序的根本原因，就是学生还没有掌握有效的思维工具和方法。因此教学的关键在于授人以渔，即向学生系统地传授一些可视化、程序化的思维策略，使他们把混乱的思维过程变得有条理、有结构。好比思维的手脚架，支持学生一层层分析问题，最后达成问题的解决。

具体的策略多种多样，教师需根据问题类型进行选择并开展针对性训练。

1. 运用线段图直观表示各量之间的大小、和差、倍数等关系，对于解决各类应用题均非常有效。

2. 列表策略，当问题包含多个变量或者多种情况的时候，用列表将信息分门别类地整理出来，使各个关系一目了然，便于发现规律或者有序枚举。

3. 从问题入手分析的策略（逆向推理）：从要求得出的最终结果开始，一步步地反问怎样得到这个结果需要哪些条件，直至找出所有已知条件，得到一条清晰的解题思路。通过明晰的教学，反复练习，有助于学生对这些方法进行内化。

第二节 数学思维能力的内涵与结构

数学思维能力是数学素养的核心和精髓，它不是单一的技能，是由多种认知能力组成的复杂系统。在跨文化背景之下，理解并培养小学生数学思维能力，首先要从分析其内在构成和层次入手。这既关系学生数学知识掌握的程度，又决定着学生能否用数学的眼光去认识世界、解决问题，进而真正形成深厚的数学素养。

一、数学思维的核心要素

数学思维的核心要素就是构成数学思考的几种基础能力。它们如同建造数学殿堂的牢固根基，给高层次的思维活动赋予支撑。培养的这些要素存在于小学数学教育全过程之中，在不同的文化背景的教学情境下还会出现自己特有的训练方式和重点。

（一）逻辑思维能力：归纳、演绎、类比

逻辑思维是数学思维的骨架，保证思考过程的严谨性、条理性。小学数学阶段逻辑思维能力的培养，主要是以归纳、演绎、类比这三种基本形式为依托。归纳，即从许多具体、特殊的例子中找到并概括出一般性的规律。学生通过观察 $1+3=4=2^2$ 、 $1+3+5=9=3^2$ 、 $1+3+5+7=16=4^2$ ，可以归纳出从 1 开始的连续奇数之和等于项数的平方。它促使学生大胆推测、寻找规律，是发现数学的重要途径。

演绎就是由一般性的原理或者规则，推出某个特定情况下结论的思维过程。它是逻辑推理中最常见的形式，数学学习中表现为用已有的定义、公理、定理、法则来解决具体问题。学生掌握了三角形内角和为 180 度的定理之后，就可以演绎出任意一个直角三角形的两个锐角之和必为 90 度。此过程目的在于培养学生思维的严密性、确定性。

类比就是通过比较两个或者两类对象之间某些属性的相似性，进而推断其它属性也可能相似的一种推理方式。它在引入新知识的时候起着重要的作用，可以促使学生形成旧知与新知之间的有效联系。在教授圆的面积公式时，可以参照平行四边形面积公式的推导方法，将圆切割、拼接成一个近似的长方形来求出圆的面积公式。类比思维是产生数学直觉和创造性思维的肥沃土壤。这三种逻辑思维方式互相配合，共同构建起学生进行数学推理论证的基础。

（二）运算求解能力：准确、灵活、简洁

运算求解能力是数学能力的体现，运算求解能力不单要求学生得出正确的答案，更注重运算过程的质量和效率。虽然不同的文化背景下的课程设计中具体的计算技巧会有所不同，但是运算求解能力所要求的准确性、灵活性、简洁性等核心要求却是一致的。

准确性是运算的生命线，要求学生在计算的时候一丝不苟，对数字、符号、步骤都能清楚地识别出来并准确地进行操作。培养准确性要从审题、列式、计算、验算、书写等各个环节养成严谨规范的习惯。多位数乘法中任何一个数位的错漏都会造成结果出错。这就需靠不断的练习和反思把严谨内化为学生自觉的行为。灵活性就是指解决问题时，根据具体情况进行选择，而不是墨守成规。 25×12 这样的题目，学生可以采用竖式计算的方式求解，也可以将题目转化成 $25 \times 4 \times 3$ 的形式，利用 25 乘 4 等于 100 的特点来简化运算。这就使学生可以从不同的角度去分析问题，找到多种解题途径，体现了思维的开阔性。简洁性属于

数学美学的一种表现形式，它体现为在诸多解法当中挑选出最优越、最简便的一种方法。不仅可以提高运算效率，还可以体现学生对数学知识本质的理解。面对复杂的运算，善于观察，善于运用运算定律，问题就变得简单了，也更清楚了。

（三）空间想象能力：识图、想象、变换

空间想象能力是指在头脑中构造、操作、变换几何图形的能力，是学习几何乃至整个数学科学不可缺少的重要能力。跨文化背景下学生所处的物理环境、文化产品（建筑、玩具等）的不同，都会影响到学生该能力的自然发展，在课程设计中必须对其进行系统的培养。

1. 识图：这是空间想象的基础，就是能从二维的平面图形中识别、理解三维几何体。小学生要会看三视图（从正面、上面、侧面看到的图形），能根据三视图还原出几何体的基本形状。根据给出的几何体三视图，判断由几个小正方体搭成的几何体所用的小正方体数量和组合方式。

2. 想象就是头脑中形成清晰、立体的几何对象表象的能力。当教师描述一个长方体的长、宽、高时，学生脑海中应该能浮现出具体的长方体形象，能“看到”它的六个面、十二条棱和八个顶点。心理建构是做更为复杂的空间操作的前提。

3. 变换：属于较高一级的空间想象能力，指的是在头脑中对于几何图形进行动态运动的能力，即平移、旋转、翻转、缩放等。想象正方形绕着它的一条边旋转一周会形成圆柱体，轴对称图形的一半可以准确地画出它的另一半。经过这样一种动态的心理演练之后，学生对于图形之间的内在联系以及变化规律会有更为深刻的认识，从而为解决复杂的几何问题奠定了良好的基础。

二、高阶数学思维的培养

高阶数学思维是在核心要素的基础上发展起来的，更加复杂而深刻的思维能力。它表明学生由原来以模仿、记忆为主的学习方式，开始向以主动建构、探索、创新为主的学习方式转变。培养这些能力是小学数学教育由“学数学”向“做数学”飞跃的关键。

（一）数学抽象能力：从具体到一般的提炼

数学抽象是数学的本质，也是数学思维的中心。它就是从大量的具体事物或者情境中，去掉那些非本质的、具体的物理属性，提炼出共同的、本质的数量关系和空间形式的过程。小学阶段是培养数学抽象能力的起始阶段，一般按照由具

体到表象再到抽象的认知规律。儿童最初是用对物品的实际操作来领悟数学概念。数3个苹果、3支铅笔、3个积木时，他们不再看物体的颜色、大小、材质等属性，只看它们共同的属性“数量3”，从而得到自然数“3”的抽象概念。第一步就是把具体的物件中提炼出纯粹的数学概念。

随着学习的深入，学生开始借助半具体的表象（图片、圆点图、线段图等）来思考。这是具体思维到抽象思维过渡的桥梁。学生看到的是把一块蛋糕分成四块，其中一块涂了颜色表示四分之一。之后会发现同样的概念被用在圆形、正方形、一条线段上。

最后学生需要能用单纯的数学符号（数字、字母、运算符号）来表示并操作这些抽象的概念。用 a 、 b 表示任意两个数来阐述加法规律，认识加法交换律的普遍意义就是数学抽象能力的提高。整个小学数学学习的过程就是不断经历、实践数学抽象的过程，为代数思维以及以后所有的数学学习打下了坚实的基础。

（二）数学建模能力：用数学解决实际问题

数学建模就是将现实世界中的复杂问题简化、抽象成数学结构，然后通过解决数学问题来为现实问题提供解决方案的过程。培养小学生数学建模能力，是联系数学与生活、发展应用意识的有效途径。这样可以使得学生切实感受到数学的价值与力量，从而激发学生学习数学的内在动机。小学阶段的数学建模一般都以简化的形式出现，过程大体上可以分为以下几个步骤。首先是问题情境，即从学生熟悉的生活中选取一个情境，引导学生在其中发现问题、提出问题。班春游有32名同学，每辆面包车限乘8人，需用几辆面包车“以人为本”是本研究的主题，反映和强调了人和事物之间存在的密切关系以及其价值所在。以人为本具有社会发展的核心价值观。从文中的人机互动关系可以看出，核心思想是社会责任感

其次就是建立模型，即引导学生分析问题中的关键信息和数量关系，把问题转化成数学问题。在上述例子中，学生要找出总人数32和每辆车的人数8，并认识到这是一个包含除法的问题，于是就建立数学算式 $32 \div 8$ 。然后就是模型求解，即用已有的数学知识与技能求出数学问题的解。此处学生可以利用乘法口诀或者除法运算得出结果为4。最后就是解释和应用，即把数学的答案回归到实际情境中进行解释，作出决策。结果4为需要四辆面包车，经过从模糊的现实问题出发、清晰化、数学化的过程，最终达到成功解决问题全貌。

（三）数据分析观念：基于数据做出推断与决策

数据分析观念是数据时代生存发展所必需的思维能力和方法，是个体对数据进行处理分析的素养体现。小学阶段培养学生数据分析观念，使学生初步学会收集、整理、呈现、分析数据，能根据数据做出简单的判断和决策，养成用数据说话的习惯。培养观念一般按照数据处理全过程的顺序进行。数据搜集是第一步，学生要学习用简单的调查、观察或者实验的方法主动获取有价值的信息。班级开展“最喜欢的水果”小调查，获取全班同学的偏好数据。

数据整理与呈现，是对收集到的原始数据进行分类、计数，用象形统计图、条形统计图等合适的图表将数据清晰、形象地展示出来。用统计图来表示数据，原本零散的数据就会变得一目了然，便于观察、比较。数据分析为关键环节，学生应能从图表中读出信息并做初步的分析。找出人数最多的选项、人数最少的选项、各个选项的具体数值，比较不同的选项之间的差异。进而学生可以利用数据做出简单的推断和预测。通过对本班学生对水果喜好的调查得出“苹果在本班最受欢迎”的结论，并据此提出班级联欢会采购水果的建议。经过这样一个完整的实践过程，学生渐渐明白数据里蕴藏着丰富信息，学会依靠证据去思考和表达，数据分析的观念也就自然而然地形成了。

三、数学思维的综合性表现

数学思维的综合性表现，就是上述核心要素、高阶思维在解决问题的过程中有机融合、外显的体现。它不再是孤立地使用单一能力，而是在个体面对具体情境的时候，自然而然地表现出来的整体数学素养。这在观察世界的角度、交流思想的方式、解决问题的策略选择上都有所体现。

（一）数学眼光：用数学视角观察世界

数学眼光是用数学的视角去观察、理解、思考周围现实世界的一种意识和能力。即在日常生活中，自觉或者不自觉地发现其中所包含的数量关系、空间形式、模式规律。具备数学眼光的人看到的不仅仅是事物本身，更多的还是事物背后隐藏的数学结构。走在街上可以观察到建筑物的对称美、地砖密铺的原理，购物时比较各种商品单价的技巧以及打折策略的本质。

培养学生的数学眼光，就是把课堂所学的抽象数学知识同现实生活联系起来的过程。这要求课程设计不能只停留在课本习题上，而应该引导学生走出课堂，

走进生活,发现并提出数学问题。学生学会了“平均数”之后,教师可以组织学生调查并计算家庭一个月的用水电费、同学们的平均身高;学生学完“图形的运动”之后,可以引导学生寻找生活中的平移、旋转现象。当学生开始用多少、大小、长短、形状、规律等词去描述生活中的现象时,他们的数学眼光就形成了。这是由被动接受数学知识向主动运用数学解决问题的转变过程,是数学素养内化于心的一种表现。

(二) 数学语言:用数学方式表达与交流

数学语言是进行数学思维和交流的工具,也是数学学科区别于其他学科的一个主要特点。以精确的自然语言、独特的数学符号、直观的图表组成的一套严密的体系。数学语言具有准确性、抽象性、简洁性这三个特征。培养学生的数学语言能力,就是让学生能够理解并且运用这种语言,清晰、准确地表达自己的思维过程和结论。培养这种能力的过程是双向的。一方面是“读懂”,即学生能正确理解数学教材、习题以及老师课堂语言中包含的数学信息。能区别除和除以的区别,从复杂的应用题描述中找到数量关系。

另一方面就是会“说”,即学生能用自己的话、结合数学术语和符号,有条理地表达自己的解题思路以及对数学概念的理解。这就需要教师有意识地创设让学生“说数学”的情境,让学生说出“为什么这样算”,或者向同学介绍自己对某个几何图形的认识。学生数学语言能力的发展,是从用日常语言描述数学现象,到逐步用专业数学词语、符号进行表达的过程。虽然不同的语言在日常交流中存在差异,但是数学符号、图形语言是全世界通用的,没有文化障碍,因此它是最有效的、没有文化障碍的交流工具。

(三) 数学策略:选择最优方法解决问题

数学策略是解决数学问题时所用的、具有普适性的思维方法和解题技巧。它不是具体某一个知识点的应用,而是在解决问题时所表现出的思维路径和智慧。掌握大量的数学策略,并且根据问题的特点灵活地选择、组合,是数学思维成熟的标志。小学时期就应引导学生接触到各种基本的解题方法。

1. 学生应该会运用各种解决问题的策略,而不能只限于某一种死板的方法。常见的策略有画图法、列表法、假设法、由特殊到一般的探究法、倒推法等。教师在教学过程中应该引导学生一题多解,展示各种策略的特点,从而开阔学生的思维方式。

2. 策略的优化, 知道多种策略还不够, 更高层次的要求是面对具体问题时, 能对各种可行的策略进行评价和比较, 最后选择出一种相对最优(最简便或最直接)的策略。问题既可以用复杂的方程来解, 也可以用简单的算术法或者画图法解决。能够看到后者并选择的人, 就表现出策略选择上的优化能力。反思、评价、改进解题过程的元认知能力, 是培养学生成为高效、灵活的问题解决者的重要环节。

第三节 问题解决能力的教学培养路径

跨文化数学教育的根本目的在于培养学生的知识应用能力, 即用所学知识来解决未知问题的能力, 而不是停留在知识传授上, 更应该重视思维方式的培养。本节从问题创设、策略教学、探究氛围营造三个方面构建小学数学问题解决能力培养路径, 目的是使学生最终成为自信高效的思考者。

一、创设“好问题”: 激发内在驱动力

问题就是数学学习的中心, 也是推动学生思维发展的原动力。一个好的问题, 能够有效地点燃学生的好奇心和求知欲, 促使他们主动地去探究。跨文化课程设计的问题提出要兼顾多元价值, 从而调动学生学习的积极性, 让学生真正体会到数学的奥秘以及数学在现实生活中的广泛运用。

(一) 问题应具有现实意义和趣味性

将数学问题牢牢扎根在学生的生活世界之中, 这是调动学生学习兴趣的第一步。跨文化背景之下, 教学素材不能只选择单一文化模式, 而是应该从不同的国家民族文化中获取灵感。在讲解比例概念的时候, 可以设计一个关于不同国家货币兑换的活动, 让学生在模拟国际旅行中解决购物预算问题; 在阐释对称概念的时候, 可以展示世界各地的特色建筑、民族服饰图案, 引导学生从中发现蕴含的数学美学。当问题同学生的生活实际、文化背景紧密结合的时候, 学生就会感受到数学并不是遥不可及、没有意义的符号, 而是解决生活实际问题不可缺少的工具, 会得到亲切感和认同感。

问题的趣味性也不可小视, 它可以有效地降低学生对数学的恐惧心理, 从而提高学生学习数学的兴趣。教师可以通过设计包含有挑战性谜题、有吸引力的故

事或者有合作竞争特点的游戏来引入数学知识。设计数学侦探系列问题,让学生通过解决问题找到隐藏的宝藏,举办小小建筑师比赛,让学生应用几何图形、测量、预算等知识制作模型。如果学习的过程充满探索的乐趣与成功的喜悦,学生就会由被动的接受知识变为积极主动地探究知识,内在的动力也就会被激发出来,从而使学习的过程更长久、更深刻。将现实性和趣味性很好地结合起来的设计,既可以保证数学学习有意义,又可以保证数学学习有趣味性。

(二) 问题应具有一定的开放性和挑战性

问题的开放性表现为解题途径和最终答案不是唯一的,给学生留下广阔的空间去思考,从而促进创造性、发散性思维的发展。传统的“一题一解、标准答案”模式容易固化学生的思维,开放性问题会促使学生从不同的角度出发,尝试各种各样的解决方法。24 个小正方形可以拼成多少种不同的长方形? 此类问题没有唯一的答案,学生在寻找所有可能性的时候,会自然而然地用到乘法、因数等知识,并且体会到系统性思考的乐趣。由于学生来自不同的教育系统,所以解决问题的方法和角度也各不相同。开放性问题能提供各个学生之间交流思考的场所,也能使所有的学生从中受益。

优秀的问题还应该具有一定的挑战性,其难度应处于学生的“最近发展区”内,即学生独立解决虽有困难,但在教师或同伴的适当引导下可以达到的水平。过于简单的题目会使学生感到厌倦,不能激发学生的思维潜能;而难度太大,又会让学产生挫败感,打击学习信心。因此教师要准确把握学生知识基础和认知水平,设计出有梯度、有层次的挑战。可以采用问题串的形式,从一个基本问题出发,衍生出一系列难度逐渐增加的子问题,让不同水平的学生都能找到适合自己的挑战点。跳一跳,够得着的设计,能不断激起学生求胜的欲望,在克服困难的过程中体会智力成长的快乐,逐步养成坚韧不拔的数学品格和自信心。

把开放性和挑战性结合起来,尤其利于学生高阶思维能力的发展。学生面对没有标准答案,需要努力探索才能解决的问题时,就必须调动所有的知识储备,大胆猜想、严谨推理、不懈尝试。既培养了学生的分析能力、逻辑思维能力,又滋养了学生的创新精神、批判性思维。学生会渐渐明白,学习数学的目的不单单是记住公式、定理等结论,更重要的是培养起独立探索未知、解决复杂问题的能力,这样的能力会伴随学生一生。

（三）问题应能串联起多个知识点

知识点不能孤立、零散地呈现出来，因为这既不符合真实世界问题的复杂情境，也不利于学生形成系统的知识结构。一个好的数学问题应该像一条金线把不同的模块、不同的领域数学知识连成一个整体。以校园环保小卫士项目为例，让学生去测量并计算校园各个区域的绿化覆盖率。综合性任务需要面积计算、百分比等知识（几何与代数），也可能会用到数据的收集以及统计图表的绘制（统计与概率），还会牵涉到预算购买新植物的费用（应用题）。

经过这样的处理，学生就能体会到数学知识之间存在的内在联系，领悟到数学是一个逻辑严密、互相联系的知识体系，而不能只把它当作孤立的公式和法则。当他们需要调动不同的知识点去解决一个复杂问题的时候，原有的知识网络就会被激活、重组并得到加强。这样一种学习方式可以冲破学科之间的壁垒，利于知识的迁移与灵活运用。学生在解决问题的过程中，既复习了旧的知识点，又在真实的环境里学习新的知识，新旧知识在碰撞和融合中得到加深。该设计思路可以使从宏观的角度认识数学，培养学生的系统性解决问题的能力，为学生将来解决复杂的跨学科问题打下良好的基础。

二、教授解题策略：提供思维脚手架

学生面对有价值的难题要掌握解决问题的方法。单纯给出答案不能促进思维的发展，而提供普适性的解题策略，就像搭建思维的“脚手架”一样，可以引导学生把思考过程结构化、清晰化，从而独立解决问题，并逐步内化为自身的思维习惯。

（一）理解问题的策略：读、画、说

正确解决问题的前提就是对问题有深刻、准确的认识。很多学生出错并不是因为计算错误或者概念不清，而是因为对题意的理解有偏差。教师应该用系统的教授和训练来帮助学生掌握并使用读、画、说三步法分析问题。

1. 读，即精读、审题。要求学生静下心来，一字一句地读题目，用笔圈出关键词、数字、问题指向。对较长或复杂的背景要引导学生读两遍、三遍，不能漏掉任何重要的信息。跨文化教学中教师还要注意并澄清由于语言、文化的不同而产生的理解偏差。

2. 画，即把文字信息变成视觉图像。这是一个很好的思维工具，对于视觉型

学习者和语言障碍的学生来说更加适合。画图可以是将应用题情境用简单的示意图表示出来,也可以用线段图表示数量关系,或者用表格整理复杂的信息。视觉化的过程能够把问题内部的结构理清楚,并且可以激起直觉和灵感。

3. 说就是用自己的语言复述题意或者向同伴解释问题。这就使学生对信息进行内在的编码和重组。如果一个学生能够清楚地向别人解释问题,那么他就是真正理解了这个问题。教师可以组织同伴互教活动,让学生互相讲解题目,这是对理解程度的检验,也是加深理解的一种方式。

这三种方法互相配合,组成解决问题的完整闭环。读是接收信息的过程,画是建构模型的过程,说是确认和内化的过程。长期坚持此类训练,学生就会养成审慎、细致的审题习惯,为之后的分析、解答打下良好的基础,把复杂的问题转化为清晰可控的局面。

(二) 制定计划的策略: 联想、类比、转化

在完全理解题意之后,学生就要学会搭建一条通往答案的桥梁,也就是制定解题计划。教师可以引导学生掌握联想、类比、转化等主要的思维策略,帮助他们找到解题的突破口。联想就是激活已有知识网络的过程。教师可以引导学生思考: 这个问题让我想到了什么? “以前学过的知识、解决过的问题与它有何联系? 学生可以通过自由联想把新问题与自身的知识储备建立起联系,从中找到可以应用的概念、公式或者方法。该策略可以有效地减少学生面对新问题时的无从下手的感觉,建立解决问题的信心。

类比策略是在联想的基础上进行更加精确的思维活动,要求学生找到一个和当前问题结构相同但是形式更简单的模型问题。学生解决熟悉的问题之后,就会发现解决当前复杂问题的关键步骤或者规律。学习异分母分数加法时,可以从整数加法的意义入手,即相同单位的数才能直接相加,从而理解通分的必要性。类比是新旧知识之间的桥梁,也是数学家进行创造性发现的重要思维方式之一,培养学生的类比能力,对提高学生的数学洞察力具有非常重要的作用。

转化策略是解决数学问题的主要方法之一,它的本质就是把一个未知、复杂或者不熟悉的问题,通过某种方式转变为一个已知、简单或者熟悉的问题来解决。转化可以是形式上的,把应用题变成数学方程式、把几何问题变为代数问题;也可以是结构上的,即化曲为直、化整为零等思想。不规则图形的面积计算可以采用分割、平移、旋转等方法将其分成若干个规则图形面积之和或差。教师应该通

过大量的例子使学生理解转化的思想精髓,在不同的情况下选择合适的转化方法。这三种策略一起构成了学生制定解题计划的工具箱,让学生在遇到困难的时候条理清晰、有条不紊。

(三) 执行与反思的策略: 尝试、检验、总结

制定好计划之后就进入到执行和反思阶段。执行计划不是单纯的动手计算,它也同样充满思考的动态过程。尝试就是学生要勇于把所作计划付诸实践,并做好计划可能不是完美的,需要随时调整的准备。学生要全神贯注,一丝不苟地对待每一个计算、推理的过程,这也是对学生意志品质的考查。

检验是保证结果正确合理的关键环节,在解题过程中不能缺少。教师应该教会学生几种检验的方法:将得出的结果代入题目中检验是否符合所有的条件;用另一种方法重新做一遍再检验是否正确;估计结果的大致范围,判断其是否合理。养成检验的习惯,可以大大提高解题的正确率,培养学生的严谨求实的科学态度和自我校正能力。

总结是解决问题之后最重要的增值环节,它决定学生能不能从一次解题经验中获得长久的能力提升。解题结束不应是思考的终结。教师应该引导学生回顾解题的过程,我的思路是如何形成的?在过程中心智中遇到哪些困难,又是怎样克服的?有没有更简洁或者更巧妙的方法?经过反思提炼之后,学生就会把具体的解题经验升华为普适性的策略、方法,加深对数学概念及思想的认识。从“做中学”到“思中学”的升华,就是培养学生元认知能力,学会学习的关键所在。

三、营造安全的探究氛围: 鼓励试错与分享

思维的培养需要适宜的土壤。安全、鼓励探索、接受多元的课堂氛围,就是问题解决能力生根发芽的沃土。教师应该从知识的权威转变为思维的催化剂和守护者,给每一份智力的冒险保驾护航,使每一个学生都敢于思考。

(一) 允许学生犯错, 视错误为学习资源

传统的观念里,错误和失败往往会联系起来,学生在学习中不敢尝试、不敢表达。要培养真正的问题解决能力,首先要打破错误禁忌,形成允许甚至欢迎错误的课堂文化。教师要首先以身作则,向学生传达这样的信息:犯错是学习过程中不可避免而且十分正常的一部分,错误并不是终点,而是通向更深理解的一个起点。当学生犯错的时候,教师的回应不应该只是简单的否定或者批评,而

应该带着好奇心去探究,例如,“这个想法很有趣,能和大家分享一下你是怎么想的吗?”积极而不带评价的态度可以保护学生的自尊心和求知欲,创造强大的心理安全感。

教师还要引导学生把错误当作学习资源。每个错误后面都有学生特有的思维轨迹以及认知误区。教师选择典型的错误作为全班讨论的例子,和学生们一起分析错误产生的原由并探究怎样的修正方法。这样的“错例分析课”比单纯的教给学生正确的解题方法更有效,因为学生能清楚地看到自己思维上的不足,印象深刻。在跨文化课堂中,学生所犯的错误是由于他们不同的教育背景、思维方式而产生的,分析这些错误既有利于学生个人的发展,也有利于不同文化背景下数学思维的交流碰撞,使整个课堂学习内容更加丰富、立体。当学生认为错误不再可怕,而是成为了通向智慧的阶梯的时候,他们会放下思想上的负担,大胆地去进行各种猜想和尝试,课堂也就会充满活力、创造力。

（二）鼓励学生分享不同的解题思路

问题解决能力的本质就是思维的灵活,而思维的灵活来自于对多种解法的认识和包容。教师应当在课堂上创造条件,促使学生交流各种不同的解题思路,对每一个有价值的解题思路都给予充分肯定和尊重。当一道题目解出之后,老师可以继续问:还有别的办法吗?“谁的思路和他/她不一样?”本身就在传递一种价值导向,即解决问题的途径不止一条,探索不同的途径本身就有价值。

在展示与分享的过程中,教师要担当起组织者、引导者的角色。对表达能力差、性格内向的学生要特别鼓励、帮助,让他们能够清晰地发表自己的观点。对不同的解法,不管其繁简优劣,教师都应该先引导全班学生去理解其内在逻辑,思考其合理性。对于不同的思维方式,在跨文化背景的教室里就显得更加重要。来自世界各地的学生会带来自己家乡所学的算法或者模型,这些算法或者模型虽然与本地主流方式不同,但是同样蕴含着数学的智慧。

分析比较各种不同的解题思路,可拓宽学生的视野、发展其思维方式、加深对各个解法的本质、适用范围及优劣的理解。学生可以采用代数或图形的方法去解决问题,互相交流并学习,增大自己的解题策略库。该步骤可以逐步的培养学生的沟通能力、合作精神和批判性思维。课堂不再只是教师一个人独奏的舞台,而是所有学生共同参与的“交响乐”,每个人的思想都在这里被激发、被提升。

（三）引导学生进行解题后的反思与提炼

如果说解决问题是做数学的过程，那么解题过程之后的反思与提炼就是悟数学的提高阶段，是知识和能力进行深层次转化的关键一步。学生各种解题的思路分享之后，学习并没有结束，教师要引导学生进入更高层次的思考，从具体的解题行为中提炼出有普遍指导意义的数学思想和方法。教师可以设计一连串有结构的问题，引导学生展开深层次的“复盘”，回溯刚刚所采用的各种方法，它们之间存在怎样的共性与差异。”“哪种方法解决这类问题更具有普遍性？从解决该问题的过程中，对哪个数学概念有了新的认识？今天学到的转化思想可以应用到哪些其他问题上？用这种方式促使学生观察、思考、表达。

这个反思提炼的过程就是让学生把零散的、情境化的解题经验，抽象、概括为上位（高层次）的数学思想。教师可以使学生把反思的结果用数学日记、学习小组讨论、制作思维导图等形式固定下来。学生养成了解题过程回溯、审视、升华的习惯，他们的学习就不再只停留在表面，例如，能从不同的几何解法中提炼出“数形结合”的思想；从一系列应用题的解决中总结出“建模”的意识。这样既可以促使学生建立起系统、牢固的知识体系，又可以培养学生的数学眼光，即用数学的眼光去深入理解一道题目，而不仅仅是会解一道题目，从而通晓一种方法，领悟一种道理。问题解决能力因此而获得持续的、有深度的成长。

第四节 数学思维训练的课堂实践方法

数学思维的培养是小学数学教育的主要任务，数学思维的培养并不只是传授知识、训练技能，更主要的是引导学生掌握思考的方法，学会用数学的眼光看世界。在跨文化背景之下，课堂实践方法应当更多样，更包容。这既要在数学学科固有的严密逻辑上得到体现，又应该充分地尊重、利用学生们的文化背景和认知习惯。设计精心的教学过程目的在于使数学思想根植于学生的心里。

一、课堂对话中的思维碰撞

有效的课堂对话可以开启学生的心智，激发学生的思维活力。它不但是传递信息的渠道，更是思想交流、观点碰撞、智慧生发的重要空间。多元文化课堂里对话给不同背景的学生创造了表达自我的机会，也让其理解他人，数学学习由此

变为一项共同的、集体的建构社会性活动，认知也就随之得到了深层次的发展。

（一）设计有思维含量的问题链

精心设计具有思维含量的问题链，是点燃学生思维火花、引导学生进行深入探究的核心策略。教师应当减少只要求记忆或者简单的计算就能回答的封闭性问题，转而建立一系列逻辑严密、逐步递进的开放性问题。问题链应该从具体、直观的情境入手，逐步引导学生去接触抽象的数学本质。在讲解“倍”这一概念的时候，用各种文化背景的学生们能够认识的物品来作为教学媒介：我的筷子有两根，大家想一想在你们的文化里哪些物品是成对的？从4个人每人都用一双筷子一共需要多少根筷子入手，逐步引导到如果4个人每人都用一双筷子，一共需要多少根筷子？“最终提升到全班同学所用筷子数量是老师所用筷子的20倍，那么又意味着什么呢？根据研究结果，提出对小学英语词汇教学的改进建议

由此数学知识就同学生的生活经验、文化背景紧密地联系起来，从而有效地调动起学生学习的积极性和内在的求知欲望。问题链的设计要具备梯度性、探究性，使前一个问题为后一个问题做好充分的铺垫，后一个问题又是前一个问题的自然延伸和深化。逐级递进、层层深入的提问方式，就是搭建起一座从已知到未知，从形象思维到逻辑思维的“脚手架”。它不仅使学生去寻找唯一正确答案，更主要的是引导学生经历完整的思考过程，分析信息、提出假设、验证猜想、归纳总结，从而养成深层次的思维习惯。

在跨文化教学的情境下，问题链的设计就要具有很高的灵活性和包容性。应该鼓励学生从不同的角度出发，用自身文化经验中特有的智慧来解决问题。这时教师的角色也由知识的权威发布者转变为学生思维的引导者、启发者和真诚的学习伙伴。教师应该通过追问、反问、鼓励等不同的方式，循循善诱地引导学生清楚地表达自己的思考过程，不论学生给出的答案是否标准、高效。既是对学生逻辑推理、分析问题，解决问题的能力锻炼，又是培养学生敢于质疑、善问、宽容多解的科学思维方法和开放态度的学习过程。

（二）运用“等待时间”，促进学生深度思考

在节奏紧凑的数学课上，教师在提问之后给学生留出足够的等待时间，虽然时间很短，但是其中蕴含着重要的教学智慧。它不是一时的沉默，是学生开始深度思考的黄金时期。教师在提出具有一定难度的问题之后，若能刻意把学生回答前的时间由常规的1到2秒延长到3到5秒甚至更长，那么这会明显改善课堂教

学效果，在文化多元化的教室里更是如此。这段时间，学生有足够的时间去内化问题信息，检索相关知识，组织好自己的思路，在内心构建出一个完整的答案。

对不同的文化背景的学生来说，“等待时间”的意义就更深了。语言能力还在发展的学生需要更多的时间去理解问题、组织用目标语言回答，而崇尚深思熟虑、不鼓励抢答文化的学生，更长的等待时间会让他们感受到被尊重，有时间按照自己熟悉的思维节奏去思考，而不是仓促地放弃表达。这样的做法无声地传达了一个重要的信息：教师更看重思考的深度，而不是回答的速度。这大大降低了学生们的焦虑感、挫败感，平时不爱说话的学生也得以参加课堂对话中来，大大拓宽了对话的参与面，并使对话内容越来越丰富、多元。当学生习惯了这样的思考暂停之后，就会更加愿意去从事复杂的认知活动，比如对问题进行多角度的分析、比较不同的解题策略、对自己的初步想法进行自我修正等。这样学生的批判性思维、创造性思维就能得到充分的发展，使课堂真正成为孕育深刻理解的沃土。

（三）组织“生生互动”，在辩论中明晰思路

精心设计、组织好的小学数学课堂中的生生互动、小组讨论、主题辩论等对学生的发展以及学生的跨文化理解具有不可取代的作用。当学生就某道数学题或者多个解题过程展开深度交流、辩论的时候，他们所做的事情并不是单纯地交换答案，而是在彼此间相互碰撞思维、澄清概念、重组认知。互动使学习过程从个人的独立思考变为充满活力的社会建构，使每一位学生都是知识的积极创造者、批判性思维的主体。

教师可以设置一些开放型或者存在争议性的课题，比如给定相同的面积时，圆形、正方形、三角形，哪种图形最经济”或者“在日常生活中，估算和精确计算哪个更实用？”或者给出一个问题有多种解法的题目，让学生持不同观点的分组阐述自己的理由。学生在辩论时，为了说服别人，必须清晰、有条理地组织自己的数学语言，详尽解释解题过程及推理依据。这使得他们的数学表达能力大为提高，逻辑论证能力也得到很大提高。当学生听到与自己解法或观点不同的策略时，就会产生对比分析的想法，对别人的方法的合理性和巧妙之处进行思考。习惯于代数思维的学生会用方程式解决问题，而有出色空间想象能力的学生则会用画图来寻求答案——两者之间的交流本身就是一种思维方式的盛宴。

由于跨文化背景，这种互动就更显珍贵。来自不同文化背景的学生会把各自特有的、甚至是非传统的解决问题的方法带入课堂。用经典的“鸡兔同笼”问题

来说,有的学生可能习惯用列表法,有的学生擅长假设法,还有的学生可以从自己国家的类似谜题里得到启发。通过生生互动,隐性地存在于个人经验里的知识才得以被显性化,在集体中得到充分的分享、流转和融合。

为了保证互动的有效性和包容性,教师应该当好引导者和仲裁者。一方面要营造出一个心理安全的课堂氛围,鼓励所有的学生敢于发表自己的观点,即使他们的观点还不成熟或者存在偏差;另一方面又要引导学生把注意力集中在推理过程上,而不能只争论结果对错。教师适时介入,引导学生整理辩论焦点,归纳出不同的观点所包含的数学原理,并促使所有的学生一起反思,在看似矛盾的策略里找到共同的数学原理。经过这样的训练,学生的数学知识、方法和思想都有了提高。同时他们学会了尊重差异、倾听别人的意见、合作探究,数学思维在多种思想的共舞下更加灵活、深刻、全面。

二、数学游戏与活动中的思维激荡

将数学学习巧妙地融入游戏和活动中,是提高小学生学习兴趣、发展思维的有效方式。游戏、活动本身具有的趣味性、挑战性、互动性,可以给学生营造出轻松愉悦的学习氛围。在这种气氛下,抽象的数学概念、枯燥的计算练习也会变得生动起来。学生在玩耍的过程中就会不自觉地运用数学知识,潜移默化地发展起逻辑思维、空间想象、问题解决等各方面的能力。

(一) 玩数独、火柴棒等益智游戏

在跨文化的小学数学课堂上加入数独、火柴棒等益智游戏,是克服语言与文化障碍的最佳途径,也是直接锻炼学生逻辑思维、创新思维的有效手段。这类游戏规则简单明了,对语言的依赖度很小,因此不同文化、语言的学生可以站在一起起跑线上一起享受思考的乐趣。

1. 数独游戏被称作“逻辑的体操”,要求学生在九宫格中填入数字,使得每一行、每一列和每一个 3×3 的小九宫格中的数字都不能重复。学生在玩数独的时候要反复使用排除法、唯一余数法等逻辑推理的方法。观察、分析、假设、验证这样一个完整的思维过程,本身就是一次既严肃又有趣的思维训练。从简单的四宫格数独开始,再到复杂的九宫格挑战,在不断增加难度、层层递进的过程中可以训练学生们的观察力、专注力、以及在有限的条件下解决问题的能力,这些都是数学核心素养的要素之一。

2. 火柴棒游戏重在发展图形的感知力、空间想象力、发散性思维。这类问题需要学生通过移动、增加或者减少有限数量的火柴棒,来改变图形或者使等式成立,它的魅力在于没有固定的解题方法。例如怎样移动一根火柴使等式 $1+1=7$ 成立? 学生需要摆脱传统的数字运算思维,从图形或者结构的角度去思考问题。加号“+”中的一根火柴移到“1”上,变成“7”,即得“ $7-1=6$ ”;或移走“7”中一根,变成“1”,即得“ $1+1=1$ ”。此类“脑筋急转弯”式的挑战,可以充分调动学生的创造性思维,使学生真正体会到数学的灵活性和趣味性,深刻理解符号的多种含义,在不断的尝试与失败中大大提高解决非常规问题的能力和信心。

把游戏融入课堂既能作为课前的趣味热身,也能成为学新知识后巩固练习的手段,甚至可以组织成小组竞赛。游戏化学习一方面可以减少学生对数学的恐惧,另一方面也可以给不同文化背景的学生提供一个公平、共同的思维竞技场。在竞技场上他们互相交流,他们的策略被一起分享出来,从而在轻松、愉快的气氛里他们的逻辑思维、创新思维的能力都得到了极大的提高。

(二) 开展数学魔术、数学故事会

把数学与魔术、故事结合起来,是创设跨文化数学课堂吸引力的一种方法,也是深入挖掘数学内涵的一种新的方式。当抽象的数学原理被巧妙地藏身于引人入胜的故事情节、神奇精彩的表演里时,它就会立刻点燃起孩子们强烈的好奇心和求知欲,使来自不同文化背景的孩子们沉浸其中,共同感受数学的魅力和智慧。

数学魔术最擅长的就是用数学规律创造出让人吃惊的效果。教师可以表演一个“读心术”魔术,让学生心中默想任意数字,经过一系列加减乘除运算之后,教师总能准确地猜出最后的结果。当学生瞪大眼睛惊呼神奇的时候,教师就引导学生一起去解开谜底。带领学生一步一步地回溯运算的过程,用字母来代表任意的数,将整个过程代数化。学生会发现,不管最初选的数字是什么,经过一定的运算组合之后,结果都会是一个固定的数,或者和初始值之间存在某种特定的关系。由惊奇到探秘再恍然大悟的过程使学生在不知不觉中巩固了四则运算,最重要的体验到代数思想的强大,用符号表示变化的量,再从中找到不变的规律。

数学故事会是一种非常具有文化包容性的教学方式。教师可以广泛地搜集和生动地讲述世界各地有关数学的神话、传说、历史故事,也可以是蕴含民间智慧的案例。以古代中国的曹冲称象的故事来让学生体会到等量代换的思想;用古印度的棋盘与麦粒问题来感受指数增长的惊人力量;或是介绍古埃及人用绳结做直

角的方法,探究勾股定理的最早应用。不但故事内容生动,而且有丰富的数学思想和解决问题的智慧。

在跨文化课堂中,可以引导学生讲述自己民族文化中有关数学的故事、谜题,如非洲播棋游戏中的巧妙计算方法、伊斯兰艺术中精美的几何图案等。不仅极大地丰富了课堂文化多样性,使学生对自己的文化有强烈的自豪感,也使他们深刻认识到数学是全人类共同的智慧结晶,以不同的形态存在于世界各个角落。数学故事会将听、说的形式让学生接触到重要的数学概念比如数学建模、逻辑推理、几何变换等,使数学不再只是冷冰冰的公式堆积起来的学科了,而是在人文情怀和历史底蕴里闪耀着光彩的鲜活的知识。

(三) 设计需要团队协作解决的数学谜题

在跨文化的小学数学课堂上,设计需要团队合作解决的数学谜题,是一种把数学思维训练、跨文化沟通、合作能力培养三者有机融合起来的进阶教学策略。此类活动的主要目的就是,任何学生都不能单独依靠自己或者单个角度来解决所有的难题,其成功必须依靠团队成员之间有效的沟通、信息的共享和集体智慧的汇集。教师可以巧妙地设计一个大型的密室逃脱或寻宝活动,把一系列数学谜题作为解锁关卡或者寻找线索的重要依据。谜题设计要恰当融入多元知识与技能的要求,保证不同特长、不同文化背景的学生都能在其中找到自己独特的贡献点。

这类谜题一般是由若干个信息碎片组成的,不同的小组所获得的信息形式也不相同。学生所获得的可能是一段描述性的文字,这就需要学生具有较强的语文理解能力去提取关键信息,另一名学生则会得到复杂的几何图形,需要学生有敏锐的空间观察力去发现其中的规律,第三名学生会得到与本国文化有关的习俗或度量衡单位,这就需要他来解释和转换。问题的解决最终还是依靠团队成员把零散的信息高效整合起来,形成完整的解题图景。

这样一种教学设计,成功地制造出“认知上的相互依赖”,迫使学生必须与同伴进行交流,学习怎样把发现表达清楚,耐心听别人的意见。在这个过程中,学生在解决数学问题的同时也在学习跨文化交流的核心技能,即怎样克服语言障碍、怎样理解并尊重不同的思维方式、怎样在差异中找到共识来达到团队的目标。他们将会体会到,队友独有的文化视角有时能给解决问题提供意想不到的突破口,从而真正体会到文化多样性所具有的巨大优势。

第六章 数学核心素养的教学实践

数学核心素养的培养是数学教育的最终目的，它不单是知识、技能的简单传递，而在于培养学生用数学的眼光观察世界、用数学的思维分析世界、用数学的语言表达世界的能力。本章主要研究数学核心素养在跨文化背景下小学课堂的实践途径，探究怎样把抽象、推理、建模等核心能力融入日常教学，使学生能感知、理解、运用这些数学智慧。

第一节 数学核心素养的构成要素

数学核心素养是学生在数学教育中逐渐内化的，对个人终身发展和社会进步起着重要作用的关键能力、必备品格。它主要是由数学抽象、逻辑推理、数学建模这三个相互联系、逐层递进的基本要素构成的。这些要素一起构成了数学知识的大厦，也是学生将来用数学解决未知问题的基础。

一、逻辑推理：从已知判断推出未知判断的思维过程

逻辑推理是数学的骨架，使数学知识体系更加严密可靠。小学阶段培养学生的逻辑推理能力，并不是要求学生进行复杂的数学证明，而是引导学生学会根据、有道理地思考问题，发展初步的推理意识和能力。这也是跨文化交流中准确表达观点、领会他人思维的前提。

（一）合情推理：归纳、类比，用于猜想与发现

合情推理就是用观察、实验、归纳、类比等方法，根据已有知识、经验对事物发展或结果作出推断性结论的思维方式。它是数学发现的动力，可以激起学生的好奇心和探究欲。在小学数学课堂中，合情推理处处可见。学生通过计算 2×1 、 2×2 、 2×3 等算式，发现积的个位数是2、4、6、8、0的循环规律，然后猜测 2×9 的个位数是8，这就是归纳。

类比推理是合情推理的一种。学生学过长方形面积计算的方法之后，教师可

以引导学生思考“平行四边形的面积怎样计算呢？”学生会自然地想到长方形面积公式，通过割补平移将平行四边形转化成等面积的长方形，从而得到其面积计算公式。类比同样也是跨文化教学的一种有效方法，教师可以让学生考虑不同的文化背景下的相同问题。研究中国十二生肖的排列规律，可以类比其他国家或者地区的星座划分、排列，从中找到周期性的规律，培养学生归纳、类比的能力。

合情推理允许试错，它的价值在于过程而不是结果的绝对正确。它使学生大胆猜想，为之后验证、证明指明方向。教师要营造宽松、包容的课堂氛围，让学生敢于表达自己的奇思妙想，并能够说明猜想的理由。这样的思维训练对学生创新意识和主动探究精神有着十分重要的作用，学生通过这种训练认识到数学不是冰冷的规则，而是创造、探索的活动。

（二）演绎推理：三段论，用于证明与验证

演绎推理是从一般性的前提出发，用严密的逻辑规则推出个别性、特殊性的结论，最经典的形式就是三段论。和合情推理的探索性不一样，演绎推理注重的是结论的必然性和唯一性，在数学证明、严谨知识体系构建等方面起着非常重要的作用。小学阶段进行演绎推理训练主要是对数学规则的领会与运用。

1. 学生在理解了“所有的偶数都能被2整除”（大前提）之后，遇到数字36（小前提）的时候，就可以判断36是偶数，从而得出36能被2整除（结论）。简单的应用过程就包含三段论的逻辑结构。

2. 教师在教学中要引导学生用所学的定义、法则、性质去解决具体的问题，并要求学生说明理由。判定一个三角形是否为等腰三角形时，学生需要根据“有两条边相等的三角形是等腰三角形”这一定义去测量或计算边的关系从而得出结论。这就叫做微型演绎推理。

跨文化教学情境下演绎推理的训练，有利于学生认识不同的文化背景之下人们普遍遵守的规则和逻辑。学生需要按照给出的汇率（一般的情况）准确地换算，完成有关多种货币之间的换算练习。以规则为基础的严谨思考可以培养学生做事讲究依据、有条理、有逻辑的良好思维品质，对其今后的学习甚至生活都会产生深远的影响。

（三）在数学学习中进行有条理的思考

有条理的思考，是逻辑推理素养在日常学习中的重要体现，要求学生面对问题的时候能条理清晰地组织思维，分步骤、有层次地进行分析 and 表达。这不是天

生就有的，需要教师长期的引导和不断的训练来逐步培养。对复杂的题目，教师可以引导学生用画图或者列表的方式整理已知条件、求知的问题，理清楚数量关系，找到解题关键。

在处理不同国家时差计算问题的时候，光靠心算很容易出错。教师可以引导学生画一条时间轴，标出基准时间以及其它国家所在时区，然后在数轴上移动来计算时间差。可视化的策略可以将杂乱无章的信息整理得井井有条，使思考的过程更加清晰，不容易出错。跨文化交流本身就要求思维有条理、有逻辑，在阐释不同的文化习俗背后所蕴含的数学原理（建筑风格中的对称性）的时候，有条理的表达可以使来自不同背景的人更好地理解。

教师还要引导学生在交流、展示解题思路时使用“因为……所以……”“如果……那么……”等逻辑连词来说明推理过程。语言训练反过来又会使思维变得条理化、逻辑化。学生如果能条理清晰地向有不同文化背景的同学说明自己的想法，那么他/她的逻辑推理能力、跨文化交流能力都会获得实质性的提高。

二、数学建模：用数学语言和方法解决实际问题的能力

数学建模就是数学和现实世界的桥梁，也是数学的应用。数学建模能力是学生能从现实情境中抽象出数学问题，用数学知识和方法建立模型，并用模型解决问题的综合能力。跨文化背景下数学建模给学生提供了解决全球性、真实性问题的数学平台。

（一）从现实情境中发现并提出数学问题

数学建模的起点，就是拥有一双数学之眼，能够在纷繁复杂的生活中找到、识别出其中的数学信息，并把其转化成可以研究的数学问题。这就要求学生对于周围的世界有着强烈的好奇心和敏锐的观察力，能够从日常生活中发现那些包含数学规律的现象。教师在跨文化教学中选择全球性问题或者生活情境，引导学生从中找到数学的踪迹。例如可以展示世界各个城市垃圾分类的图片和数据，引导学生思考：“如果我们的学校实行垃圾分类，每天会产生多少可回收物？”如何估算这个量，分类垃圾桶数量及摆放位置如何设置才能最大化的回收效率并且美观？通过研究我国农业银行涉农贷款业务发展现状，分析当前在涉农贷款业务发展中存在的问题和不足，研究农业银行涉农贷款业务的提升路径，以期为农业银行涉农贷款业务的发展提供有益参考，助力乡村振兴战略的实施

该问题来源于真实的生活,没有现成的答案,需要学生主动去观察、思考、探索、发现。他们需要考虑要收集哪些数据,如何定义“合理”,这就是将现实问题数学化的关键过程。教师的作用要体现在启发者、引导者的角色上,用一系列启发性问题把一个模糊、宽泛的现实问题逐步聚焦成一个清晰、可操作的数学问题,使学生清楚地确定问题的范围与目标。这样能极大地调动学生学习的积极性、主动性和主人翁意识,使学生深刻地体会到数学的真实意义和价值所在。

跨文化项目式学习中学生是以小组为单位,针对各国存在的水资源利用问题、交通拥堵问题、传统节日组织问题等常见问题进行研究。比较不同的文化背景下的问题解决方法,既可以培养学生的发散性思维、批判性思维,又可以使学生在不知不觉中养成开阔视野的习惯。

(二) 构建数学模型,求解模型

当数学问题被明确之后,接下来就是建立数学模型、求解。小学阶段的数学模型可以是具体的、直观的,可以是算式、方程、统计图表,也可以是用实物搭建起来的结构。模型的选择和建立要视问题的性质以及学生认知水平而定。继续以前面垃圾分类为例,学生为了确定垃圾桶的布局问题,需要进行一周的数据收集,记录各种垃圾的日均产量,这就建立了一个以数据为基础的统计模型。

之后他们就会用平均数的知识来预测未来的垃圾产量,根据校园地图和人流分布,用比例或简单的运筹学思想来安排垃圾桶的位置。这个过程就是形成“空间布局模型”和“优化模型”的雏形。求解模型的时候,学生要调动已有的数学知识、技能进行计算或者推理。老师应该让学生尝试使用不同的方法去建模,并比较不同模型的好坏。

一个小组用算术的方法解决问题,另一个小组则用图表表示关系。多样的探索有利于学生灵活运用知识,培养学生创新精神。跨文化合作项目的学生有不同的教育背景、思维方式,彼此的碰撞和交流就是很好的学习方式,可以开阔每个人的视野。

(三) 检验结果,反思模型

数学建模不是单向线性过程,而是循环往复、不断优化的过程。当模型求得结果后,一个重要的步骤就是将它放回现实,用这个结果去检验它是否符合实际情况,能否真正解决最初的问题。如果结果与实际情况相差太大或者不具备可操作性,就要反思、修正模型。最初的假设过于简单,没有考虑到重要的因素,或

者数据收集不准确，计算过程中出现错误。

垃圾桶布局案例中学生根据模型计算出需要 10 个回收桶，但是实际放置后发现，某一个区域的垃圾桶很快满了，而其他区域的却很空。这时就要回到现实场景中重新考察人流数据，考虑不同时段人流的变化，对原有的模型进行调整和优化。反思和修正的过程，就是培养学生批判性思维、实事求是科学态度的重要环节。

它使学生认识到数学模型不是完美的，它只是对现实的一种近似。模型的价值在于可以帮我们认识世界、改造世界，但也要根据实践反馈来不断改进。在跨文化项目中检验与反思模型，可以加入不同的文化背景下所采用的评价标准和价值观，使学生明白一个最优解在不同的文化语境下会有不同的含义，进而培养学生从更全面的角度看待问题的能力。

第二节 核心素养导向的教学设计

跨文化背景之下的小学数学课程要发生根本性变化。以核心素养为导向的教学设计，就是实现这个转型的关键。它要求教学活动不能只停留在简单的知识传授上，而应该把重点放在学生关键能力、必备品格的培养上，从而全面地改变教学目标、学习情境、学习任务这三个核心要素。

一、从“知识本位”到“素养本位”的目标设定

教学目标的变革是素养导向教学设计的逻辑起点，也是决定教学活动方向和归宿的重要因素。从知识本位转向素养本位，就是将教育评价的重心从学生记住了什么，转向学生能运用所学知识做什么，并关注学生在这一过程中形成的思维品质和价值认同。

（一）教学目标要明确指向核心素养的某个方面

数学核心素养如抽象思维、逻辑推理、数学建模、数据分析等具有很强的概括性，不能通过单一教学活动直接完成。因此，在具体的课程设计中需要把宏观素养的要求进行分解细化，并和具体的课程内容结合在一起来形成教学的课堂目标。讲解“图形的对称”时不能只停留在认识轴对称图形上，而应该深入到观察、操作不同文化背景下的剪纸、建筑图案中，发现并描述轴对称图形的特征，初步

发展学生的空间想象和审美意识。

这样的目标设定，把知识学习（轴对称图形）当作载体，明确指向了“空间想象”（核心素养）这个具体方面，又加入了跨文化元素，使素养的培育过程更具体、情境化。每一节课程目标都是宏观的素养体系在微观的教学中准确地映射出来。经过长期、持续地积累，最终目的在于使学生的核心素养得到全面的发展，避免因素养目标抽象化而造成空泛，使它真正落实到日常教学中。

（二）目标要可观察、可评估

如果素养导向的目标不能被有效地观测和评估，就会很容易流于形式。为了保证教学的有效性，目标的设定要符合可以观察、可以评价的原则。即表述教学目标时应尽量用指向外显行为表现的动词，如，能够解释、能够比较、能够建构、能够应用等，而不是用理解、感受、认识等这样的内隐且难以评判的词语。一个可以评价的目标既给教学评价定了标准，也使教师的“教”和学生的“学”有了明确的方向。

为了实现这一点，教学设计可遵循以下路径：

1. 行为动词具体化就是把抽象的素养要求转化为学生具体的学习行为。培养“数据分析”素养的目标可以具体化为，学生能够收集并整理班级同学喜欢的不同国家美食数据，用恰当的统计图表来呈现结果。

2. 评价标准明确化：即规定出达成目标的具体表现或者产出。以以上例子为例，评价标准可以是学生最后所得到的统计图表是否正确、清楚，能否根据统计图表提出至少一个简单的结论或者新的问题。

使目标与学生的行为表现、学习成果联系起来，教师就能在教学中通过课堂观察、作品分析、项目报告、小组讨论发言等多种途径搜集学生素养发展证据，从而实施全面、过程性的评价。

（三）目标要兼顾知识与素养，不可偏废

从“知识本位”到“素养本位”的转变，并不是对知识教学价值的否定，而是对知识与素养之间关系的重新认识。知识是素养发展的基础和载体，没有具体的知识内容的素养培养就像空中楼阁一样；相反，如果只积累知识而不能提高素养，学生就会变成行走的硬盘，不能应对现实世界的复杂挑战。因此教学目标的设计要兼顾二者，使知识的学习和素养的发展同步进行。

在课程设计当中，知识被当作培养数学思想、提高思维能力的“原材料”。

在学习小数乘法的时候,知识目标是掌握计算的方法,素养目标应该指向量的估计能力、运用模型(面积模型等)解释算理的推理能力、在模拟购物等跨文化情境中解决问题的应用意识。知识和素养之间是相辅相成的关系:知识的学习过程就是素养的形成过程,而素养的提高反过来又会促进学生更深刻地理解和迁移知识。成功的教学设计,就是让学生在掌握知识的同时,自然地获得思维的罗盘和创新的帆船。

二、创设有利于素养发展的学习情境

确定了素养导向的目标之后,教学设计的重心就转向为学生构建一个能激发主动探究、支持深度思考的学习情境。情境不但是知识的“包装”,更是素养生长的“沃土”。

(一)情境要能激发学生的探究欲望

好奇心、探究欲是学习的内部动力。一个好的学习情境,可以把学生从知识的被动接受者变成主动探究者。在跨文化背景之下,情境创设应该与学生的生活经验、兴趣点、多元文化背景相联系,从而引起情感上的共鸣和认知上的冲突。学习“位置与方向”时可以创设“模拟联合国”的游戏情境,让代表不同国家的学生根据英文或者图形指令找到座位;也可以设计一张包含世界著名地标的“寻宝图”,引导学生在虚拟的跨文化旅游中运用方位知识。

情境的有效性,在于它不是单一的数学问题,而是带有挑战性、趣味性和文化色彩的综合性任务。它可以激发学生一种内在的动力,即想要弄清楚、想要克服挑战的冲动。当学生的情感、意志被充分调动起来之后,他们就会更主动地去探究、运用数学知识,从而使学习过程变得生动而有意义。

(二)情境要蕴含丰富的数学思想

高质量学习情境的价值并不只是故事的趣味性,更在于它所包含的数学本质和思想方法。情境应当成为数学思想的“孵化器”,使学生在具体的、直观的场景中,非形式地接触到那些贯穿数学学科始终的核心思想,即转化思想、函数思想、符号化思想、统计思想等,这些思想都是构成数学素养的基本要素。

以“鸡兔同笼”这个古典问题为例,可以将它放在一个“外星宠物店”的跨文化情境中,即店中有各种头部、足部特征不同的外星生物。情境的核心就是引导学生用假设、替换的方法解决问题,这是转化与归一思想的体现。学生在面对

这一新奇问题的时候,运用了列表、画图、假设等各种方法,体会出将未知的、复杂的问题转化为已知的、简单问题的思想。情境的巧妙之处就在于,它把抽象的数学思想变成可以触摸、可以操作的东西,为之后的理性概括和逻辑建构打下了坚实的基础。

(三) 情境要支持学生进行数学活动

创设情境的最终目的,就是引起并支持学生的数学活动。如果情境只能让学生看、听,而不能使学生去思考、实践,那么这个情境就是低效的。有效的学习情境应该是一个开放的、可以操作的“微型世界”,给学生提供动手实践、合作交流、试误探索的平台和资源。

这就意味着情境设计要包含可以供学生操作的材料(实体学具或者数字工具)、可以供学生分析的数据、可以供学生讨论的话题。在教授分类与统计的时候,教师可以给学生提供来自世界各地的邮票、钱币或者特色工艺品(或者图片),让学生分组合作,自己定下分类标准然后整理。学生需要通过观察、比较、讨论、协商来形成自己的分类体系,最后展示出来。情境在此时成为学生成为数学学习活动的主体。

三、设计促进素养形成的学习任务

富有启发性的情境下还要设计出能激发学生深度参与、使素养得以形成的任务。任务是情境和目标之间的桥梁,是学生在情境中具体做什么的行动指南。任务设计的好坏直接关系到学生思维的深浅、宽窄。

(一) 任务要有挑战性,能驱动学生深度思考

促进素养发展的任务必然具有一定的挑战性,它要求学生付出认知上的努力,而不能只是模仿和重复。按照维果茨基的最近发展区理论,任务难度应该处于学生独立完成有困难、在同伴或教师的帮助下能够完成的水平上,即跳一跳够得着。该类任务能很好地引起学生的认知冲突,促使学生调动已有的知识、经验,尝试新的方法以达到深度思考的状态。

具有挑战性的任务一般是非程式化的,没有现成的公式或步骤可以直接套用。在学习了长方形面积计算之后,可以设计出一个为不同的国家特色植物设计不规则形状的花圃任务。要求学生不能仅仅依靠公式,而要创造性地使用分割、填补等数学思想把不规则图形转化为已学过的规则图形来解决问题。分析、尝试、调

整和论证的过程,就是对学生问题解决能力、思维灵活性最直接的锻炼。

（二）任务要开放,允许多种路径与答案

传统的封闭题只有一个答案、一种解题方法,在一定程度上抑制了学生的思维宽度和创造性。素养导向的任务设计重视开放性,给学生提供多种解决问题的途径,接纳多样化的合理答案。开放性主要表现在如下两方面:

1. 解决路径开放,即同一个任务可以有多种方法来完成。在解决行程问题时,学生既可以用方程解,也可以用算术方法,或者用画图、列表的方法进行分析。教师在此过程中要引导学生比较不同的策略,进而培养学生策略选择和优化的能力。

2. 问题答案开放即任务本身没有唯一标准答案,需要学生在一定的条件下和标准下做出合理的判断和决策。怎样为一个多文化的儿童游乐场地面铺砖方案进行设计?该类任务需要综合考虑成本、美观(融合不同的文化图腾)、安全、材料等因素,最终方案是多元的,主要考查学生权衡利弊、论证决策的建模能力以及批判性思维。

（三）任务要能促进合作与交流

数学核心素养的很多方面,比如逻辑推理、批判性思维、沟通能力等等,都具有社会性,在交流互动中得到最好的培养和发展。因此学习任务的设计要加入合作交流的要素,使学生在共事、共话中加深理解。独立思考固然重要,但是分享、质疑、辩护并完善自己的思想的过程,更能有效地促进认知的发展。

把复杂、综合性很强的任务设计成只有团队合作才能完成的工程。这类任务学生个人不能独立完成全部工作,必须进行有效的分工合作。以调查不同文化背景的家庭用水习惯并提出节水建议为例,小组成员要分别完成问卷设计、数据收集、数据分析、报告撰写等各方面的任务。

学生合作中要清楚地表达自己的想法,认真听取他人的意见,协商解决分歧,找到解决问题的方法。围绕数学任务的社会性互动可以互相启发,突破思维障碍,还可以直接培养学生的团队合作精神、沟通表达能力、责任感。当数学学习成为一种社会性建构活动的时候,学生综合素质就会在真实而丰富的互动中得到全面的提高。

第三节 素养本位的课堂教学实施

在跨文化背景之下，小学数学课程的最终目的是培养有数学核心素养的世界小公民。宏伟目标的实现，并不是依靠课程内容的简单更新，更深层次的是要通过课堂教学模式的彻底改变来实现。传统的以知识传授为重心的教学方式，已经不能适应不同文化背景的学生个性化的学习需要。因此，建构素养本位的课堂，推进师生角色、学习方式、评价机制的系统性转变，就成了课程设计的必然归宿和核心任务。

一、教师的角色转变：从知识的传授者到学习的引导者

素养本位的数学课堂里，教师不再是唯一的知识权威和单纯的传授者，而是学生学习的引导者，组织者，指导者。角色的转换需要老师有很高的文化敏感性和教育智慧，能够及时发现、尊重不同的文化背景下学生独有的认知方式、思维方式，精心营造包容、开放、支持的学习环境。

（一）精讲多练，把时间还给学生

传统的数学课堂上，教师一般采用“满堂灌”的教学方式，学生只能被动地听讲、记忆，缺少独立思考、自主探究的空间。在跨文化教学环境下，该模式的不足就更加明显，因为它不能满足不同语言背景、认知起点的学生。教师应该努力做到“精讲”，即用最精炼的语言揭示数学知识的核心与本质，把复杂的概念转化为直观、易懂的表征。以分数概念为例，在教学中可以借助于不同文化背景里常见的食物分割场景（分披萨、分月饼）来联系学生的生活实际，将抽象的数学知识同学生的生活实际紧密地联系起来。

精讲的根本目的，就是更好地放手，把课堂的大部分宝贵时间还给学生。这些时间可以留给学生去进行独立思考、动手操作、合作探究。教师应该设计出层次性与开放性并存的练习任务，来满足各个水平的学生。对习惯于重视算法教育背景的学生可以引导他们去探究算法背后原理，对于推崇探索式学习文化背景的学生可以引导他们去总结规律。因此课堂不再是统一化、标准化的知识传递过程，而是一个充满个性建构的动态生成过程，每个学生在最近发展区内都能获得明显的发展。

（二）适时追问，引导学生思维走向深入

如果说精讲是给学生自主学习搭建舞台，那么追问就是引导学生在舞台上唱好戏的关键。素养本位的课堂，不只是看学生是否掌握了知识，更看重学生是如何思考的。教师追问不应该只停留在“是不是”“对不对”这样表层的问题上，而应该成为探究学生思维轨迹、激发深度学习的“探针”。有效的追问，在跨文化教学中是形成师生信任、增进文化理解的纽带。

学生给出答案之后，无论对错，教师都可以用“你是怎么想到的？具体说明你的理由吧，还有别的方法吗？一连串的追问，表达出的主要信息就是，教师尊重每一个学生的思考。对来自不同文化背景的学生提出的新颖解法进行追问，会促使全班同学去理解他们思维方式的合理性，从而打破他们固有的思维定式。多位数加法时，一些学生习惯从高位算起，虽然和一般的高低逻辑不一样，但是也体现出对数位、位值的深刻认识。追问不但可以诊断学生的认知水平，而且可以引导全体学生发现解决问题的多种方法，真正体会数学思维的灵活性与包容性。

（三）耐心倾听，捕捉学生的思维火花

倾听是有效引导的前提，也是建立尊重、理解的基础。多元文化并存的课堂里，老师耐心倾听就显得尤为重要。它既是学生发言权的体现，也是窥探学生独特思维方式、潜在学习困难的窗口。即使是零散的、不完整的、甚至是错误的发言，也包含着思维的火花，真实地体现了学生凭借自身的认知、文化经验所进行的主动建构。

教师要营造出一种心理安全的氛围，使每一个学生都有勇气去表达。教师应该专心聆听学生的回答，并用点头、微笑等肢体语言来肯定学生参与。倾听的重点就是去理解学生话语背后隐藏的真实意图。学生因为缺乏良好的语言表达能力而不能把想法讲清楚，或者思维方式受到母国文化中某种数学模型的影响。教师如果能耐心地听，并且结合对方的文化背景去理解，就会发现新的、有创造性的解题方法。当这些“思维火花”产生时，教师就应该把它当作非常宝贵的课堂教学资源，在课堂上组织全班同学进行讨论，在思想的碰撞中学习数学知识的同时学会理解差异、尊重多元。倾听本身就是一种深刻的跨文化教育。

二、学生的学习方式转变：从被动接受到主动建构

与教师角色的转变相对应的，就是学生学习途径也必须由被动接受知识变为

自主建构意义。学生以不同的文化背景、不同的知识基础和生活经验进入课堂。学习并不是一张白纸，等我们去描绘。而是一种新旧知识的经验不断地对话、冲突、整合的过程。

（一）鼓励学生大胆猜想与假设

数学发现的旅程一般开始于大胆的猜想。引导学生在课堂上进行猜想、假设，是培养学生创新意识、探究能力的一种有效方式。猜想不关对错，它体现的是勇于探索的勇气和积极的态度。跨文化课堂中教师要创造一种允许犯错、鼓励创新的心理安全感，因为有的文化背景的学生会因为害怕出错而不敢发表自己的真实想法。教师创设开放性情境可以很好地调动学生的好奇心。在学生学三角形内角和的时候，不直接告诉他们结论，而是让他们画出各种不同形状、大小的三角形，然后去猜测三角形的内角和之间是否存在一定的关系。学生会根据自己的直觉提出所有的三角形内角和都是 180 度或者大三角形的内角和更大等猜想。无论这些猜想最后是否被证明，它们都是学生主动思考的结果，也是走向真理的必经之路。教师的任务就是组织、引导学生去验证自己的猜想，让学生在猜想、验证、修正的循环中体验数学家式的思维方式，把知识内化为自己的认知结构。

（二）引导学生动手操作与实验验证

数学知识具有很强的抽象性，动手操作与实验是把抽象的知识具体化、将学生的生活经验和数学概念联系起来的有效桥梁。对于正处在具体形象思维阶段的小学生，特别是有语言障碍的跨文化学习者来说，“做数学”比“听数学”更有效。操作与实验是通用的一种“语言”，可以让学生直接感受数学关系，并检验自己的猜想。

课堂教学应充分利用学具、教具以及生活中的常见物品，为学生创设丰富的操作机会。

1. 在几何图形特征的教学中，让学生用触摸、测量、折叠、拼接等方式亲自发现长方形对边相等、正方形四条边都相等且四个角都是直角等特征。

2. 探究圆的周长与直径的关系时，让学生用绳子、刻度尺分别测量不同大小圆的周长和直径，并计算比值，在大量的实验数据中自行发现圆周率约为 3.14 这一重要的常数。

这不但使数学知识变得可知可感，更主要的是培养了学生实事求是的科学态度以及严谨的探究精神。学生通过动手操作得到了最直接的反馈，学会了用事实、

数据说话，这对形成稳固的数学信念来说是至关重要的。

（三）组织学生进行小组讨论与全班分享

合作、分享是 21 世纪学习者必须具备的能力，也是达到深层学习目的，推进文化融合的有效途径。小学数学课堂中，小组讨论是学生获得语言实践安全、轻松的条件，也是不同文化思维碰撞融合的条件。异质分组（即小组成员在学业水平、文化背景等方面存在差别）的小组里，学生可以就同一个任务，分别陈述出自己的解题过程。

教师在组织小组讨论时应该要确定讨论的主题和规则，保证讨论可以顺利高效地进行。讨论之后的全班分享环节，就显得更加重要了。它是展示各小组学习成果的舞台，也是把个人或者小组的智慧变成全班共同财富的过程。教师要鼓励不同小组选出代表展示不同的解题方案或者探究中的问题。同一个应用题，不同的小组会用算术法、画图法或者列出方程法来解决。经过展示、比较，学生们的眼界得以开阔，认识到通往答案的道路不止一条。这就潜移默化地传递了尊重差异、包容多元的价值观，在学生学数学的过程中也同时学会怎样和不同的人有效合作。

第四节 教学案例分析与实践反思

教学理论的价值最终要通过课堂教学来体现。本节用具体的课堂案例来分析，在跨文化背景下，小学数学课如何把核心素养培养目标融入到教学设计及实施过程中。从该案例出发，对目前教学改革中存在的一些问题和困难进行剖析，探究如何在常态化的课堂教学中持续有效地落实素养目标。

一、案例：《图形的认识》教学中的空间观念培养

空间观念属于数学核心素养的重要组成，它的形成不是瞬间完成的，而是在具体的、生动的、可操作的活动中逐渐建构完善的。图形的认识是小学低年级数学启蒙的内容，也是培养小学生空间观念的最好载体。本案例要冲破传统图形命名、特征记忆的框架，创建跨文化情境，借助多种感官体验、动手操作来发展学生初步的空间想象、推理能力。

（一）情境创设：从搭积木游戏中引入

积木本身就是一种天然的跨文化交流媒介，可以很好地打破语言和文化上的障碍。在教学开始的时候，教师可以创设一个名为“小小建筑师”的游戏情境。教师先出示世界各地有代表性的建筑图片，比如中国的榫卯结构古塔、埃及的金字塔、古罗马的斗兽场、现代城市的摩天大楼等。各种各样的建筑本身就是几何图形的完美组合，可以立即引起不同文化背景学生的好奇心和亲切感。学生在欣赏图片的时候，初步体会到长方体、正方体、圆柱、球等基本几何体在现实生活中随处可见，数学与生活之间的内在联系就不知不觉地建立了起来。

然后教师给每一个学习小组分发数量充足、种类多样的积木，让他们模仿图片或者自由发挥，合作搭建自己的“梦想建筑”。教师在此时所起的作用是引导者、观察者，而不是发布指令的权威。有的学生受到中国古建筑的影响，搭建出层层递进的结构；有的学生则喜欢欧洲古堡，搭建出高耸的塔楼和围墙。开放式的任务设计充分尊重了学生个体差异和文化背景，使学生在轻松愉快的氛围中主动去接触、摆弄、组合各种图形，为之后更深层次的探究活动打下了认知和情感的双重基础。课堂的开始不再是枯燥无味的概念讲解，而是一份有创造性和合作性的真正游戏体验。

（二）探究活动：摸一摸、看一看、想一想

学生对几何体有了初步感性认识之后，教学活动就自然地转入以探究为主的阶段。本环节设计了摸一摸、看一看、想一想三个递进的层次，目的是调动学生多种感官，从不同角度去感受、认识图形的特点。在跨文化背景下，学生表达和思维方式的不同，使得多感官、多层次活动的设计，能给所有学生提供适合自己的探究入口与表达方式。

1. 摸一摸：建立触觉感知。教师准备一个装有不同形状积木的“神秘袋子”。学生轮流把手伸进口袋，只根据触觉来描述摸到的物体。他们会说摸到的东西有平的、有尖角的、滑溜溜的、能滚动的。不同语言背景的学生可以用简单的词汇、肢体语言甚至在纸上画出大致的感觉来表达。该活动锻炼了学生用触摸的方式去认识平面、曲面、棱、顶点等几何要素的能力，在趣味性十足的环境下强化了学生对图形基本特征的直观感受，也鼓励学生用非语言的形式进行数学交流。

2. 看：发展多维视角。要求学生从不同角度去观察立体图形或者用多块积木搭成的物体。教师可以提出问题，小蚂蚁从上面看我们的建筑会是什么样的？如

果它从正面看又会变成怎样呢？学生们需要亲自变换观察角度，或者旋转手中的物体，然后画出或者用平面图形拼出自己看到的形状。该活动直接联系到视图（三视图）初步认识，是发展学生的空间想象力的重要一步。教师可以展示中国青花瓷瓶不同的侧面图，上面看是圆形，侧面看是优美的曲线轮廓，让学生认识同一个物体从不同的角度看呈现出来的形状是不一样的。

3. 思考：提高空间推理。感知、观察的基础上，思维的深度又得到进一步的拓展。教师可以给学生提供用积木搭成的简单组合体，让学生先完整观察一段时间之后，用布遮住其中一部分，提问：“被遮住的部分用了几个积木？或者这个立体图形展开后会变成怎样的几何体呢？或者教师给学生一个立体图形的展开图，让学生猜一猜折叠后会形成什么样的几何体。这些问题有一定的难度，使学生在心理上完成旋转、分割、组合等一系列动作，把外部的操作活动转换成内在的空间想象。学生们互相讨论、辩论、分享自己的思虑正是促使高认知能力发展的催化剂。

（三）素养体现：学生在操作中发展空间想象力

传统的图形教学侧重于知识的结论，学生被要求记住“长方体有6个面、12条棱、8个顶点”。虽然该种教学模式效率较高，但是容易使学生停留在记忆层面，不能形成灵活、深刻的空间观念。本案例设计的价值就在于把空间观念这个核心素养的培养目标，贯穿到教学的全过程，使素养落地具体可感。学生不是被动地吸收知识，而是动手操作、探索、体验、主动地建构知识。

学生搭积木时，为了达到自己的建筑目的，会不断地尝试、选择、调整积木的位置以及组合方式。这本身就是一个对空间关系不断进行判断并加以应用的过程。当他们思考建筑怎样才能更稳固，怎样才能搭建出某种特定形状的时候，空间想象力就不知不觉地起作用了。在“摸一摸、看一看、想一想”的活动中，学生用触觉、视觉、思维等各方面的感官同图形进行深度互动。面对的不是抽象的定义，而是具体可感的物体。由尖锐到平滑，观察不同的角度下物体的形状变化来推测隐藏的部分的形状。学生通过对物体空间认知能力的螺旋式的探究活动得到了系统的锻炼。他们所学的不仅仅是图形的名称，而更多的是伴随一生使用的观察、分析、想象、推理的思维能力。

二、教学改革的反思与展望

（一）关键：教师对核心素养的深刻理解

核心素养导向教学转变的成败在于教师。教师是课程的解释者，教学的设计者，更是学生成长的引路人。如果教师对核心素养的认识只停留在背诵概念、解读文件层面，那么教学改革就只能成为空洞的口号，无法在课堂上生根发芽。深刻的理解即教师把抽象的素养目标（空间观念、数据意识、创新精神等）分解成具体、可观测、可评价的学生行为，并以此为依据来设计教学活动、组织课堂互动、评价学习效果。

在跨文化教学情境当中，深刻的认识还要包含对文化差异的敏感性以及包容性。教师应该认识到，来自不同文化背景的学生会有不同的知识前见和思维方式。在某些文化里，对空间关系的描述比较细致，其学生在空间方位认知方面可能有先天优势；在动手实践环境中长大的人，建构和操作能力会更强一些。因此，有深刻素养理解的教师不会用一种标准来衡量所有的学生，而是会创造出多种学习途径和评价方式，使每一个学生都能在自己擅长的领域中发光，从而激发他们克服自身不足的勇气。

深刻的认识最终会在教师的日常教学行为中体现出来。他会更加看重学生在学习过程中思考的方式、提出的问题、解决问题的策略，而不会只看重答案是否正确。他会鼓励学生大胆猜想、动手验证，也允许学生犯错、走弯路，因为只有经过这样的试错与修正的过程，素养才得以真正形成。他会把自己当作学生学习中的脚手架，在学生需要的时候给予适当的帮助，在学生能够独立探索的时候选择适度的放手。可以说教师对核心素养的认识程度，决定着课堂教学所能达到的高度。

（二）挑战：如何在有限时间内平衡知识与素养

在实际的教学过程中，普遍存在的难题就是怎样在有限的课堂时间里，有效地平衡知识教学与素养培养。一方面国家课程标准对各学段所应掌握的知识点有明确规定，考试和评价体系在很大程度上还是围绕这些知识点展开的，这就构成了教师教学的硬性任务。另一方面，批判性思维、合作与交流、创新意识等核心素养的培养，常常需要较长的时间去探究、开放的空间去交流，这和高密度、快节奏的知识讲授存在着明显的矛盾。

数学学科中这个难题更为突出。数学知识体系逻辑性很强,前后联系紧密,缺少任何一个环节都会给后续的学习带来困难。教师常常担心,花费很多时间组织学生开展探究性活动会影响学生的学业成绩,从而影响自己的教学进度。这样的担心是现实的、普遍的。许多教师虽然认同素养培养的重要性,但是面对巨大的升学、考核压力时,也只能无奈地回到以知识传授、习题训练为主的传统模式中。怎样设计出既能达到知识目标,又能深入融入素养培养的教学活动,对教师的专业能力提出了很高的要求。因此要具有扎实的学科基础、教育学、心理学等各个方面的知识储备、丰富多元的教学设计经验。

（三）路径：在常态课中持续渗透与落实

面对知识与素养的平衡难题,把核心素养的培养寄希望于几节公开课或者主题活动课是不现实的。唯一可行的办法就是把素养的渗透和落实融入到每一节常态课里,使它成为教学的常态而不是“盆景”。这就要求教学设计从单一点的知识教学转变为大观念教学,把零散的知识点置于更有意义、更有统摄力的核心概念或者思想方法之下。

教师可以从改善教学环节入手,在课前预习阶段可以设计一些启发性的问题,使学生带着思考走进课堂,而不是一张白纸。教师在课堂上应该善于追问,一个简单的为什么或者怎么想的,就能把学生的思维引向更深的层次。问题的设计应该从记忆型问题(是什么)转向理解型问题(为什么)和应用型问题(怎么办)。学生学习了圆的面积公式之后,不能仅仅停留在让学生计算几个标准圆的面积上,而应该提出“用一根绳子围出一个最大的面积”这样开放性的问题,使学生在解决问题的过程中加深对知识的理解,同时锻炼学生的应用意识和优化思想。

作业设计、学习评价改革就是素养落实的杠杆。作业不应该只是单一的、重复性的巩固练习,而应该增加更多的探究性的、实践性的、跨学科的项目式作业。以小组为单位,调查社区垃圾分类情况,用统计图表呈现、分析数据并提出建议。这样既可以巩固数据整理分析技能,又可以培养学生的社会责任感、合作精神、解决问题的能力。评价体系也应该变得更加多元化,把学生在课堂上参与度、思维深度、作品的创造性、项目合作的表现等过程性指标包含进评价范畴中,从而引导教师和学生都关注全面发展和可持续发展的核心素养。

第七章 教学过程性评价体系构建

第一节 过程性评价的理论基础

深入认识过程性评价的理论内涵，是创建此评价体系的前提。本节会详细地讨论过程性评价的核心思想，它的终结性评价的互补关系以及它独特的教育价值，为后面评价体系的建立和评价策略的实施打下坚实的理论基础，保证评价的科学性和人文关怀。

一、过程性评价的核心理念：为学习而评价

为学习而评价是过程性评价思想的核心思想，它完全改变了传统的评价观念，突出评价的服务功能和发展功能。从根本上改变了评价在教学活动中的角色定位，把评价变成促进教与学和谐发展的内在动力，而不再是外在评判工具。

（一）评价是教学的有机组成部分，而非教学的终点

传统的评价观念常常把评价放在教学单元或者学期末，把评价当作对学习结果的终结性判断，这样的模式把教与评割裂成两个独立的、线性的阶段。过程性评价主张范式转换，把评价看成是教学过程本身不可分割、不可或缺的组成部分。评价不是教学活动的附庸，而是嵌入到每一节课、每一次互动的肌理之中，使教、学、评三者互相交织，共同构成一个动态的、持续的循环。

一体化理念就是指评价活动和教学活动同步设计、同步实施。教师在课堂上提问、对学生小组讨论的观察、对学生作业草稿的审阅等都是过程性评价的具体表现。这些评价可以及时反映学生理解状况和学习难点，把评价从最后出具成绩的事件中脱离出来，变成贯穿于整个教学过程之中的诊断与形成工具，为持续进行的教学过程提供重要的信息，促使教学策略的实时调整和支持的及时介入。

（二）评价的核心目的是促进学生学习

过程性评价的根本目的不是给学生排座次、贴标签，而是为了增进和帮助学生们的学习与成长。它把注意力从“对学习的评价”转移到了“为学习的发展服务”。

过程性评价所得到的信息,最直接的目的就是给学生提供有建设性的反馈,使学生清楚自己的优势与不足,从而确定下一步的努力方向。

在跨文化的小学数学课堂上,这一原则就显得格外重要。不同文化背景下学生的思维方式、表达方式不一样。一个简单的分数或者等级包含的信息比较单一。相反,过程性评价所提供出的具体、详尽的反馈信息可以跨越文化以及语言的壁垒。对学生答案的反馈要关注学生不同的解题策略,鼓励学生表达自己的思维过程,这是对学生的文化视角的尊重和肯定,也能极大提高学生的数学自信心。

产生的反馈要具有及时性、具体性、可操作性。不应该只是对错的判断,更应该是一种启发式的引导。如果面积计算准确,那么我们就一起检查一下周长部分好吗?这样的引导性对话可以把评价从一件会带来焦虑的事情,变成一场支持性的交谈,赋能学生,使其成为学习的主人,并积极主动地寻求进步。

(三) 评价应贯穿于学习的全过程

过程性评价不同于只关注某一终点的终结性评价,它是一个连续不断的活动。它从一个新课题开始就介入,贯穿整个教学过程,在复习与运用阶段也一直存在。这样持续的监控可以形成学生学习的丰富而不断变化的画像,而不是孤立的一张快照。包含正式和非正式的多种形式,有事先计划的测试、项目进程检查、课堂上即时的观察以及对话等。在小学数学情境中,评价时不能只看问题的答案,还要看学生解决问题的过程、策略、疑问、合作表现等。教师用整体性、纵贯性的视角来发现学生潜在的学习障碍并及时干预,力求使每一个学生都不掉队。这也能使学生认识到学习不是一成不变的,在不断的探索中获得新的知识,错误是通向更深层次理解的途径,而不是要避之唯恐不及的失败。

二、过程性评价与终结性评价的互补关系

过程性评价和终结性评价并不是对立的,而是各自有其作用,互相补充。明晰两者的功能与特点,并将其有机地结合起来,就是建立全面有效的数学课程评价体系的关键所在,能保证评价既可以促进过程,又可以证明结果。

(一) 终结性评价: 衡量学习结果, 如期末考试

终结性评价,也叫总结性评价,主要功能是对一个阶段性的学习成果做全面的总结和评价。目的是考查学生是否达到了预期的教学目标,以及掌握了所学知识和技能的程度。该类评价一般对信度和效度有较高的要求,结果常常被用作学

生学业成绩、升学或者资格认证的重要依据，具有明显的鉴定和选拔功能。

小学数学课程中，终结性评价的形式主要有期末考试、标准化成就测验、毕业会考等。评价工具用精心设计的试题来考查教学大纲的主要内容，力求对学生数学知识储备、运算能力、逻辑推理、问题解决能力作出客观公正的评价。它提供了一个宏观的、标准化的视角，使教育管理者、教师、家长、学生本人在某一时间点上了解学习状况，并可以和其他个体或者群体进行横向比较，从而给更大范围内的教育决策和课程改进提供数据支持。

（二）过程性评价：监控学习过程，如课堂观察

与终结性评价所关注的“学习结果”不同，过程性评价所关注的是“学习过程”。它的主要目的不是给学生一个最终结论，而是在教与学的动态过程中不断收集学生学习状态的信息，以便及时调整教学策略，给学生提供个性化的学习支持。这类评价具有形成性、诊断性，关注的是学生是如何学习的，遇到哪些困难，表现出哪些进步。

过程性评价的方法灵活多样，并深深植根于日常的课堂教学活动之中。

1. 课堂观察：教师在课堂上仔细观察学生独立思考、小组合作或全班讨论的表现，从中找到学生思维的火花或者疑惑的信号。

2. 学生档案袋系统地收集学生在一段时间内完成的代表性的作业、项目报告、自我反思等来展示学生的发展过程。

3. 同伴和自我评价，学生根据事先确定的标准对同伴或者自我进行评价，对于跨文化交流来说尤为重要，有利于培养批判性思维和反思能力。

4. 非正式的提问与交流：通过与学生即时对话，了解他们独特的思考路径和潜在的认知障碍。

过程性评价和终结性评价一起构成一个完整的评价闭环。过程性评价给日常教学赋予了连续的、微观的回馈，助力师生修正航向，保证教学进程的有效性，终结性评价在关键节点上给出宏观的、总结性的证据，考察教学的最终成果。健康的评价体系应该以过程性评价为基础，为终结性评价的优良结果服务；终结性评价的结果又可以反过来证明过程性评价的价值，给下一阶段的过程性评价提供新的起点。

三、过程性评价的教育价值

过程性评价的意义并不仅仅是对技术层面的教学进行监控，它更有着深刻的教育意义。它深深地影响着学生的学习体验、教师的专业发展、学生高阶思维能力的培养，是实现教育人性化、个性化的一种有效途径。

（一）帮助学生认识自我，建立自信

在以分数、排名为主要反馈形式的传统评价体系中，学生，尤其是学习暂时落后的学生，很容易把评价结果看成是对自身能力的否定，从而产生挫败感，影响学习数学的兴趣和自信心。过程性评价用具体描述的方式来给出反馈，使学生把注意力从“我行不行”转移到“我怎样才能做得更好”。它重视学生努力的程度、所采用的策略、每一次的进步，使学生清楚地看到自己的成长轨迹。

通过这样的评价学生会认识到能力并不是一成不变的，而是可以通过努力和正确的方法得到发展。跨文化小学数学课堂上尤为明显。来自不同文化背景的学生会有不同的学习信念，过程性评价可以认可并鼓励各种不同的解题方式，而不是用唯一的标准答案来衡量一切。学生的独特想法被肯定、鼓励之后，就会体验到自己作为学习主体的价值，从而产生对数学学习的内在归属感和文化自信，进而更加勇于尝试、不怕犯错，形成积极的自我概念。

（二）为教师调整教学提供实时反馈

有效的教学不是一成不变的预案执行，而是在学生学习情况的基础上的一种动态适应。过程性评价给教师提供的是最及时、最有价值的反馈。教师利用课堂观察、作业分析、学生访谈等途径，能及时获得学生在知识理解、技能掌握、思维发展等各方面的情况。这些信息像教学航行中的声呐一样，可以准确地探测出学生学习过程中的暗礁、浅滩。

比如当教师在讲授分数概念的时候，若观察到大部分学生在理解单位“1”的整体性上存在问题，那么这就是一个很强烈的信号。该信号说明教师之前的设计没有考虑到学生已有的知识经验、文化认知习惯。

依据过程性评价的反馈结果，教师可以就教学进行相应的改动。能减慢教学速度，加多具体的操作活动；可以重新设计教学案例，贴近学生生活世界、文化语境；还可以针对个别学生实施有目的的辅导。根据证据进行教学决策，使教学更加科学、更有回应性，避免了盲目猜测和“一刀切”的做法，大大提高了教学

的针对性与有效性，真正做到因材施教。

（三）培养学生的元认知能力

元认知就是对认知的认知，即学生对自己学习过程的思考和管理能力，包括自我计划、自我监控、自我评价、自我调节。这是学习者走向自立的重要能力。过程性评价体系由于自身的机制，极大地促进了学生元认知能力的发展，使学生不再是被动的被评价者，而是主动参与评价的评价者。

学生要通过建立学习档案袋，在规定的时间内选择自己最满意的作品，说明选择的理由以及自身的进步与不足。同伴互评活动就是让学生学习使用评价标准来分析别人的作业，并提出建设性的意见。在自我反思的时候，学生要回答，今天学到了什么。“还有哪里弄不清的？”“下一步该如何操作呢？”这些无一例外地使学生把自身的学习过程当作思考的对象，学会审视自己的学习策略，评价自己的理解程度，主动规划自己的未来学习行动。长期以来，学生就会逐渐脱离对外部监控的依赖，进而发展成能自我监控的有效学习者，最终成为有反思精神、有策略的学习者。

第二节 数学学习过程的评价指标

在跨文化背景下，对小学数学学习的评价不能只看最后的结果对或者错，而应该重视学生在知识建构过程中所表现出来的动态行为和思维轨迹。过程性评价可以给出更丰富的学情信息，使教师了解到不同文化背景的学生在行为习惯、认知特点方面有何不同，进而采取更具有针对性的教学方式。本节要创建出一个多元立体的过程性评价指标体系。

一、参与度与投入度指标

学生参与度、投入度是学生学习主动性的外在表现，是学生对数学活动认知和情感投入的反映。多元文化课堂里解读这些行为指标的时候，必须考虑到文化差异造成的不同行为模式，防止单一评价标准造成的误判。教育者应当细心观察，科学评价。

（一）是否积极举手发言，参与讨论

积极举手发言是最直接的课堂参与信号。一般情况下说明学生跟上了教师的

思路,而且有很强的意愿把自己的看法或者疑问表达出来。即时互动可以调动课堂气氛,也可以给教师提供学生理解程度的即时反馈。学生发言的内容、次数、质量一起构成了衡量课堂参与深度的维度,也是学生学习状态的晴雨表。

该指标的评价要结合文化背景来慎重地解读。许多鼓励外向表达的文化环境里,积极发言被视作优秀学生的一种标志。但是,在一些崇尚内敛、深思的文化里,学生会倾向于在思考成熟之后才发表意见,或者把静默聆听、内化当作对教学的尊重。因此教师要区分学生是由于害羞、语言障碍、文化习惯而沉默,还是由于注意力不集中、缺乏兴趣而消极。在评价时应该从学生非语言行为,如专注的神情、同步的笔记等方面考虑学生的表现,并考察学生书面作业、小组讨论等其他方面的情况。只有这样,才能做出全面公正的判断,尊重、理解不同文化背景下“积极”的表现形式。

(二) 是否能长时间专注于数学任务

数学学习,尤其在解决复杂问题时,要求学生能够投入并保持高质量的注意力。长时间集中于数学任务,是学生认知耐力、意志品质、学习兴趣的综合反映。专注力即学生在面对复杂的计算、抽象的概念、多步的应用题时,能够排除外界的干扰,持续地集中注意力去观察、分析、推理、验证。它不是时间的简单相加,而是思维高度活跃、集中的状态,是深度学习发生的重要条件。跨文化课程设计中任务本身的形态、内容都会对学生的注意力产生引导作用。由于文化背景不同,学生对不同的任务会产生天然的亲近感,有些学生擅长处理抽象符号逻辑,有些学生则对与现实生活密切相关的情境问题更感兴趣。因此,教师在评价的时候应该给出多样化的数学任务,观察学生在不同情境下的专注力表现,从而更准确地评价学生的实际投入程度,据此调整教学策略,激发所有学生内在的学习动机。

(三) 是否主动提出问题和质疑

主动提问、质疑是学生由知识的被动接受者变为知识的主动建构者的重要标志。它既是弥补自身知识空白的手段,又是高阶思维能力的体现,说明学生正在对所学知识进行批判性的审视和深层次的加工,努力建立知识之间的内在逻辑联系。敢于提问的学生也表明他们具有发现问题、定义问题的元认知能力。

探究精神的表现形式会受文化的影响。在一个鼓励挑战、辩论的文化环境里,学生会更频繁、更直接地向老师或者同学提问。相反,在崇尚尊重权威、维护已有知识体系的文化环境中,学生就会把疑问深藏于心,认为直接提问是对老师教

学的不尊重。文化烙印会造成学生心中有疑惑,但是外在行为上会表现出顺从、接受。

为准确评价并有效激发学生的质疑精神,教师需营造一个心理安全、文化包容的课堂环境。

1. 教师可以设立匿名问题箱或者创建在线提问平台,使性格内向、受文化习俗影响的学生可以在没有压力的情况下提出疑惑。

2. 教师应该公开表扬提问的行为本身,把质疑重新定义为对于知识的共同探究,而不是对个人的挑战。采用这些策略可以使不同文化背景的学生都敢于并且愿意提出问题,从而更好的了解他们批判性思维的发展水平。

二、思维过程与方法指标

探究学生在解决问题时所经历的思维过程、所用的方法策略,就是过程性评价的主要内容。它不再是只对结果进行评判,而是对学生数学认知结构的特殊性以及发展潜力进行评价。通过思维过程的评价,教师可以找到学生学习的难点、认知障碍,特别是和文化认知方式有关的方面。

(一) 是否能清晰表达自己的思考过程

让学生阐述自己的解题思路,是打开思维“黑箱”的好方法。清晰表达思考过程,即学生不仅要知道“是什么”、“怎样做”,还要知道“为什么要这样做”。这可以促使学生将内心模糊的思维进行整理、组织、逻辑化,是元认知训练的一种极好的方法。它可以体现学生在概念理解、逻辑推理、步骤安排等各方面的好坏。

跨文化教学环境之下,对于学生表达能力的考察要格外小心、灵活。学生的语言组织能力、表达习惯、母语语法结构等都会影响到数学思维的表述方式。有的文化背景的学生习惯于有条理、层次分明的演绎方式,有的学生则喜欢用跳跃式、灵性的启发式来表达。语言能力尚在发展中的学生,在数学上可能有深刻的认识,但是不能用流畅的教学语言来表达。因此评价的重点应放在学生所表达的数学思想是否有效、深刻,而不是语言表达是否华丽。教师可以鼓励学生用数学语言,即图示、符号、公式等不同的媒介来表达,也可以通过追问的方式进行耐心的追问,例如,“你能画出来吗?”以使能够表述不同的思维过程。

(二) 是否能尝试用不同的方法解决问题

“一题多解”是考查学生数学思维灵活度、宽广度的标准。能主动探索、尝

试用不同的方法解决同一问题的学生,对有关的数学概念、原理有更深刻、更融会贯通的理解。他们不会满足于机械地套用固定不变的解题方法,在面对问题内在结构及条件变化时,可以灵活运用不同的知识、方法,建立起各个知识点之间动态的联系。这是数学创造力的主要组成要素,也是学生将来面对复杂未知问题的基础。在跨文化的小学数学课堂中提倡并评价“一题多解”有着特殊的意义。来自不同国家或者地区的教育体系的学生,在基础教育阶段就学到了不同的计算技巧或者解题模型。在乘法运算中,学生可以采用格点乘法、竖式乘法或者其他区域模型等方式来表现。如果教师能够珍视学生展示出来的不同的文化智慧方法,将大大丰富全班学生的解题策略库,并传达出一个重要价值观念:数学知识的途径不是唯一的,多种不同的方法同样应该被尊重。评价重点不是看哪种方法最好,而是看学生有没有开放的心态接受新方法,能对自身和他人的方法做出合理的分析和比较。

(三) 是否会运用画图、列表等策略

画图、列表、制作表格等属于重要的数学问题解决策略,它们把抽象的数学概念同具体的形象思维联系起来。学生面对复杂或者信息量大的问题时,用这些方法可以将文字信息转化为直观的视觉表征,从而有利于理清数量关系、发现隐含模式、简化问题结构。将抽象变为具体的能力,就是学生数学建模素养的萌芽。

评价此指标要从学生运用策略的自觉性、有效性两个方面进行。善于运用策略的学生,在面对难题的时候不会无从下手,而会主动把问题转化成可视化的或者结构化的形式。跨文化背景下学生偏好的策略是有差别的。有的文化中习惯用图形来进行思考,而学生也可能更习惯逻辑推理和符号运算。所以教师评价时不能要求所有学生都用同一种策略,而是应该关注学生是否具有一个策略工具箱,并且能自觉地选择、使用适合自己思考的策略。评价的重点是看学生是否能够用策略来管理复杂的、推动思维过程的元认知能力,而不是看学生是否使用了某种标准策略。

第三节 课堂观察与学习分析技术

跨文化背景下小学数学课堂评价体系的创建,不能继续沿用以往的分数导向型模式。为了真实的掌握不同文化背景学生学习的状态以及认知特点,教师依靠精细的课堂观察与现代化的学习分析技术。这是教学评价的重要环节,也是实现个性化教学、促进教育公平的有效途径,它使教师可以了解到学生在知识、技能、思维方式、文化适应性等各方面具体的表现。

一、有效的课堂观察方法

有效的课堂观察可以给教师提供第一手、过程性的教学信息。多元文化交融的课堂里,单凭经验的判断很容易受到观察者自身文化背景的限制而产生偏差。因此,用系统、科学的方法来观察,可以使得教师对学生的认知行为和内在需求有更加客观、深入的认识,为之后的教学决策提供可靠的依据,保证教学调整的针对性和有效性。

(一) 设计结构化的观察量表

结构化观察量表给教师提供了一个清晰的、标准化的观察框架,减少了主观臆断,随意性大的情况。在跨文化数学课堂中,量表不能只用对错来判断,而应该更多地考虑学习过程的丰富性。量表中可以包含数学语言使用这一维度,再细分为母语和教学语言转换频率、数学术语理解与运用等观测点,在问题解决策略维度上,可以记录学生倾向于图形化、符号化还是实物操作,以及策略中是否带有原属地教育文化的痕迹。

该量表还要考查学生的非言语行为以及社会性互动。学生的眼神、姿态、参加讨论的积极性等都是学生学习投入度、自信心的反映。特别是对语言表达不流利的学生来说,非言语线索的解读就显得格外重要。还要记录学生小组合作是与同文化背景的同学交流多,还是主动进行跨文化合作,这对于评价学生合作能力和文化适应性有特别的意义。

教师使用量表进行连续的观察与记录,就会得到大量的纵向数据。对这些数据加以定期分析,就可以表现出各个文化群体甚至单个学生所具有的学习优势、可能遇到的困难以及思维方式。教师会发现有的文化背景的学生在空间几何上具有很强的直觉思维,但在代数推理上却需要更多的帮助。基于证据的发现是实行

差异化教学、文化回应式教学的前提。

（二）采用轶事记录法，捕捉关键事件

轶事记录法属于非结构化的观察方法，需要教师用叙事的方式敏锐地发现并记载下课堂里发生的、有典型意义的具体事件。事件就像一个个切片，可以表现出学生处在具体环境里时思维、情感、认知上产生的真实的矛盾，给量化数据提供生动、鲜活的辅助。在跨文化环境里，关键事件一般会在文化观念或者思维方式相撞的时候发生。

教师可以记录下习惯于程序化计算的学生，在面对开放性探究问题时所表现出的困惑以及最后的尝试，也可以记录下强调心算文化的学生，怎样巧妙地运用独特的计算方法解决复杂的问题，引起其他同学的惊叹和兴趣。记录不需要完整、系统，但是要真实、具体，事件发生的时间、地点、情境、涉及的学生、学生具体的言行。教师可以附上自己初步的分析和反思，思考该事件反映的文化差异或者认知特点。质性资料的积累可以使得教师对学生个体有更加立体、深入的认识，不会把学生简化为某种文化类型的刻板印象。

（三）进行焦点学生跟踪观察

焦点学生跟踪观察属于比个案研究更为深入的个案研究方法。老师有目的的挑选不同文化背景、不同学习程度、不同行为特点的学生作为长期观察的对象。一段时间内，教师对这几位焦点学生进行全方位的、持续性的、细致的观察和记录，就像一部教育纪录片。这样一种方式可以使得教师穿透班级整体的表象，去看到每一个学生在学习之路上的具体轨迹和变化。

观察的内容可以很广，可以从学生走进教室到离开教室的全过程。他怎样准备学习用具，课上与老师、同学交流的情况，独立思考和小组讨论的表现，遇到困难时的求助方式，完成作业的态度与方法等。在跨文化数学课堂中，教师可以关注焦点学生对于应用题中的文化背景理解是否遇到困难，或者他们自带的文化经验能否给解决问题提供独特的角度。通过同一学生不同时间、不同学习内容上的表现来进行比较分析，教师可以更准确地发现学生学习需求的变化，也可以评价某种教学干预措施的效果，从而实现真正的因材施教。

二、利用学习档案袋进行评价

学习档案袋又叫成长记录袋，是动态的过程性评价工具。它从系统性地收集

学生学习过程中各种作品及有关材料的角度出发,全方位地展示出学生的发展和思考。跨文化小学数学教育的档案袋评价不是单一的分数标准,它承认并展示学生多样的学习路径、多样的成果表现形式,给不同背景的学生提供一个展示自己独特才华、展示自己成长轨迹的平台。

（一）收集学生的优秀作品、错题反思

学习档案袋的主要内容是学生的作品,形式尽可能多样化,适应不同的文化背景的学生。除了常规的数学作业和测验卷以外,应该把学生将数学与自身文化经验相结合的创造性成果也包括进去。研究本民族传统建筑中几何图案的数学报告、用数学原理解释本国传统节日的演示文稿、记录家庭购物预算与花费的数学日记。优秀作品可以证明学生的数学应用能力,也可以体现学生把数学知识与现实生活独特角度,体现数学文化多样化的价值。同时错题反思也不能缺少,它是档案袋中不可缺少的一部分。教师要引导学生不只是对答案进行订正,还要分析出错误的原因,思考自己的认知错误是否和以前的学习经验或者语言理解有关。一份深刻的错题反思的价值要大于一份完美的试卷,因为它代表学生元认知能力的提高以及对知识深层建构。不同教育体系学生错题的类型是有规律的,给教师提供调整教学策略的线索。

（二）记录学生的成长轨迹与进步

学习档案袋实际上就是成长的故事集。它以时间为轴,把学生各个时期的成果、教师的观察记录、同伴的评价、学生本人的反思串联起来,形成一条可以被清楚看到的个人进步曲线。对于处在跨文化适应期的学生来说,他们的进步不一定是直线的,有时还会出现退步。传统的终结性测验不能反映出这个曲折前进的过程,但是档案袋可以完整的记录出来。

教师要和学生一起回顾档案袋中的内容,从中发现优点与继续努力的方向。可以比较学期初和学期末同类型问题两套作业,看学生在解题方法、表达规范、思维深度等各方面有哪些具体的进步。纵向对比使学生每一次的努力和进步都被看见、被认可,极大地调动了学生学习的积极性和自信心。档案袋里的教师评语应该成为描述性的反馈,而不是评判性的结论,指出学生进步的地方以及可以改进的细节,使其成为学生前进的“脚手架”。

（三）引导学生进行自我评价与反思

自我评价与反思是学习档案袋评价的灵魂,也是培养学生成为独立、自主学

习者的关键。教师要建立包容性并能够引导学生反思的工具,使学生克服语言、文化的障碍,把想法表达清楚。不仅可以提高学生的元认知能力,还可以增强学生对于学习的掌控感和主人翁意识。

教师可以给学生提供一些结构化的反思框架或者引导性问题,使学生定期对自己的学习进行复盘。具体而言,可以这样做

1. 目标设定与回顾,每一个学习单元开始的时候,带领学生一起设定个人学习目标,在单元结束之后,通过档案袋里的证据来判断目标是否达成。本单元想要学会最核心的数学技能是(1个)。你觉得自己做到了吗?有哪些作品可以证明?“同时教师也可以引导学生思考,在跨文化背景之下,所设定的目标是否兼顾到了语言、思维习惯、文化理解等各方面的差异?”这些差异对目标达成会产生怎样的影响?

2. 过程与策略反思,即让学生对自己的学习方法进行思考。解决问题时所用的方法你觉得哪种教学法更适合你?为什么认为它是最好的呢?这次小组合作你提出了哪些意见?你从同伴那里学到了什么

3. 情感态度体验,即学生在学习过程中所产生的情感体验,也就是对新环境的适应。可以提问本部分内容的学习感觉如何?是兴奋的、还是困惑的、是挑战性的?用画画的方式解决问题喜欢吗?这就让你觉得更轻松了吗

经过这样的引导,学生慢慢学会怎样审视自己的学习,发现自己的长处和不足,主动规划未来的学习方向。这本身就是一种学习,它使档案袋评价有了生命,使档案袋评价由一个简单的作品集,变成了一种促进学生深度学习、自我实现的强大工具。

三、数字化学习分析技术的初步应用

由于信息技术和教育之间有了深度的结合,在跨文化背景下,数字化学习分析技术让人们对于小学数学学习过程的了解,前所未有的更加深入。能够捕捉并分析学生在数字化环境中大量的学习行为数据,把原先隐藏的思维过程、学习模式部分地暴露出来,帮助教师做出更加准确及时的教学决策,更好地满足多元化班级中每个学生个性化的需求。

(一) 利用在线学习平台数据,分析学习行为

目前许多在线学习平台或者应用程序被应用到数学教学中,既给学生提供丰

富的学习资源，又起到忠实的记录员的作用，自动追踪学生每一次的操作。平台可以记录学生观看教学视频所花的时间、暂停回放的时间点、做在线练习的次数、做题的用时、求助提示的点击次数。所有这些数据一起就构成了学生学习的详尽画像。

跨文化课堂上分析这些数据更有意义。教师可以分析不同的文化或者语言背景的学生群体，在使用平台资源的时候是否有不同的偏好。母语不是教学语言的学生是否更经常观看有大量视觉演示的视频？有较强算法训练背景的学生在程序性练习上花费的时间是否更少，在概念理解题上反复尝试？平台可以使用聚类分析等方法找到学习行为具有相似性的学生群体，提示老师应该注意这一群学生共有的问题。大数据分析使教师可以超越直觉，发现以前不能发现的深层次的学习规律，从而更准确地推送学习资源或者修改教学设计。

（二）通过答题器即时反馈，了解学情

重视集体和谐、不支持公开提问质疑的文化环境，会造成学生不敢在课堂上暴露自己的疑惑。答题器或者各种即时反馈的应用（通过平板电脑或者手机选择、判断、简答等）为此提供了一个理想的解决办法。允许每个学生以匿名或者半匿名的方式，对老师提出的问题进行同步回答。教师可以在几秒钟内得到全班作答数据的柱状图，即选项分布图或者关键词词云图。即时、全面的学情反馈对把握好教学节奏、调整好教学重点起着十分重要的作用。当教师发现某道关键概念题的正确率远低于预期的时候，就可以立即停下来，对该知识点进行追问、澄清或者补充讲解，而不需要等到单元测验之后再发现问题。答题器的使用给内向学生、文化敏感的学生提供平等的参与机会，使他们的声音被表达出来，从而保证了教学的包容性。

（三）数据可视化，直观呈现班级整体情况

原始学习数据是零散的、抽象的，不能直接用来指导教学。数据可视化可以将复杂的数据以直观、易理解的图形、仪表盘的形式呈现出来，使老师能很快地掌握班级整体的学习情况和个体差异。知识图谱可以清晰地反映出班级学生对于某个知识领域的掌握情况，大部分学生已经掌握的知识点属于绿色区域，存在普遍困难的知识点属于红色预警区域。

教师通过可视化的仪表盘可以看到班级整体的进步趋势，也可以看到不同学生群体在计算能力、空间想象能力、逻辑推理能力等各方面雷达图的对比，还可

以看到学生作业中常见的错误类型分布热力图。直观的展示方式大大减轻了教师解读数据的认知负担,使教师很快找到问题所在并采取行动。当班级分式的应用题普遍表现不佳的时候,老师就会组织专题讨论或者制定有针对性的作业练习。数据可视化使教师由经验的执行者变为用数据导航的“教学诊断师”。

第四节 过程性评价的实施策略

过程性评价重视学生在学习过程中发展、进步,它不单是检验知识掌握程度的手段,更是激发学生深度学习、发展高阶思维的催化剂。跨文化背景之下,如果评价实施策略设计得当,就能够在很大程度上保证评价的公平性、有效性以及文化适应性。

一、制定清晰的评价规则与标准

清楚的评价标准是过程性评价顺利进行的先决条件。在多元文化共融的课堂环境当中,统一、明确并且容易被理解的标准可以跨越语言、文化上的差异,给所有的学生赋予公平的参照体系,引领他们确定学习目的和努力方向。

(一) 与学生共同制定评价标准

将评价标准的制定权部分下放给学生,这是建构主义学习理论在评价领域里的具体实践,也是跨文化教育背景之下促进评价公平与包容性的有效途径。这样就改变了以往教师作为唯一权威的单向评价方式,使学生由被动的评价对象变为主动的参与者、建构者。当来自不同文化背景的学生有机会表达自己对于“优秀的数学学习”的理解的时候,一方面可以给评价标准带来多元化的视角,另一方面又可以让学生体会到被尊重、被认同。这是一个很好的跨文化交流过程,学生在其中学会倾听、理解、整合各种观点,这对培养学生全球胜任力十分重要。

教师在实际操作中,可以组织学生就某一学习任务,比如设计一个社区调查方案、解决一个步骤较多的复杂应用题等展开小组讨论,从中找出他们认为决定该任务完成质量的因素。教师可以对学生给出方向性的引导,例如解题思路是否正确、数学语言表达是否准确、所建模的模型是否新等等,具体的评价方式及各方面权重的分配由同学们协商决定。教师可以搜集学生作业样本,并做匿名展示,引导学生比较分析各个作品的好坏得失,从其中得出评价指标以及等级描述。协

商得出的标准不再是教师单方面强加给学生的外部命令，而是学生集体智慧的结晶，是学生共同认可、承诺遵守的“课堂契约”，会极大激发学生的内在学习动机。

共同制定的过程还可以有效防止因为文化差异造成的评价标准“水土不服”的问题。不同文化中学生对于表达的要求是不同的，有的文化重视简洁明了的表达方式，有的文化重视详尽阐述、多角度论证。如果评价标准全部由教师单方面来定，就会不自觉地偏向于某种特定的文化模式。学生参与制定的过程可以将潜在的偏见暴露出来并加以修正，最终形成更加普适、公正的标准，真实地反映出所有学生的能力，而不仅仅是他们对某种文化规范的熟悉程度。有利于营造出一种课堂氛围，使每个学生都认为自己的文化背景是自己数学学习旅程中的一笔财富，而不是障碍。

（二）使用学生能理解的语言描述标准

评价标准的语言是联系评价意图与学生活动的桥梁，桥梁是否牢固顺畅直接关系到评价的有效性。在小学数学跨文化课堂上，学生语言背景是复杂多样的，有的学生是母语学习，有的学生是第二语言学习，学生语言熟练程度、词汇量、抽象概念理解能力千差万别。因此，如果用专业的、复杂的学术术语来表述评价标准，势必会给学生设置一道难以逾越的障碍。这会使评价的重心由数学能力的考查转向语言能力的测试，对于那些数学思维活跃但是语言表达仍有困难的学生来说，是极不公平的。评价语言要以儿童为中心，以清晰、具体、可操作为主要标准，保证每个学生都能够准确无误地理解做什么以及怎样才能做得更好。

因此教师必须创新地运用各种方法将评价标准转化为呈现出来。把抽象的等级表述转化为具体的“我能行”陈述句。将“能够运用多种策略解决问题”具体化为，用画图的方法解决问题、用列方程的方法解决问题。大量使用可视化工具，设计图文并茂的评价量表，用图标、颜色或者简单的图画来表示不同的表现水平，使学生一目了然。用一颗星到五颗星来代表从需要努力到非常出色等级。再用真实的学习案例做“锚点”，匿名展示不同水平的学生作品，并用注解加以说明，让学生在对比分析中感受每一个等级的具体要求。教师在过程中不能使用带有文化偏见的俗语、比喻，保证所用语言和示例在不同的文化语境中具有相同的、清晰的含义，给所有学生创造一个公平、无障碍的评价环境。

（三）将评价标准公示，做到透明公正

评价的公正性不单是评价标准本身是否科学合理的问题，更在于评价的过程

是否公开透明。在跨文化教育环境当中,学生以及他们的家长所处的教育体系不尽相同,因而对于评价的目的、方法以及标准抱有不同的期待和认识。由于信息不对称,很容易造成误会、焦虑、不信任。因此,把学生共同参与制定或者精心设计的评价标准全部公开出来,是建立师生、家校之间信任关系,保证评价过程公平公正的重要措施。透明的评价体系会向所有的参与者传递这样的信息,评价不是只用来评判、筛选的,而是诊断和支持每一个学生成长的过程。

公示的实践策略要多样化并且容易被接触。最直接的方式就是在教室的显眼位置,学习园地或者布告栏上张贴与当前学习单元有关的评价量规。教师布置重要任务时应该向学生明确给出相应的评价标准,并指导学生学会用这些标准来规划和控制自己的学习过程。借助现代信息技术,可以把评价标准上传到班级网站、家长通讯应用等数字平台,家长可以随时查阅,从而更好地了解学校教学要求,在家中给孩子的学习提供更有针对性的指导和鼓励。对于重要的评价标准,若可以提供多种语言版本,那么学校对文化多样性的尊重和关爱就更加明显。全方位透明化的操作一方面给学生提供自我评价、自我调整的工具,另一方面又使家长成为教育的同盟军,共同创造出一个积极可预期、支持学生学业进步、全面发展环境。

二、实施多元主体的评价方式

过程性评价的深浅、宽窄,很大程度上是由评价主体的多样化决定的。采用学生自评、同伴互评和教师专业评价相结合的方式,可以形成一个立体的、动态的评价体系,从不同的角度全面地发现学生的学习表现,使学生真正成为学习的主人。

(一) 教师评价:专业的引导与判断

在多元主体评价体系当中,教师的评价不是被削弱的,而是更趋于专业。教师不再只是唯一的评判者,而是整个评价生态系统的设计师、引导者、专业的诊断者。在跨文化课堂里,教师专业性体现出来的就是其对文化敏感性、对学生的个体差异有深刻的认识。教师的评价不再只是对答案对错的简单判断,而是对学生思维过程、策略选择、学习态度、协作能力等各方面进行综合考量,并能结合学生的文化背景进行合理的解释。

教师的专业评价渗透于教学的每一个环节,方式灵活多样,旨在捕捉学生最

真实、最自然的学习状态。

1. 教师应该像研究者一样，对学生的独立探索或者小组合作做系统的观察和记录。习惯于沉默思考、不轻易发言的学生，并不一定是不投入的，这与学生所处的文化背景更重视深思熟虑有关。教师应该通过提问、查看学生草稿等方式，探究学生深层次的数学思考。

2. 诊断性作业分析，教师对学生的作业关注点不应该只停留在最后的结果上，而应该更多地关注解题的途径和错误的类型。一个看起来很奇怪的解题方法，可能是由于学生母国教育体系里独特算法造成的。教师的任务就是理解和尊重这种差异，在此基础上进行引导，而不是简单地以标准答案来否定。

3. 建设性的反馈对话：教师评价最有效的途径之一就是和学生单独交谈。教师在对话中应该使用启发式提问，使学生自我发现问题、总结经验。反馈语言要积极、具体，还要有文化适应性。对谦逊文化背景的学生多用鼓励、肯定的语气，把改进建议巧妙地包含在赞扬里，更容易调动学生的积极性。

教师评价是专业性的综合判断。它把来自课堂观察、作业分析、学生自评、同伴互评等各种途径的信息综合起来，对学生数学学习情况做出全面、立体、发展的描述。这样的评价既给学生指明了下一步学习的方向，也给教师自身的教学反思和课程调整提供了一定的依据，使教学活动可以不断、动态地满足每一个学生个性化的需要。

（二）学生自评：培养反思能力

学生自评是培养学生独立、自主学习的重要环节，其关键之处在于培养学生的元认知能力，也就是学生对自身学习过程的监控、反思与调节的能力。在跨文化背景下，引导学生进行有效的自我评价，首先要认识到文化对学生自我认知、自我表达的影响，为学生提供必要的支持性“脚手架”。受东方文化中谦逊思想的影响，有些学生在别人面前不愿意承认自己的长处和取得的成就，甚至会过分贬低自己，相反，来自鼓励外在表达文化背景的学生更习惯于表现自己。教师的任务不是要抹平这些差异，而是在安全、支持性的环境下，使所有的学生都以自己最舒服的方式进行真诚的自我反思。

为了有效地实行学生自评，教师必须给学生一个明确、具体的工具来用。仅仅告诉学生评价一下你自己是远远不够的。教师应当依据同学生一起制定的评价标准，创建出一系列有指导性的自评工具。初期可以用简单的清单或者检查表来

帮助学生检查是否做好了准备,比如“我检查了我的计算”、“我用图示来理解问题”。随着学生能力的提高,可以采用更高阶的自评问卷或者反思日志,在其中加入启发式的开放性问题,例如,本次解决问题过程中遇到的最大困难是什么?我是怎样克服它的?、与上次相比,我在哪方面有进步?为了下次做得更好,我需要学习或者练习什么?这些问题可以把学生反思的焦点从分数、等级转移到学习策略、思维过程以及个人成长上。教师可以引导学生建立个人学习档案袋,有目的地搜集能体现自己进步的作品,并在各个阶段给档案袋写一份反思性说明,使自我评价的过程具体、有据可查。

推动学生自评的最终目的是使学生养成自我反思的习惯,使之成为学生终身学习所必须具备的能力。这要长期坚持、反复地去引导、鼓励。教师应该定期组织自评活动,对学生的自我反思给予反馈,肯定学生真诚的思考,并引导学生做进一步的分析。教师要让学生知道自评不是为了得到一个完美的分数,而是为了更好地认识自己,找到前进的方向。当来自不同文化背景的学生都能够诚实地面对自己的优势与不足,据此主动规划自己的学习路径的时候,他们就真正成为了自己学习的主人,这对他们的学术发展和个人成长都有着无法估量的价值。

(三) 同伴互评:学会欣赏与建议

同伴互评是推动课堂由教师中心向学习共同体转变的一种方式。它给学生提供一个从同伴的角度去审视自己作品的机会,并学会用建设性的方式去评价别人的画作。文化多元的数学课堂中,同伴互评的价值就更加明显。它既是评价活动又是跨文化沟通的实践。学生在交流过程中会接触到和自己完全不同的解题思路、表征方式、思维习惯,这些差异就是学生不同的文化背景、教育背景所造成的。互评使学生认识到差异的价值,知道不同的方法可以表示同一个数学知识,从而开阔学生的思维领域,培养学生的宽容、尊重他人意识。

同伴互评要成功开展,首先要建立规则,创造安全的氛围。教师应先做前置教学,明确告诉学生互评的目的不是互相指责、攀比,而是相互学习、共同进步。教师应该和学生一起制定并反复练习互评的礼仪和语言规范,即必须先肯定对方作品的一个优点,然后提出一个具体的、可操作的改进建议。采用以评价两个星,附带一个愿望为目的的二级结构互评形式,促使学生做出积极的、建设性的评价。教师是互评过程中的监督者和引导者,需要及时介入可能发生的误解或者冲突,并示范怎样给予和接受反馈。评价重点只能限定在事先公布、大家共同认可的评

价标准上，不得有个人攻击或者提出与学习目标无关的评价。

经过精心组织的同伴互评活动，学生自身的数学认知水平得到提高的同时，也发展了重要的社交和沟通技能。他们学会了怎样清楚地表达自己的观点，怎样合理地提出建议，怎样谦虚地听取并采纳别人的意见。来自注重直接沟通文化背景的学生，会学会怎样委婉地提出批评来适应不同的文化背景的同伴；反之亦然，无形中提高了学生的跨文化交际能力。当学生们习惯在一个互相尊重、互相支持的氛围里学习的时候，课堂的凝聚力会大大加强，真正意义上能包容差异、庆祝差异的学习共同体就会逐渐形成。

第八章 学业质量评价标准研究

第一节 核心素养导向的评价理念

核心素养导向的评价理念就是教育评价由“知识再现”向“能力生成”的重大转变。评价不能只停留在对数学知识点的记忆和复述上，而应该深入到学生运用数学的眼光观察世界、数学的思维思考问题、数学的语言表达观点的更高层次。在跨文化的小学数学教育中，这一理念的落实就显得更加重要。

一、评价的根本目的：促进学生全面发展

评价的指挥棒决定教学的方向。确立以促进学生全面发展为根本目的，评价的重心应该从甄别和选拔转向引导和激励。教育者应该认识到每一个学生都是独特的、不断发展的个体，评价的价值在于指引学生前进的方向，而不是制造等级和标签。文化背景多元的课堂里这一点就显得更加重要。

（一）评价应服务于学生的成长，而非筛选

传统的筛选式评价体系，本质上是工业时代的产物，它的逻辑同制造标准件一样。它预设了一把统一的标尺去衡量所有的学生，结果往往是将其分为三六九等。在跨文化背景下的小学数学课堂里，该模式就更显不公。来自不同国家、地区的学生，在以往的教育经历、文化习俗、语言背景、对数学概念的初始理解框架等方面存在着很大的差别。用固定的、单一的标准来衡量学生就好比让不同选手同时到终点一样，既会对学生产生错误的评价，又会让学生产生学习挫败感。

因此，评价要转型为服务于学生成长的发展性评价。重视学生个体成长历程的纵向跟踪，重视学生从起点到现在的进步程度，而不只是看学生在群体中的横向位置。尊重差异，包容多元，把学生的每一次错误都当作一次探究的机会、一次教学改进的信号。在跨文化课堂里，教师要依靠课堂观察、学习日志、项目进展报告这些形成性评价工具，不断搜集学生学习过程中的信息，从而认识学生所遭遇的困难和取得的进步，据此给予个性化的引导和帮助，让每一个孩子都能够

按照自己的步调达成实质性的提升。

（二）关注学生潜能的发现与激发

学生潜能就像深埋在地下的宝藏，形状不同，需要评价这把精巧的“探铲”去一点点挖掘。跨文化背景下学生数学潜能的表现形式就更加多样复杂。有的学生因为自身的文化背景而擅长形象思维、空间想象，对几何图形、对称与变换等内容有很强的直觉；有的学生逻辑推理、抽象运算能力比较强。一套死板的、仅仅用笔试和运算来评价的体系，很可能会忽视前者在视觉、模式识别方面的天赋，或者低估了后者在严密论证方面的潜力。

因此评价体系要多元化、多渠道，以全方位捕捉学生在各种数学活动中所表现出来的智慧火花。教师要打破传统纸笔测试的限制，把项目式学习、探究性报告、数学建模、小组合作展示、数学游戏设计等评价方式融合起来。以“我的家乡建筑中的数学”为项目，让学生用对称、比例、几何等知识分析家乡的特色建筑，既可以考查学生运用知识的能力，又可以发现学生艺术审美、文化理解、表达等各方面的潜能。

于是评价就不再是终结性的“盖棺定论”，而成为一种不断展开的、开放的“潜能发现之旅”。评价的过程就是激发潜能的过程。当学生能够发现自己的独特才能被认可、被欣赏的时候，内在的学习动机就会被激发出来，用更积极的态度去探索数学的世界，实现个人潜能与学科学习的良性互动。

二、评价内容的扩展：从知识到素养

随着核心素养成为育人目标，评价内容也随之扩展，从考查静态知识到考查动态素养。这就意味着评价的边界得到了扩展，它不再局限于课本、课堂之内，而是延伸到了广阔的现实中，考查学生运用所学知识去解决实际问题的能力。这是评价数学教育是否提高了学生能力的主要标准。

（一）不仅评价“知不知道”，更评价“会不会用”

核心素养导向的评价要求，评价的重点要从“知识的占有”转向“知识的运用”。“知不知道”只是学习的初级阶段，是对学生记忆、理解能力的考查；而“会不会用”则是更高层次的要求，指向学生的应用意识、实践能力、创新精神，是素养形成的标志。在跨文化背景下，转变就显得尤为重要，因为它可以把抽象的数学知识同丰富多彩的个人生活经验、文化背景联系起来，从而使数学学习更

加有意义、更有价值。

为了评价“会不会用”，即评价任务的设计，不能只停留在封闭的、纯数学的练习上。应该创设能调动学生已有的知识和技能，引导他们进行分析、判断、选择、创造的情境。在学习统计与概率之后，评价任务不能只是简单的计算平均数或者概率值，而应该设计一份调查问卷，研究本校不同文化背景的学生对于午餐的喜好，根据收集到的数据撰写一份改进建议报告。学生不能只是使用统计知识，还要表现出沟通、合作、批判性思维等综合素质。

此种评价方式可以有效地把学生的注意力从刷题、背诵公式转移到对数学本质的理解以及对知识价值的探求上。它促使学生去思考数学能做什么，在实践中体会数学的力量。学生通过运用数学知识解决生活中的一些小问题，无论是设计出一模跨文化的旅行线路，还是设计出一项公平的游戏规则，所获得的成就感和对数学的亲近感，是任何高分都取代不了的。

（二）关注学生在真实情境中解决问题的能力

真实情境是数学和现实世界之间的桥梁，也是考查学生解决实际问题能力的一种载体。但是，在跨文化教学中，对于“真实”的定义要谨慎。对主流文化学生来说真实的情境（计算购物折扣、理解股票涨跌等），对来自不同经济和文化背景的学生来说则会感到陌生和疏离。这样一种情境偏见会直接影响学生对于问题的理解以及解决，从而使得评价结果失真。

因此，选择什么样的评价情境、怎样设计评价情境必须符合文化公平性、包容性原则。另一种方法是采用文化中立情境，也就是那些不依靠具体的某个文化背景知识的情境，研究自然界中的斐波那契数列、分析不同的几何图形的稳定性、研究密码编译的规律等等。这些情境是由共同的经验、共同的好奇心所决定的，可以为所有的学生提供一个相对公平的竞技场。另一种积极做法就是设计“文化包容”或者“文化自选”的评价任务。教师可以给出一个开放的问题框架，促使学生把自身的文化背景带入其中。在学习完测量单元之后，可以让学生选择一件对自己文化有特殊意义的物品进行测量，并说明该物品尺寸、形状中包含的数学与文化信息。不仅能考查学生解决问题的能力，还能促进文化交流与尊重。

（三）重视对学生情感态度价值观的评价

数学教育不单是知识的传授、能力的培养，更是心灵的熏陶、品格的养成。学生在数学学习中所表现出的兴趣、信心、毅力、合作精神、对数学文化的认同

感等都是学生核心素养不可分割的一部分,对学生终身学习和全面发展有长远的影响。在跨文化环境下,培养学生尊重差异、乐于合作、欣赏多元数学文化的意识就显得格外重要。

对于情感态度价值观的考核不能只依靠一张试卷来完成,而必须在日常的教学和互动中渗透,通过观察、访谈、学生自评、同伴互评、成长档案袋等质性评价方式来完成。教师要成为敏锐的观察者,当学生面对挑战性问题的时候,看学生是否坚持探究,在小组合作的时候,看学生是否愿意听取不同的意见,能否与来自不同文化背景的同学有效合作,在讨论数学史的时候,能否欣赏到不同文明对数学发展的贡献。成长档案袋可以包含学生最能体现的数学作品,对一次失败探究的反思、自身的数学态度变化小短文等。这些非量化的证据一起形成了学生作为一个“完整的人”的成长画像。把上述内容纳入评价体系,就向学生和家长发出一个明确的信号,即学校既重视分数,也重视学生内心世界和品格的培养。

第二节 学业质量标准的制定原则

在跨文化背景之下,小学数学学业质量标准的制定是一项复杂又精密的系统工程。它是评价学生学习成绩的标准,又是课程设计、教学实施和评价改革的总纲。制定标准的时候,要遵循一定的基本原则,既要体现出数学学科的普适性价值,又要考虑各个文化背景下的学生不同的学习需求,以此来促进每一位学生的发展。

一、科学性与可操作性原则

学业质量标准的生命力来自于它的科学内核和实践便利。脱离学科本质和学生实际的标准,就如同空中楼阁,缺少明确指导会令教师在实践中不知所措。因此标准的制定要兼顾理论性、实践性,才能真正起到指导教学、提高学生数学素养的作用。

(一) 标准制定需符合学科规律与学生认知

学业质量标准的确定,首先要符合数学学科内在逻辑以及儿童认知发展的阶段性特征。数学是研究数量关系和空间形式的学科,知识体系抽象、严密、有层次。标准内容序列要尊重学科本身的结构,保证知识点衔接与递进符合自身产生、

发展的规律。在引入分数概念的时候,必须让学生建立起整数除法、整体与部分之间关系的直观认识之后,再逐渐从具体的情境分割转到抽象的符号表达上来,这个过程不能颠倒。

同时由于跨文化背景的复杂性,标准制定者应该注意到学生认知发展多样化的现象。不同文化背景下的儿童数感、空间观念形成途径和解决问题思维习惯有明显的不同。有的文化重视心算、珠算,形成了特有的数感,有的文化通过编织、建筑等传统技艺发展了丰富的几何直观和空间想象能力。因此,在设置学习目标时应该关注数学思想与能力,而不是只看实现途径和工具。应鼓励教师把学生已有的文化经验作为学习的资源,允许并欣赏学生用不同的认知途径来理解同一个数学概念,使标准既有科学普遍性又有文化适应性。

具体内容的设置上要按照从具体到抽象、从直观到符号、从经验到理性这样的认知规律。低年级以实物操作、游戏活动、生活情境来培养学生数学兴趣、基本感知;随着年级升高,符号运算、逻辑推理、模型建构的比例越来越大。螺旋式上升设计既符合儿童认知水平上升的趋势,又保证数学知识学习系统性、连续性,使来自不同文化背景的学生在适合自己的认知速度下稳步前进。

（二）语言描述要具体、可观察、可评估

学业质量标准的实用性很大程度上取决于语言描述的准确性。模糊的抽象表述,例如理解小数意义或者掌握图形特征等等,都会给教学和评价带来极大的不确定性,造成不同的教师解读差异,使评价结果没有可比性。为了保证标准的可操作性,语言必须具体、行为导向,清晰地刻画出学生达到某个水平时能“做什么”,而不能仅仅停留在学生“知道什么”。这样的表述为教学过程定下明确的目标,也为评价提供了可以直接观察的证据。

把抽象的认知要求变成可以观察的行为动词,这是关键。对于“理解小数的意义”,具体化为能用图示或模型表示一位小数的意义;能在数轴上准确地标出一位小数;能解释生活中价格标签上小数的具体意义。这些描述清楚地指出了学生具体的行为表现,教师可以观察学生绘图、标记、口头解释来判断学生是否达到学习目标。在跨文化教学环境中更为突出,由于语言差异、文化表达习惯的不同都会造成理解上的偏差,从而使得评价更加公平、客观。

一个可评价的标准体系可以为教学诊断和改进打下基础。当标准被清楚地测量出来的时候,教师就能准确地判断出学生学习的难点和薄弱环节,进而改变教

学方法,进行个性化的辅导。学生若能完成小数计算,却不能在数轴上正确表示,则评价结果可以准确指出学生对小数位值的理解还不充分,而不是笼统地判定学生小数掌握不好。按照具体、可观察、可评价的标准来评价,可以使教学反馈更加具有针对性,有利于学生不断进步,保证不同文化背景的学生都享有高质量的教育权。

(三)为教师提供清晰的使用指南与案例

颁布一套详细的学业质量标准还远远不够,必须要有一份详尽的使用指南和大量的教学案例来保证标准的实施。教师是课程实施的主体,教师对标准的理解程度以及运用能力直接决定着标准的生命力。因此,给教师提供强有力的支撑,是保证标准可操作性的关键。

使用指南的主要任务就是对标准所包含的教育理念、设计思路和各项要求的具体内容进行解释。它应该清楚地标明各学段、各内容主题的目标层次,对标准中关键术语给出解释,防止产生歧义。更重要的是,指南要给教师日常教学提供方法论指导,即怎样根据标准来设计单元教学、创设具有意义的数学探究活动、实施形成性评价等。此部分内容要通俗易懂,贴近教学实际,把宏观的标准要求分解为具体的课堂教学行为。

案例是把理论和实际结合的最好纽带。跨文化背景下提供多样化的案例就显得尤为必要,既可以体现标准的应用情况,也可以给教师带来创造性的、文化响应式的教学灵感。

1. 情境创设案例可以体现不同文化中故事、游戏、节日、建筑等怎样融入数学课堂。用对称教学为例,可以将中国的剪纸艺术、伊斯兰世界的几何瓷砖图案、印第安部落图腾设计一起展示,使学生在多元文化美学中找到并理解共同的数学原理。

2. 学业表现案例应有不同能力层次学生作业或者项目成果的实例,附有详细的评析,说明其怎样体现标准中某一项要求。以数据统计为例,可以展示不同文化背景的学生就社区垃圾分类、家庭成员的故乡分布等不同的主题进行调查,并用统计图表清晰地表达出来。虽然主题不同,但是都达到了“能收集、整理数据,并用适当的图表来表现”的标准。

教师凭借这些具体的、形象的指南和案例,对标准的深浅、宽窄会有更为直观的感受,从中获得将抽象标准具体化为课堂实践的灵感与策略,进而开展好多

元文化环境下的数学教学。

二、发展性与导向性原则

学业质量标准既是现在学习成果的检验，又是未来的方向盘，给学生的持续发展、教学的不断更新指明方向。它不应该成为束缚学生潜能的“天花板”，而应该设计成激励学生超越、探索的“阶梯”。此原则是指标准要具有前瞻性，应该能够调动师生内在的动力，使整个教育生态向着更高层次、更具创造力的目标前进。

（一）标准不仅是底线，更是努力的方向

学业质量标准具有双重属性。一方面，它在于确定学生完成某一阶段教育后应该达到的基础知识、基本能力，即它的“学业底线”。这是保证教育公平的前提，保证每个孩子不论文化背景、家庭环境怎样，都能够获得生活和终身学习所必需的数学素养。它是课程内容的基础框架，也是教学的基本要求，目的是给所有学生提供一个公平的起点以及共同的知识基础，防止教育差距过大。

另一方面，标准也不能止步于最低要求。一个有生命力的标准体系，应该清楚地画出从合格到优秀再到卓越的成长轨迹，给学生提供不断攀登的阶梯和明确的发展方向。这就意味着标准设计要具有层次性，用不同的学业表现描述来体现学生在知识掌握深度、思维灵活度、问题解决复杂程度、创新应用能力等各方面的差异。解决应用题的底线要求为一般性的应用题，更高要求则是识别出现实中数学问题，运用多种策略或者建立数学模型去解决。分层设计既承认学生学有余力向上推进的可能性，也给教师差异化教学、个性化指导提供依据。它给师生传递出明确的信号，学习是没有尽头的，标准是为超越而设的。用更高的可能性来激发学生的内在动机和教师的教学热情，使师生不断追求卓越，最大限度地发挥出潜能。

（二）鼓励创新与个性化表达

学业质量标准在保证核心数学素养达成的同时，应该为教学创新、学生个性化学习留出足够的空间。如果标准过于细致、僵化，规定好教学过程的每一步骤，教学就会变成机械化的流程，教师的专业自主性就会被压抑，学生的思维也会被困在固定的框架里。因此标准应该以学习内容为主，不能对教学方式、方法做过多的限制。

本理念突出教师的课程开发和创造者身份，而不能仅仅作为执行者。教师可以按照学生不同的文化背景、兴趣爱好、认知特点来灵活选择、设计教学材料、教学活动和评价方式。例如，对概率标准要求学生用实验来感受事件发生的可能性大小，教师可以引导学生设计与生活有关的实验，比如抽签游戏、天气预报讨论、分析不同的文化背景下的传统游戏（中国“抓彩”、国外掷骰子游戏）背后所隐藏的概率问题。学生在这样的个性化和文化色彩浓厚的探究活动中，也可以达到对概率核心概念的理解。

同时，标准要积极提倡和接受学生个性化学习成果的表达。数学学习成果不应该只看标准的试卷答案。学生可以撰写数学日记、制作几何图形主题海报、编排几何图形相关舞蹈、开发解决实际问题程序等来表现自己对数学知识的理解与应用。在跨文化背景之下，这样的多样性表现就显得更加可贵了。学生可以凭借本民族艺术的表现形式、叙事方式或生活经验来解释数学概念。学习几何变换的时候，可以创作一幅带有平移、旋转、对称等元素的民族风格装饰画。

当标准认可并提倡这些创新教学法和个性化学习表现的时候，它就不再是外部评价工具，而是激发内在学习动机的催化剂。学生由于学习与自身文化、兴趣相关而更加投入，教师由于拥有专业自主权而更加热情。良性互动可以提高学习效果，也可以培养学生批判性思维、创造力、多元文化理解与尊重等超越具体数学知识、伴随学生终身发展的素养。

第三节 评价工具的开发与使用

在跨文化背景下，对小学数学课程的评价不再只是用分数来衡量，而是在多方面、多角度上体现来自不同文化背景的学生的数学认识过程、思维特点、学习成果。因此开发和运用科学合理的评价工具就是达成教育公平，推动个性化发展和优化课程设计的根本办法。这就要求这些工具不能只准确地评价学生对数学知识的掌握程度，还要能够洞察学生在受到特定文化影响之后，对数学概念的理解和解决问题的方法所具有的独特视角。

一、纸笔测试与表现性评价工具的开发

将纸笔测试和表现性评价工具有机地结合起来，对于考查学生的数学能力来

说是十分重要的。跨文化背景下,评价工具的设计不能被单一文化视角所限制,在保证信度、效度的同时,要充分尊重并包容文化多样性,给每一位学生搭建起一个公平展示数学才华的平台。

（一）优化纸笔测试，增加情境化、开放性试题

传统纸笔考试因为它的标准化以及管理方便等特点,在教学中仍然占着很重要的位置。但是,只依靠那些以计算技能、固定答案为主的题目来考查学生多元的数学思维、解决问题的能力,是不够真实的。因此改进纸笔测试,使它有包容性、诊断功能,是课程设计中不可缺少的一环。这种纸笔间的互动,不但是题型上的创新,更是评价理念的深层变革,目的在于通过这种方式更好地认识学生内心丰富多彩的数学世界。

核心就是增加情境化、开放性试题的设计。情境的创设不能只局限于一种文化,而应该广泛地吸取各个国家、民族的生活习俗、历史故事、建筑样式、艺术形式等作为命题的素材。在讲解对称概念的时候,可以并列展示中国剪纸、伊斯兰几何图案、印第安纳瓦霍族沙画等多元文化元素,使学生从中发现对称的关系。既可以激发不同文化背景的学生们的亲切感、认同感,又能让学生在熟悉的情境里调动生活经验,把抽象的数学知识同具体的文化载体紧密地联系起来,进而加深理解。

开放性试题的设计,给学生展示思维的独创性、多样性留出了广阔的空间。此类题目一般不会给出唯一的正确答案或者固定的解题方法,而是让学生从不同的角度出发,用个性化的策略进行探究。可以设计一个题目:用自己喜欢的方式向来自不同国家的朋友介绍分数的概念。学生就可以用图画、故事、本国货币体系为例来回答。评价方式不但可以发现学生在标准算法之外拥有的非正式数学知识、创造性思维,尤其是一些植根于学生母体文化中的特殊推理方式,而且能给教师提供更加丰富、立体的学情信息。

（二）开发项目式学习任务，制定详细评分规则

项目式学习属于一种综合性较强的评价手段,它在跨文化数学教学当中占有很重要的位置。它把学生置于真实或者模拟的复杂问题情境之中,让学生以小组或者个人的形式持续探究、合作、创造,最后形成具体的作品或者解决方案。该种学习方式既可以检验学生对数学知识的运用水平,又可以全方位考查学生解决问题的能力、批判性思维、跨文化交际能力、团队合作精神等各方面综合素养。

在设计跨文化项目式学习任务的时候，主题的选择十分重要。理想的主题应该有跨学科的潜力，能自然而然地包含多元文化的因素。设计一个名为世界市场小当家的项目，学生分小组模拟国际贸易团队，对各个国家特色商品进行市场调查、成本核算、定价、制定销售策略，最后完成一份带有数据分析图表的商业计划书。学生要解决的是不同国家的货币换算、计量单位的换算问题，要了解不同的文化背景下消费习惯的差别，通过协商达成团队决策。此类任务可以促使学生在解决实际问题的時候主动去探索、运用数学知识，体会到数学在真实世界中所具有的强大作用。

为了保证评价的客观性、公正性，必须对项目式学习任务制定详尽透明的评分标准，即评分量规。有效的评分量规一般包含以下几方面：

1. 数学知识与技能，即考查学生在项目中运用数学概念、公式、图表进行分析和计算是否正确、合理。

2. 问题解决与探究，考察学生提出问题、收集分析信息、提出解决问题的方案是否具有逻辑性和创造性。

3. 跨文化理解与合作，即考查学生是否能够尊重并理解不同文化背景下的同伴的观点，并能进行有效的沟通。

4. 成果表达与展示，即评价最终成果（报告、模型、演示等）是否清晰、有条理、有说服力。

每个维度下面还要再分出不同的表现水平等级，给出具体明确的行为描述。这样一来，评价就不再是模糊的总体印象，而成了有理有据、可操作的衡量标准。

二、访谈与观察工具的应用

访谈和观察属于质性评价的两种主要方式，可以让我们看见纸笔测试所不能触及的学生内心世界。跨文化背景之下，这两种工具的作用就愈加重要。它们就像显微镜和摄像机，可以让教育者对学生的独特的数学思维过程进行细致的研究，也可以记录下课堂中动态互动的过程，从而达到对学生更加深刻全面的认识的目的。

（一）设计结构化访谈提纲，深入了解学生思维

学生解答数学问题时所表现出的步骤和答案，只是一种心理活动的一种外在表露而已。真正认识一个学生，尤其是当学生的文化背景导致其思维方式与主流

教学存在差异的时候,个体访谈就成为不可或缺的评价手段。教师通过设计的对话来探究学生答案背后推理的过程、概念理解的深浅、可能存在的认知冲突以及文化的影响。

为了保证访谈的有效性、系统性,设计结构化或者半结构化的访谈提纲十分重要。提纲应以某个数学概念或者问题解决过程为载体,包含一系列由浅入深、层层递进的问题。学生完成一道关于除法的应用题之后,访谈可以从这样的问题开始,“你这道题是怎么做的?引导学生复述解题思路。接着追问“为什么用除法来计算?”算式中每一个数字都代表什么呢?以此来检测学生对运算意义理解的掌握情况。

在跨文化情境下,访谈提纲中还要包含一些探究文化影响的问题。例如可以这样提问,在你以前的学校或者家里,是否学过类似的问题?你们用的方法和我们课上学的一样吗?或者这个问题会让老师想起……它有没有使你想到你们国家的一些事物或者传统?提问的方式要保持开放性、非评判性的状态,营造一个安全、信任的气氛,让学生敢于表达自己的想法,不论这些想法与标准答案相去多远。对访谈记录进行细致的分析,教师就能发现学生的知识断点、独特的认知模型,也可以发现文化经验对学生的数学学习的影响是积极的还是消极的。

(二) 运用课堂观察量表,捕捉关键学习行为

课堂无疑是跨文化数学学习的主阵地,师生之间、学生之间无时无刻不在传递着大量的学习信息。系统的课堂观察可以使教师摆脱日常直观的感受,用更加客观、量化的手段去发现、分析重要的学习行为,从而评价课程设计的执行情况,在不同的文化背景下研究学生参与的情况和学习的过程。因此,设计科学的课堂观察量表来达到这一目的,就成为了一种有效的手段。

一份适合于跨文化数学课堂的观察量表,其观察点要全面、有针对性。除了学生回答问题次数、动手操作参与度等一般行为之外,还应该关注那些可以反映跨文化互动以及深度学习的行为。量表可以包含如下的维度:

1. 深度参与和探究,看学生能否提出有深度的问题,能否对同学的解法进行评价与补充,在探究活动中是否表现出专注与坚持。

2. 语言表达与交流,考查学生在小组讨论中表达意见的积极程度(积极或沉默),能否正确地使用数学术语表达自己的思想,对于非母语学习者,重点考查其使用教学语言进行数学交流的意愿和能力。

3. 跨文化互动：观察学生与不同文化背景同伴交流意愿，合作过程中有无文化隔阂以及是否表现出积极的互助行为；学生在表达自己想法的时候能否用上自己在文化背景中的事例。

4. 情感态度和课堂氛围：记录学生面对数学任务时所表现出的情感态度，是自信的、好奇的还是焦虑的、畏难的；同时评估课堂氛围是支持性的、鼓励冒险的还是竞争性的、令人紧张的。

观察者（教师本人、同事或者研究人员等）根据量表，在教学过程中即时做记录，既可以频次计数，也可以等级评定。定期开展课堂观察并分析数据，可以找到不同文化群体学生课堂参与模式的差异，存在的学习障碍，什么样的教学方式更利于促进跨文化融合和深度学习，从而给教师改进教学方法提供有力的依据。

（三）通过学生作品分析，评估其理解深度

学生的数学学习成果不能只用试卷分数来衡量，也存在于学生亲手创作的各种作品里。数学日记、学习海报、问题解决报告、几何模型、富有数学元素的绘画、故事等等都是学生数学思想、深层次理解的重要载体。通过对这些多元化的学生作品进行分析，可以很好地考察学生对数学知识本质的理解和运用能力。

学生作品分析时，评价的重点不应该只是形式上的整齐或者外表的美观，应该更深入地探究它的内容核心。教师应该建立一个完善的分析框架，从不同的角度来考察作品反映出来的学情。要关注数学概念的表征能力，即学生是否可以用图形、符号、文字等多种形式准确地表示同一个数学概念，这些表征是否清楚明了。学生学完平均数的概念后，如果能够用移多补少的图示和正式计算的方法来解释，说明学生对该概念的理解就更加透彻了。其次是思维过程的展示，即作品能否清楚地表现出学生发现问题、提出猜想、进行验证并得出结论的完整的探究过程。一份优秀的数学探究报告会详实地记载下失败的尝试、思维的改变，这些都是十分宝贵的。

在跨文化教育背景之下，学生作品的分析还要考虑到其中所蕴含的文化视角以及创造性联系。学生在创作的过程中，就会把本民族文化符号、艺术特点、生活经验等元素，不知不觉地融合到作品之中。在设计一个有关镶嵌图案的任务时，来自波斯文化圈的学生会不自觉地使用复杂的伊斯兰几何艺术元素。教师应该敏锐地发现并重视学生独特的文化表达，把学生的独特文化表达看作是学生进行有意义建构的积极表现，而不是简单地将其视为偏离标准的“错误”。对于此类作

品的深入剖析并加以积极提倡,既能有效地评判学生对数学的理解程度,又能极大地调动起学生学习数学的内在动力以及文化自信。

第四节 评价结果的解释与应用

评价结果不是教育的结束,而是教学改进、学生发展的基础。在跨文化背景之下,科学、人道地解读并运用评价结果,对数学教育的公平性、有效性来说,是课程设计持续优化的关键。

一、如何科学解释评价分数

评价分数属于一种常见的量化方式,它所包含的信息比数字本身要复杂得多。科学解释分数,要求教育者不能只看数字下结论,还要从文化的角度去探究学生真实的学情,不能产生误读、偏见。

(一) 分数是参考,不是给学生贴标签

考试分数在任何教育情境下都只是一张快照,只能反映学生在某时某刻对某一知识的掌握情况,不能作为评定个体全部能力、贴上长期标签的依据。这在跨文化背景下的小学数学课堂里尤其明显。来自不同文化背景的学生,家庭环境、以前所受教育、语言能力及对于考试形式的反应等都存在很大差异。有的学生在记忆、复述方面较强,但创造性解决的应用题项目上比较弱;有些学生由于语言障碍无法理解题意而分数低,但这不能说明他没有数学逻辑思维。如果用分数绝对化地评价学生,简单粗暴地以“好”“坏”定论,是对学生个体复杂性的严重忽视,也会给那些正在适应新环境的学生造成难以弥补的心理伤害,并挫伤他们学习数学的自信与积极性。

教育者应该树立起分数诊断而不是分数审判的思想。面对分数的时候,首先要做的不是排名或者简单地分类,而是分析分数背后的原因。低分可以表示多种状况,是概念理解不清楚?是由于计算技能差还是审题习惯不好造成的?或者是由语言、文化因素造成的,如前文所述?教师要围绕分数这个线索展开更深入的观察与交流,去发现学生在学习过程中遇到的困难。该视角把教师角色由评判者变为诊断者、支持者,把评价重心由“给学生一个分数”变为“助力学生进步”,从而形成一种更加包容、更加支持的学习氛围,使每一个孩子,不管其文化背景

如何,都能感受到被理解、被尊重,其学习潜力才能得到最大程度的发挥。

（二）结合多方面信息进行综合判断

单一的分数不能全面、动态地反映学生的学习情况。为了得到全面、公正的评价,教师要创建多元的信息采集系统,把量化评价和质性评价结合起来,多方面探究学生的成长轨迹。跨文化的小学数学课堂,就要求超越传统的纸笔测验,广泛使用能够真实反映学生数学能力与素养的多种评价手段。这些信息一起构成学生学习的完整画面,给教师判断提供牢固而全面的依据,从而避免一考定音的片面性。

要实现综合性判断,教育者可以系统地整合以下几方面的信息:

1. 课堂观察记录,教师要不断观察学生在课堂上的行为表现,即学生参加课堂讨论的积极性、学生与同伴合作解决问题的能力、学生提出问题的深度、学生操作性活动中的表现。即时、情境化的信息可以很好地弥补标准化测试的不足。

2. 学生作品档案,为每一个学生建立学习档案袋,将学生的作业、项目报告、数学日记、错题分析、自评作品存入其中。这些材料可以反映出学生思维过程、学习态度、进步程度等。

3. 同伴互评、小组合作。学生之间相互合作、互相评价,给学生提供了新的角度。不同文化背景的学生之间互相交流的方式、领导力、责任感等,都是学生综合素质的组成部分。

4. 与不同文化背景的家长进行交流,了解学生在家学习习惯、家庭对数学教育观点、期望等信息会加深对学生了解。

教师把零散信息综合起来就能形成比较完整的、动态的学生画像。有些学生的考试分数不高,但是他们的项目作品却具有很高的创造力、空间想象力,有的学生课堂上发言不多,但是在数学日记中却有深刻的见解。综合性的判断方式更加公平,能够发现每一个学生独特的能力与潜力,真正做到因材施教,尊重并欣赏文化多样性所带有的丰富价值。

（三）关注学生的进步与努力程度

评价的核心功能之一就是激励,和同学间横向比较所显示的静态位置相比,学生自身纵向上的进步更能激发学生内在的学习动力。跨文化教学环境里,重视学生的进步和努力有特别的意义。对于很多新移民学生或者处在文化适应期的孩子来说,他们面对的不只是数学知识的学习,还有语言障碍、新教学方式、课堂

文化的适应。他们在学习过程中所付出的努力,哪怕只有一点点的进步,都应该被看见、被肯定、被鼓励。以增值为依据的评价观,给学生传递一个明确的信息,即教师重视的是他们的成长,而不是暂时的名次。

把评价重心从选拔转向发展,需要教师在实践当中采用形成性评价和个人参照评价的方法。这就意味着教师要给每一个学生建立学习基线,通过不断的观察、测验和交流来追踪学生在基线上的变化。学生期初只能做基本的整数加减,期中能理解并尝试解决带有多个步骤的小数应用题,本身就是巨大的进步,即使卷面分数低于班级平均水平。教师要向学生和家长展示进步,可以用成长曲线图、前后作品对比等方式让学生直接感受到自己的努力所带来的成果。公开表扬学生努力的过程,你这次解题步骤很清晰,比上次有进步!为了弄懂某个概念主动向同学请教的精神值得赞扬!比简单的“你考了高分”更能触动学生内心,并且可以强化学生的积极学习行为。此举目的在于保护学生的自尊心、学习热情,使学生在遇到困难的时候能够表现出韧性,从而养成积极的成长型思维模式。

二、基于评价结果的教学改进

评价的根本目的就是服务于教学,促进学生学习。把评价结果转化为具体的教学改进措施,才是评价发挥诊断和发展功能的关键。它要求教师把数据变成促进每个学生发展的策略。

(一) 分析全班共性问题,调整教学策略

对全班评价结果进行总体分析,是教师进行教学反思、调整教学策略的重要依据。通过数据统计分析可以清楚地发现大部分学生共有的知识盲点、能力短板或者普遍的错误类型。共性问题一般都直接体现出前一阶段教学设计可能存在的不足。跨文化背景之下,问题很可能会同某一种文化里的思维方式或者语言表达习惯存在联系。如果发现许多来自同一语言背景的学生在做有关“比……多/少”等比较关系的应用题时都会犯系统性错误,那么问题就未必是由于学生计算能力不足,很可能是由于教学语言不够有效,或者概念引入的方法没有考虑到他们的认知习惯。

教师要根据分析出的共性问题来审视、调整自己的教学策略。这不是简单的将错题重复讲解,而应该从教学设计的根本上找到解决办法。可作调整有,变换知识点引入的方法,采用学生更为熟悉、更贴近生活的实例或跨文化情境切入;

更多使用模型、图示、动手操作等具象化的教学工具来辅助学生克服语言、抽象思维的障碍；适当改变教学速度，对容易让大多数学生产生难度的重点内容，多留一些时间，并且安排更多的练习；组织小组合作探究活动，使不同文化背景的学生能够相互交流、碰撞，共同建构对数学概念的理解。

以数据为依据的教学调整是动态循环的。教师在接受新的教学方法之后，还需要用课堂观察、小测验等方式来跟踪学生在新教学方式下解决共同问题的能力，检验新的策略效果，从而给后续的教学改进提供新依据。教师专业发展也在此过程中体现出来，保证了数学课程能够更准确地回应学生群体真实的需求，提高整体教学质量。

（二）关注个体差异，进行分层辅导

集体教学可以解决大部分的共性问题，但是不能满足每个学生的个性化需求。评价结果的重要作用之一就是发现学生间的个体差异，为个性化辅导提供精准的指引。跨文化课堂中差异性更加明显，它不仅仅体现在学习进度、认知水平上，而且是语言熟练度、文化背景、先前知识结构、学习风格偏好等各方面的综合体现。因此教师需要仔细分析每一个学生评价数据，结合平时的观察来准确找到学生学习困难的原因，并给予针对性的帮助。

对个体差异有深刻认识之后，分层辅导就成为必然。分层辅导并不是把学生分成几个固定小组，而是一种灵活、动态的组织形式。基础薄弱或者在某方面有障碍的学生，可以组成小辅导小组，在课后或固定时间里进行讲解并加强练习，以保证学生能跟上其他同学的学习进度。对学有余力的学生可以布置一些具有一定难度、带有探究性的作业，引导他们做深层次的学习和创造性地展开研究。也可以让他们担任“小老师”，在为同学授课的过程中巩固、加深自己的知识。教师分组时可以根据不同的学习目标灵活组合学生，可以按能力水平分层，也可以按兴趣、文化背景等进行异质分组，使学生之间互相学习、文化交流。让空间想象力强但是计算能力弱的学生，与计算准确但是空间感不强的学生合作完成设计任务，实现优势互补。动态、多维的分层策略可以保证每一个学生都处在最适宜的“学习区”里得到发展，从而实现了从“统一要求”到“个性发展”的转变。

第九章 人工智能与数学教学融合

伴随着信息技术的迅猛发展，人工智能正在以前所未有的深度和广度渗透到社会的各个领域，教育行业也因此而发生着由其引起的变化。把人工智能融入教学过程，不但是技术发展的必然趋势，也是推动教育模式更新、实现个性化培养、全面提高教学质量的重要途径。本章主要研究人工智能同数学教学的融合，展望智能时代下小学数学课程设计的新范式。

第一节 智能教育技术的发展现状

智能教育技术是人工智能同教育深度融合所产生的一种产品，它由原来的理论研究走向了广泛的实践应用。它的目的是模拟教师的智慧，给学习者提供前所未有的个性化的帮助和互动体验。目前全球智能教育技术更新换代速度很快，各种新的应用、平台不断涌现出来，共同勾勒出未来教育的新图景，也深刻地影响着小学数学的教与学方式。

一、人工智能技术概述及其教育应用潜力

伴随着人工智能技术的发展，以机器学习、大数据分析为代表的一些核心技术也日渐成熟，给教育领域带来了革命性的变革。技术不再是辅助工具，它已经成为创建新型教学环境、改变教学过程和评价体系的强大动力，给真正意义上的因材施教创造了前所未有的技术条件。

（一）机器学习、大数据等技术简介

人工智能是计算机科学的一个重要分支，主要研究开发出能够模仿甚至超越人类智能行为的机器或者软件系统。机器学习为它的核心技术之一，使得计算机系统能够根据处理大量的数据自己进行学习并优化自身，而不必写显式的程序指令。深度学习属于机器学习的一种，它采用复杂的神经网络来处理和理解非结构化数据，从而发现更深层次的模式。这些技术使计算机具有了像人一样的推理、

学习、解决问题的能力。

大数据技术主要是研究怎样对传统软件无法应对的大规模、快速增长、多种类型的数据集进行有效的处理和分析。教育领域中大数据就是学生在学习过程中所产生的大量的行为数据，例如课程互动记录、作业完成情况、在线活动轨迹等等。对这些数据进行系统的采集、存储、分析、挖掘，可以发现学生学习行为背后隐藏的模式和趋势。人工智能同大数据技术相结合，一方面可以对学生学习状况做出准确的诊断，另一方面也可以给教学过程给予科学的决策支撑，进而为教育的精准化、个性化发展赋予结实的数据和技术支撑。

（二）AI 在个性化学习、智能辅导等方面的潜力

人工智能在教育领域最令人瞩目的一个潜力，就是可以实现真正的个性化学习。借助 AI 技术，教育系统可以对每一个学生的学情、知识掌握情况、认知特点和学习兴趣偏好做深入的分析，从而形成每个学生独有的个性化学习画像。根据画像，自适应学习平台就能够为每一个学生定制个性化的学习路径，及时地对课程内容的难易程度和呈现形式做出改变，向学生推荐最适合他们的学习资源。例如，当系统检测出某个学生在几何概念的学习上有困难的时候，系统就可以自动推送相应的互动练习、辅导视频来帮助学生弥补知识上的薄弱环节。

智能辅导系统（Intelligent Tutoring System，简称 ITS），也是人工智能潜力的另一个重要体现。该系统意在模拟优秀的人类教师，用自然语言处理等技术同学生进行实时交流，给予即时的反馈以及个性化的引导。智能辅导员不仅可以回答学生的问题，在解题过程中还可以给学生启发式的指导，全天候在线，很好地弥补了传统课堂教师精力有限的不足。一对一辅导方式可以及时发现学生学习中的问题，并用苏格拉底式的对话来引导学生深入思考，从而大大提高学生学习的效率与知识掌握的程度。随着技术不断发展，AI 在自动批改作业、生成评价报告、分析学生情绪状态等方面也具有很大的潜力，从教学活动的各个方面给教育带来全方位的支持。

二、国内外智能教育平台发展概览

随着“人工智能+教育”成为全球性的发展趋势，国内外出现了一批有代表性的智能教育平台和产品。这些平台正由单一的功能转变为综合性的服务，从根本上改变着教育资源的供给方式以及师生之间的交流方式。对这些平台的发展历

程和特点进行考察,对认识智能教育的实践路径以及未来走向有重要的意义。

（一）国际知名的 AI 教育产品及其特点

国际上的人工智能教育产品百花齐放,在语言学习、数学辅导等许多细分领域都有了很好的成果。这些产品普遍具有如下的特点:利用先进的技术手段精准地解决教育中存在的具体问题,用游戏化、个性化的设计方式,大大提高了用户体验和学习效果。

1.Duolingo 是语言学习领域无可争议的领导者,它凭借游戏化的学习模式和高度个性化的课程设计,极大地激发了用户的学习积极性和黏性。该平台将复杂的语言知识点拆解成碎片化的“关卡”,用户通过完成听、说、读、写等多种形式的练习来获得奖励并提升排名,这种机制有效地激发了用户的内在学习动机。

2.Photomath 主要是一款数学解题辅助应用,它利用先进的图像识别技术,让用户通过手机拍照即可获取数学问题的详细解题步骤和最终答案。Photomath 的成功之处在于它不仅提供最终结果,更注重展示完整的解题思路,帮助学生理解问题解决的逻辑,从而真正攻克数学难题。在教师资源相对匮乏的地区,这类工具对学生的自主学习和解惑具有非常大的帮助。

3.Khan Academy Kids、Khanmigo 是可汗学院推出的个性化辅导工具,尤其是 Khanmigo,能够模拟导师与学生之间苏格拉底式的对话,一步步引导学生独立思考解决问题,在数理科目的辅导方面效果尤为突出。其产品设计理念强调 AI 是辅助思考而非直接给出答案的工具,旨在培养学生的探究精神和问题解决能力。

国际上这些著名的 AI 教育产品有共同的特点,即有清晰的价值定位、良好的用户体验。依靠强大的技术内核,实现学习内容的自适应推荐、学习过程的即时反馈、学习体验的深度互动,给全球范围内的个性化教育实践树立起新的标杆。

（二）国内 AI+ 数学教育的发展现状与趋势

在中国,在国家政策的大力推动和市场旺盛需求的双重驱动下,人工智能和教育正处在迅速发展阶段。教育部提出开展人工智能赋能教育行动,优先在数学等学科领域开展垂直应用,给国内人工智能教育发展注入强大动力。目前国内已经出现了猿辅导、作业帮等众多具有影响力的 AI 教育企业,其产品和服务已经渗透到了拍照搜题、在线辅导、处方化练习等教育环节当中。

我国的 AI 数学教育产品在发展中带有比较明显的本土化特点。大部分产品

都以减轻中小学生的学习压力、提高应试能力为目的,利用人工智能技术来实施海量题库的智能筛选、错题本的自动生成、薄弱知识点的精准定位等。猿辅导的“海豚 AI 学”系统可以对学生的做题过程进行实时的追踪,准确找出学生知识的薄弱点,根据学生所缺少的内容来推送个性化的习题,从而达到个性化的学习目的。除以上提及之外,部分产品已经开始将 AI 技术和虚拟伙伴进行融合,在游戏化的同时加入虚拟学伴,给学习过程增添了趣味和情感交流,一定程度上体现了对国内用户心理需求的准确把握。从总体上看,国内 AI 数学教育由最初的解决“搜、练、测”等具体问题,逐渐发展成提供更加全面、智能、互动性强的综合化学习解决方案,并且越来越重视对学生科学思维和综合素养的培养。

（三）从工具应用到平台生态的演变

纵观国内外智能教育技术的发展历程,一个明显的趋势就是由单一功能的工具向综合服务平台,再发展为更加宏大的教育生态。早期的教育应用大多是为了解决某个特定的痛点而生,拍照搜题、单词记忆、在线批改作业等,它们在教学流程中只起到辅助性的“插件”作用。虽然这些工具在一定程度上提高了效率,但是它们的功能是相对独立的、数据不互通,不能形成完整的学习闭环。

随着技术融合越来越深,市场竞争也越来越激烈,领先企业开始致力于打造一站式的在线教育平台。这些平台不再只是教学的辅助工具,它们把课程直播、内容点播、智能测评、学情数据分析、教务管理等各个模块深度融合起来,就形成了覆盖“教、学、练、测、评”全流程的服务体系。学生在该平台上的学习行为数据被全方位地、全程记录,并且一直延续下去,教师因此可以获取多维的、细致的学情分析报告,从而实现从经验式教学到科学决策式教学的根本性转变。

更高层次的发展方向就是创建开放的教育生态。在这种生态中,平台方给第三方内容开发者、教学服务提供者、硬件厂商等提供基础的技术架构以及核心服务。它们一起互动,多种形式互相交融、共同存在并形成一个互相联系的价值网络。未来教育生态更加开放、智能,学习不再局限于某一个应用或者某一台设备上,而可以在各种场景之间自由跨越,真正实现人人皆学、处处能学、时时可学的终身学习愿景。从工具到平台,再到生态的变化说明一个新的教育时代到来了。

第二节 AI 在数学教学中的应用场景

伴随着人工智能技术的迅猛发展以及教育领域渗透到小学数学教学中,小学数学教学范式正在发生一场深刻的变革。凭借强大的数据处理能力、精准的模式识别和个性化的交互功能,人工智能技术为解决传统数学教学中的一些问题,学生缺乏兴趣、不能顾及个体差异、教师负担过重等提供前所未有的方案。将人工智能融入教学设计中,可以创建出更加智能、高效、有趣的学习环境,全方位地提高小学数学的教学质量。

一、个性化学习路径规划与智能辅导

不同的文化、社会背景之下,学生的认知起点、思维习惯、学习节奏都是不一样的,统一的教学模式不能满足所有学生个性化发展的需要。AI 技术对学习者数据进行深度分析之后,可以为每一个学生提供最适合的学习方案和辅导策略,从而达到真正意义上的因材施教。它不仅对于促进教育公平、挖掘个体潜能有着重要的意义,在跨文化教育环境里它的适应性以及包容性更加明显。

(一) 基于知识图谱,推送定制化学习内容

知识图谱属于结构化的语义知识库,可以清楚地表现出数学学科内各个知识点之间的逻辑联系和内在层次。系统应用到小学数学教学中就可以建构起一个细密的数学知识网络,涵盖数字认识、加减乘除等最基本的知识单元到几何图形、逻辑推理等各种复杂的数学知识单元。通过对学生在学习平台上的每一次练习、提问、互动等进行记录和分析,可以找到学生目前知识掌握的范围及体系中的薄弱环节或者断裂点。系统如果发现学生在做“多位数乘法”时经常出错,利用知识图谱回溯分析就能诊断出根本原因是进位加法、乘法口诀掌握不牢固。

根据准确诊断,人工智能系统可以为学生提供一条最佳的学习途径。它不再只是推送相同类型的难题,而是先让学生回到前置的、还没有完全掌握的基础知识点上去巩固练习。按照学生学习进度和接受程度,智能推荐动画教学视频、互动游戏、趣味练习题等学习资源,用多样化的学习方式提高学生兴趣。根据知识图谱进行的定制化内容推送,让学习的过程更有针对性、更高效,使学生在克服困难中建立起自信,形成螺旋式上升的良性学习循环。跨文化教学场景下本技术依据各国家或者地区课程标准、教学重点来改变知识图谱结构和内容,以完

成教学资源的本土化匹配,从而更好地服务不同文化背景的学生。

(二) AI 助教 24 小时在线,提供分步提示

传统课堂上教师精力有限,不能随时回答每一个学生的问题。课后学生遇到难题时常常会感到孤立无援,既会打断学习的连续性,又会打击学生探索数学的积极性。AI 助教正好可以弥补该缺陷。它是永不疲倦、耐心极佳的数字学伴,提供全天候在线辅导服务。学生在解题过程中遇到困难时可以随时向 AI 助教求助。

优秀的 AI 助教会用启发式、引导式的交互方式,而不是直接给出答案。以分步提示的形式来引导学生独立思考找到解题方法。面对一道复杂的题目时, AI 助教可以给出如下指导

1. 引导学生仔细审题,圈出并提取题目中的关键信息。

2. 学生确定了关键信息之后,就会启发学生思考:“根据这些信息可以先做哪些计算?”需要用到哪个数学公式?促使学生把问题分解开来,联系已学过的知识。

3. 每一步计算之后 AI 助教都会给出即时反馈。如果计算有误,会指出具体的错误位置,并给出相应的基础知识点复习链接,而不是直接改正答案。

分步提示策略模拟了优秀的教师在指导学生的时候,既考虑全局又顾及学生的自尊心、探索欲,培养学生分析问题、解决问题的能力。学生因此不但知其然更知其所以然,逐渐形成比较完整的数学思维结构。AI 助教也可以给来自不同语言文化背景的学生提供多语言支持,减少因为语言障碍造成的学习困难,保证每一位学生都能得到及时有效的帮助。

二、教学过程的自动化评价与反馈

教学评价是连接教与学的重要纽带,它好坏直接关系到教学决策的科学性以及学生学习的有效性。传统的纸笔测试、教师观察为主的评价方式存在着反馈滞后、主观性大、分析维度单一的局限。引入人工智能技术之后,能够全方位地、自动化的、数据化的对学生学习的过程与教师教学的行为进行全方位的分析,给学生和老师提供即时、客观、多维的反馈。

(一) 自动批改作业,提供即时反馈

小学数学作业批改属于耗时和重复性很强的工作。AI 技术的运用,尤其是

图像识别以及自然语言处理技术的出现,使作业的自动批改变得可行,极大提高了教师的劳动生产率。学生完成纸质或在线作业之后,通过拍照上传或者直接在平台上提交,系统在几秒钟内就可以完成批改,并且以极高的准确率判断对错。不限于客观选择题、填空题,对四则运算、分式运算、方程式求解等包含复杂计算过程的题目,AI也可以做步骤级的校验。

自动批改最大的优点就是即时反馈。学生交作业之后能够立即得到批改结果,及时了解答题情况,发现错误并立即改正。对于做错题目,系统不仅会标出来,还会链接到该知识点的讲解视频或者类似题目练习,从而形成一个练习、反馈、学习、再练习的闭环。即时、持续的强化学习机制比传统几天之后才批改作业的方式更加高效,有利于学生在知识遗忘之前巩固所学。教师可以摆脱繁重的批改工作,把更多的时间和精力投入到创造性的教学设计、课堂互动、学生个别辅导当中。

（二）分析学生解题过程，诊断思维障碍

传统作业批改只能判断结果是否正确,不能深入到学生错误的原因。人工智能的深度学习能力可以对学生解题过程进行细致的分析,从而找到学生思维上的障碍或者概念上的误区。以松鼠Ai为代表的自适应学习系统,其“草稿纸内容智能分析”功能,可以识别学生手写演算的过程。系统通过对学生的笔迹、步骤顺序、修改痕迹等进行分析,可以准确地找到学生在哪个具体的环节出现错误。

学生在解一道复杂的数学应用题时,如果最终答案出错,经过过程分析,AI会找到学生错误不是因为计算上的错误,而是对题目理解出现偏差,从而列出的算式是错误的。或者学生在多步计算时,由于某一步计算失误(看错数字、进位错误等),造成整个结果错误。系统可以发现学生进行计算减法时遇到“多”字就直接用加法去算而不想一想的方法。对解题路径进行深入的诊断,给教师带来非常重要的教学启示,使教师明白学生为什么会出错,而不只是结果出错。根据这些准确的诊断,教师可以对教学重点进行调整,有目的地进行讲解,使学生从根本上摆脱思维障碍,从学会到会学。

（三）生成班级学情分析报告，辅助教师决策

人工智能可以对学习数据进行整合与分析,从而得到集体的学情画像,给教师宏观教学决策提供科学依据。系统可以对学生全班的作业正确率、高频错题、知识点掌握情况等进行统计,以可视化的图表形式生成详细的班级学情分析报告。

教师可以一目了然地看到班级整体学习进度、某个知识点疑难、不同学生关注重点等信息。报告中如果显示班级里 70% 以上学生对分数的比较大小的知识点掌握不牢固,就会提醒教师在后续课堂上重新设计教学活动,对该知识点进行重点讲解和巩固。

系统可以作更深层次的关联分析。可以比较不同班级学习的差别,探究它同教学方法、课堂气氛等有关的潜在联系。系统可以跟踪学生的学习状态的变化,在一次单元测试之后会自动发出警告,提示老师及时介入、与学生沟通、了解学生背后原因。以数据为依据的决策支持,使教师的教学管理从依靠经验判断转变为依靠证据的科学决策。因此教师可以更好地组织集体备课、分层教学、优生培养和差生辅导,使教育趋于精细化、科学化发展,提高整个班级的教学质量和效率,从而达到资源合理分配的目的。

第三节 智能教学平台的实践案例

随着信息技术的迅猛发展,智能教学平台正在改变小学数学教学的方式。尤其是在跨文化背景之下,依靠其个性化的、互动的、数据驱动的特点,给解决不同文化背景的学生在数学学习过程中所出现的认知差异、兴趣缺乏等提供了一条新的有效的实践途径,具有广阔的应用前景。

一、案例:自适应学习平台在“计算练习”中的应用

计算能力是数学学习的根基,由于各个教育体系的学生基础不同,自适应学习平台依靠智能算法给计算练习带来新活力,有效地弥补了个体差异,实现了因材施教,推动了教育公平。

(一) 平台如何根据学生答题情况调整难度

自适应学习平台最核心的能力就是动态地调整学习内容的难易程度,像一个全天候的数字教师一样随时了解每个学生的学习情况。它并不是简单的“答对则进、答错则退”,而是用复杂的算法模型,从答题准确率、作答速度、错误类型等各方面综合分析来判断学生掌握知识的程度。系统检测到学生做多位数乘法练习,即使答案正确但用时较长,就会认为该生对于连续进位的知识点掌握不牢固。因此平台不会轻易加大难度,而会推送几道专门强化连续进位的练习题,帮助其

巩固薄弱点后再稳步提高。

智能调节保证学习任务一直处在学生最近发展区，也就是略高于学生现有水平，但经过努力可以实现的挑战范围内。该机制很好地克服了传统“一刀切”式练习的弊端，对于学有余力的学生，平台给出难度更大的综合题来激发学生的探究兴趣，对于基础薄弱的学生，则细致地分解知识点，设定细小的学习步调，使学生一步一步地树立起信心。全程紧密相连、即时反馈，学生流畅的学习经历着向前移动的过程，并没有出现挫败、厌倦的情绪。这样的个性化的调整，能顺应学生已有的认知习惯，使学生平稳地过渡到更高的要求上，从而大大提高练习的效率。

（二）游戏化设计如何激发学生练习兴趣

将游戏化的元素巧妙地融入到计算练习当中，是自适应学习平台提高学生参与度的有效方式。它巧妙利用积分、徽章、排行榜等游戏化的元素将学习过程包装成充满挑战的趣味性活动。学生完成练习或者获得新技能的时候，就会立刻得到虚拟奖励，满足其成就感、荣誉感。平台可以设计“数学森林探险”主题，学生通过答题获取能量帮助可爱的小动物回家，也可以经营虚拟商店，通过正确的计算交易额获得金币升级店铺。用叙事化的方式把抽象的数字运算与具体的、生动的、有趣的故事背景相结合，学生就能在潜移默化中完成大量的有效练习。

这就很好地结合了学生内在与外在的学习动机。排行榜、团队竞赛模式激发良性竞争，解锁新关卡、虚拟形象个性化设置则给学生提供自主选择的权利，进而培养学生的自主学习习惯。在跨文化教育背景下，游戏化设计有很强的包容性，可以跨越语言、文化的障碍。视觉化的成就标志以及直观的进步，是全世界儿童所共通理解的通用语言。寓教于乐的方式大大减轻了学生对于数学的畏惧心理，使学生在轻松的环境中完成了由“要我练”到“我要练”的主动转变。

（三）教师如何利用后台数据进行精准教学

自适应学习平台不但是学生个性化学习的伙伴，也是教师开展精准教学的强大数据枢纽。它的后台用可视化图表的形式给教师带来了前所未有的教学洞察。教师可以对全班的整体学习进度、知识点掌握情况、平均正确率等宏观数据有直观的了解，进而快速找到共性问题。根据数据显示班级平均耗时较长，教师就可以判断出分数应用题是普遍的难点，从而在之后的课堂上花费更多的时间去讲解重点，并指导学生使用策略。

平台创建出个人学习报告,细致记载每个学生每一个学习环节的情况,把学生们反复做错的知识点或者题型突出标注出来。教师可以对学生们的具体作答情况进行详细的观察,分析其错误的思维过程。这些精细的数据可以帮助老师为学生准确地画像,从而给出针对性的指导。若发现某生单位换算经常出错,课后就推送相关微课视频进行巩固。数据驱动教学模式可以大大减轻教师批改作业的负担,使教师有更多的时间去进行创造性教学工作。后台数据可以体现与文化背景有关的学习模式,为教师改进教学策略提供依据,促进全体学生全面发展。

二、案例:虚拟现实技术在“空间与图形”中的应用

“空间与图形”是小学数学教学的难点,抽象性给学生的空间想象力造成了很大的障碍。虚拟现实技术依靠沉浸性、交互性给教学带来突破,把抽象的几何世界具体化,使学生身临其境地去探索。

(一) 沉浸式体验,帮助学生建立空间观念

传统的“空间与图形”教学主要依靠的是二维的媒介,即教科书插图、黑板画等。学生要凭空想象把平面图形还原成立体,这对空间想象力还没有充分发展的儿童来说,无疑是个巨大的难题。VR技术彻底冲破了这种二维的束缚,给学生创建起一个可以“踏入”的全方位三维学习环境。戴上VR头盔,巨大的正方体就出现在学生面前。可以在它周围走动,从下往上、从上往下看,甚至穿过正方体内部,清楚地看到它的顶点、棱、面等构成要素。

沉浸式体验对于建构稳固的空间观念来说十分重要。学生不再是对空间环境的被动观察者,而是主动参与到其中,身体的感觉同抽象的数学概念直接联系在一起。学习三视图时,学生只需要走到物体的前、上、侧面,就可以看到对应的主视图、俯视图、左视图,进而把三视图与立体实物对应起来,深刻理解视图形成原理。超越语言符号,直接触达感受层面的体验,给不同文化背景的学生提供了平等的学习起点,为以后抽象几何知识的学习打下了坚实而统一的基础。

(二) 在虚拟世界中操作几何体,观察其变化

VR技术不单可以让学生“看”,更可贵的是可以让学生“动手”操作。学生可以对几何体进行现实中不能实现的各种交互操作,从而对几何体的内在属性以及变化规律有更深刻的认识。此种方式完全符合建构主义学习理论,知识就在学生亲手主动建构中形成。

1. 分解与组合：学生可以利用虚拟“手”将复杂的组合体拆解成基本的构件，分析它的构成；反之亦然，也可以利用基础的图形（正方体、长方体）叠加、拼接来创造出新的形态，在此过程中直观地理解体积叠加的原理。学习圆锥体积公式时，学生用等底等高的圆锥向圆柱中倒水三次倒满后，理解三分之一的体积关系比单纯记忆公式更有效。

2. 切割与展开：平台给虚拟“切刀”，可以对任意几何体进行任意的切割，比如横切圆柱为圆，斜切就变为椭圆。动态、可重复的切割过程，使截面的概念十分清楚。同样学生可以将正方体的一个面“展开”成平面图形（展开图），再折叠还原。由此来建立立体和平面之间的对应关系。高度自由的交互使得学生拥有了前所未有的探索权，于是好奇心和求知欲被极大地激发出来。

第四节 技术应用的效果评估方法

跨文化背景下把新技术融入小学数学课程，可以提高小学数学教学质量，改善学生的学习体验。因此建立一个科学、全面的效果评价体系就显得十分重要。该体系除了对技术效果进行量化分析之外，还要探究技术对学生认知、情感的影响，并且预判、防范技术赋能教育可能带来的风险，保证其教育初衷的实现。

一、评估技术应用对学生学习效果的影响

学习效果评价主要是检验课程设计是否有效。因此需要采用多元评价方法，从定量、定性的角度综合判断技术应用能否真正提高学生的数学素养，主要考察不同文化背景的学生群体适用性及其差别。

（一）对比实验：分析实验班与对照班的成绩差异

对比实验法是评价技术教学效果的常用量化方法。其核心就是科学设置实验组、对照组，保证评价结果的有效性、可靠性。在跨文化小学数学课程背景下，班级划分要考虑学生原有的数学基础、文化背景、语言能力、家庭社会经济地位等变量，采用随机分组或者匹配分组的方式，尽量保证实验前两组学生具有同质性。实验组使用带有 AI、虚拟现实等新技术的教学方式，对照组则是传统的无技术辅助的教学方式。

在实验周期内教师教学经验、授课时长、教学进度等外在因素要严格控制，排除无关因素的影响。评价的重点是学生学业成绩的变化。通过实验前后两次统一测试成绩的详细统计分析，采用独立样本 T 检验或者协方差分析等方法，可以准确地比较两组学生在数学概念理解、计算能力、问题解决能力等各方面平均分增长的显著性。根据数据实证分析可以为技术应用是否有效改善学业成绩提供最直接、最有力的证据，也可以给后续课程更新和教学策略调整提供明确的指引。阐释实验结论时应该结合文化背景，探究技术应用对于不同文化群体学生影响的不同，从而使课程设计更具有针对性。

（二）问卷调查：了解学生对 AI 教学的接受度

问卷调查法是探究学生主观感受和态度的重要途径，可以从情感、认知两个方面，广泛地获取学生对整合人工智能等新技术数学课程的接受程度信息。问卷的设计既要科学又要有趣味性，符合小学生认知水平和文化习惯。量表部分可采用李克特五点量表的形式，从技术应用的易用性、趣味性、学习帮助程度、互动体验等各方面设计，使学生可以直接表达自己的认同程度。可以设计如下调查题目，我认为 AI 老师的讲解很吸引人，使用平板电脑解数学题目的自信心增强。

除了使用封闭式量表题外，还应设置开放式问题。开放性问题可以让学生用自己语言表达使用新技术学习数学的体验，例如：“你最喜欢 AI 教学的哪一部分？”使用过程中遇到的困难有无。通过问卷数据，研究者可以对学生技术应用接受情况做出量化的分析，并且对于开放性问题的文本内容进行深入的研究。通过对跨文化背景下学生问卷结果的分组比较，可以发现文化差异对学生的接受度产生怎样的影响，也可以了解在某种文化环境下的学生喜好与障碍，从而给教学设计的个性化、适应性学习提供有力的依据。

（三）访谈法：深入了解 AI 对学生思维过程的影响

相较于成绩分析和问卷调查，访谈法能获得更具体、更深入的质性资料，更能探究技术应用对小学生数学思维过程的影响甚至是重塑。该法不单重视学会这一表层的结果，更重视探究如何学会的内在机理。研究者可以采用半结构化访谈的方法，对不同数学水平、不同文化背景的学生进行一对一深入的交流。

访谈的核心环节就是引导学生出声思考，即学生在使用 AI 教学软件或者工具解决具体数学问题时，把头脑中每一个思考、每一个决定、每一次犹豫都用语言表达出来。研究者此时担当着倾听者和引导者的角色，适时追问：你为什么最

先使用这个方法？”“程序给出的提示对你有什么启发？以此探究技术怎样介入学生认知过程。

对访谈录音和转录稿进行分析，可以清楚地反映出学生在技术环境下解决问题的策略变化。学生是更喜欢去探索不同的解法，还是依赖技术给出的标准答案？AI 的即时反馈究竟可以激发学生反思、修正，还是只能导致被动试错呢？对这些观察进行分析，对于认识技术在培养学生逻辑推理、空间想象、模型建构等高阶思维能力方面所起的作用有着十分重要的意义。

尤其在跨文化研究的视角下，访谈法可以体现不同文化背景的学生对于技术的反应是否相同。不同的文化背景的学生对于权威的服从程度是不一样的，有的学生习惯于遵照指导，有的学生更乐于自主探索。深入认识这些差别，有益于课程设计者改变技术工具的交互方式和内容展现形式，进而更好地适应不同的学习需求，真正达到因材施教的目的，使每一位学生都能深入领会数学。

二、警惕技术应用的风险与伦理问题

我们应该积极地接受技术带来的教学变革，但是也应该用审慎的态度、清醒的认识、积极的策略去应对它带来的风险以及复杂的伦理问题。如果不加以妥善解决，既不能促进教育的发展，又会伤害学生，加剧教育不公，违背教育的初衷。

（一）防止学生过度依赖，削弱独立思考能力

强大的技术工具，主要是 AI 驱动的解题软件、自动化计算器，给学生带来了前所未有的方便。但是便捷性也是一把双刃剑，当学生遇到数学难题的时候，如果轻易从技术中得到最终答案，就会逐渐失去独立探索、刻苦钻研的动力。长此以往，学生就会把技术当作一个神奇的“黑箱”，满足于知道结果却不知道原因，跳过对数学概念、原理、逻辑的深入理解与内化这个重要的认知过程。

这就直接造成学生基础数学能力的萎缩，心算、估算、逻辑推理、证明等核心技能的锻炼机会大大减少。更进一步地，它会助长学生被动学习，削弱学生求知欲与批判性思维能力，使学生在面对新问题、新挑战的时候不能独立分析、解决问题。因此课程设计要有意设置“脱钩”环节。

教师要设计出技术不能直接给出答案，需要学生解释思考过程和结论的开放性问题。教学活动中要区分技术是工具还是拐杖，即在学生掌握基本原理之后，引导学生使用技术去探索更复杂的情境或者验证自己的猜想。最终目的就是使学

生成为技术的主导者，用技术扩展和深化自己的思考，而不是成为技术的消极附庸，保证技术的引入是为了增强而不是取代人的智慧。

（二）保护学生数据隐私与安全

在智慧教育环境之下，各种教学应用和平台都会对学生的学业成绩、答题情况、互动行为、情绪状态等诸多敏感信息展开大量的收集。对于实现个性化教学有重大的意义。但是数据采集、存储、分析和使用的过程也带来了前所未有的隐私和安全问题。监管不到位，这些数据很容易被滥用、泄露或者用于商业目的，给未成年人带来无法预料的伤害。

因此，创建起严密的数据保护体系，就是技术应用到教育中的伦理底线。从各方面着手，保证学生数据安全合规使用。

1. 学校和教育机构要明确数据权责，即学生数据的所有权属于学生及其监护人。数据采集应遵循最小化原则，只收集和教学目标有关的必要信息。

2. 加强技术防护，开发或者采购教学软件的时候，应当把数据加密、访问控制、匿名化处理等安全措施当作核心技术指标。定期开展安全审计、漏洞扫描以使技术系统能够抵挡外部攻击、防止内部泄露。

3. 向学生、家长履行告知同意，在使用数据追踪功能前，应当用学生、家长容易理解的方式将拟收集的数据类型、用途、保存期限、潜在风险等信息告知，并获得其书面同意。学生参与应以自愿原则为基础，随时可退出。

4. 规范数据应用。学生数据的分析使用只为了提高教学、促进学生发展的教育目的，严禁用做商业营销、学生排名等造成歧视、不公的行为。创建数据使用追溯机制，保证所有的操作可以被追溯。

第十章 数学教学软件的使用研究

信息技术是全世界共同的语言，跨文化背景下的小学数学课程设计也迎来了前所未有的机遇。教学软件的应用可以消除语言、文化表征的差异，用视觉化、交互式的呈现方式为不同文化背景的学生建立共同的数学认知基础，打破传统教学的抽象障碍。

第一节 常见数学软件的功能分析

信息技术的发展催生了大量的优秀的数学教学软件，具有独特的功能，给数学课堂形态带来了深刻的变化。这些软件用新的方式把抽象的数学知识具体化、把静态的数学关系动态化，极大地丰富了教师的教学手段、学生的学习体验，成为数学理论和直观感受之间的一座桥梁。

一、动态几何软件（如 GeoGebra）的功能与特点

动态几何软件是信息技术与数学教学深度融合的典范，它把几何、代数、微积分等融合在一个平台上。这类软件给学生提供了一个可以操作、动态的虚拟环境，学生可以在其中动手实践、探索，从而对数学对象的属性以及关系有更深入的认识。

（一）直观演示几何图形的变换与性质

GeoGebra 等动态几何软件给几何教学带来了革命性的变化，使静止的图形有了生命，学生可以直接观察到几何变换的全过程。传统教学方式下，平移、旋转、对称、缩放等概念大多依靠老师语言叙述和静态图画来呈现，学生只能想象出概念的含义，缺乏一定的空间感，对空间感知能力尚不完善的中小學生来说，理解的负担较重。利用 GeoGebra 学生可以方便地通过拖动来实现图形的平移或者绕某一点旋转。在学习轴对称的时候，学生可以拖动对称轴，实时看到对称图形产生相应的变化，从而深刻理解对称轴的位置决定着对称图形的位置和方向。

软件可以自动记录变换过程的每一个步骤,把变换过程用动态可视化的方式展现出来。这样使学生清楚地看到变换的本质,极大地激起学生的好奇心和求知欲。

软件可以使得学生在动态操作中发现、验证几何性质。探究三角形内角和时,可以任意拖动三角形的三个顶点,在改变其形状、大小的同时软件会实时显示 3 个内角的大小以及它们的和。不管三角形怎样变化,内角和都是 180 度这个不变的特性,都会给学生留下深刻的印象。这样一种“操作—观察—归纳”的学习方式,把抽象的证明过程变成具体的、可以感知的探索活动,使学生不再是被动接受知识的容器,而是知识的主动发现者和建构者,有效地弥补了跨文化背景之下由于语言表述不同而产生的理解差异。

（二）支持函数图像的动态绘制与分析

小学生第一次接触函数概念的时候,变量、参数、函数图像三者之间的关系是抽象的,难以把握。动态几何软件为此提供了强大的支持,把代数表达式和几何图形紧密地联系起来,达到数形结合的目的。使用 GeoGebra 可以绘制出复杂的函数图像,把抽象的代数关系用直观的视觉方式表现出来。有利于克服由于文化差异造成的数学符号体系上的不同,创建统一的函数认识结构。

软件最具有革命性的功能就是引入了滑动条等交互方式。用一次函数 $y=kx+b$ 创建滑动条 k 、 b 。当学生拖动斜率 k 的滑动条时,可以即时看到直线倾斜度的变化;拖动截距 b 的滑动条时,可以看到直线沿 y 轴上下平移。即时反馈的动态交互方式,使学生可以立刻看到参数变化时,函数图像随之产生的直接变化,从而建立起参数与图像形状之间具体而深刻的关系。学生不需要反复代入数值进行繁琐的计算和描点,而是在一个整体的、连续的动态过程中感受函数变化规律,直观认识函数的性质。

这样一种探索式的学习过程极大地提高了学生的参与感以及学习兴趣。可以自由改变参数,观察图像的变化,也可以提出猜想并立即通过软件验证,当 k 变为负数时会发生什么?或者当 $b=0$ 时直线经过何处?将函数的学习从被动的公式记忆转变为积极的实验探究,有效地帮助不同文化背景的学生在统一的视觉化、动态化的平台上建立起对于函数核心概念的共同认识。

二、计算与编程软件（如 Scratch、Python）的教育价值

在数字化的时代,计算和编程软件给小学数学教育开辟了一条新的道路。用

Scratch、Python 等为代表的一些工具,将数学知识和编程逻辑结合起来,使数学学习更加生动有趣,在潜移默化中培养学生的计算思维、高阶思维能力。

(一) 通过编程理解算法思想

算法是数学的核心和灵魂,但是它抽象的本质常常使小学生望而生畏。计算与编程软件,特别是像 Scratch 这样的图形化编程工具,给解决这个问题提供了一条很好的途径。它把复杂的算法指令转化为色彩鲜艳、可以拖拽拼接的模块积木,学生可以像搭积木一样搭建程序,直观地认识算法的逻辑、顺序。这大大降低了编程的门槛,学生可以在很小的时候接触到算法的设计与实现。

学生用编程解决数学问题,比如计算一个数的阶乘、判断一个数是否为质数等的时候,必须先把解决问题的过程拆解成一系列有条理、有顺序的指令。这已经是对算法思维的初步训练。绘制正多边形的时候,学生就要思考要让“向前移动”和“右转”循环执行多少次。每次旋转的角度应该是多少呢?经过反复调试参数,学生最后会发现 $360/\text{边数}$ 这个隐藏的数学规律。循环、判断、变量等算法概念不再只是书本上死板的定义,而变成了可以操作、验证的工具,学生在“玩”的过程中就深刻地理解了算法的精髓。

这样的学习方式把传统的解题过程转变为建模、创造的过程。学生不能只是套用公式,而要分析问题、设计步骤、用编程语言表达自己的思维过程。不仅加深学生对某个数学知识点的理解,而且深化学生对于算法作为一种解决复杂问题的通用有效方法,为以后面对各种复杂的挑战打下良好的思维基础。

(二) 可视化呈现抽象的数学概念

小学数学中有许多抽象的概念,分数、负数、概率、坐标系等,这些抽象的概念对于以具体形象思维为主的儿童来说,学习起来十分困难。传统的教学大多依靠实物模型或者静态图示,表现力和互动性都不好。编程,特别是带有可视化的编程,可以把抽象的数学概念变成生动、动态、可交互的图像或者动画,从而大大促进学生对这些概念的理解。学生可以编写程序,把圆形或者矩形分成任意份数,按照指令给它涂色,程序还可以自动计算出它所占的比例并显示出来。分数的“部分和整体”关系就一目了然。

教师讲解概率概念时可以引导学生编写掷骰子的程序。设置一个按钮,每次点击就随机产生 1 到 6 之间一个数,统计各个数出现的次数。学生做上千次模拟实验之后,从统计图表中可以直接看出每一个数字出现的频率都趋近于六分之一。

大规模的重复实验在现实课堂中很难实现,但是编程让这一切变得简单。同样地,对于鸡兔同笼这样的经典逻辑问题,学生可以设计程序去暴力枚举所有的组合,直到找到满足条件的解。整个过程清楚地体现计算机通过逻辑判断、循环来解决问题,把抽象的解题思路具体化。将数学概念动态化、游戏化可以调动学生学习的积极性,在互动体验中使学生对抽象的知识有更深刻的理解。

(三) 培养计算思维与逻辑思维能力

计算与编程软件在数学教育上最深远的价值,就是对学生计算思维和逻辑思维能力的系统培养。计算思维是数字时代的重要素养,它包含问题分解、模式识别、抽象、算法设计等各方面的思维方式,而这些都和数学学习所需要的逻辑推理能力不谋而合。学习编程的过程,实际上就是一场严格的思维训练。

任何编程任务都需要学生将一个大而复杂的问题分解成若干个小、容易管理、容易解决的子问题。分解能力是解决一切复杂问题的起点,也是解题中非常重要的方法。编程中要找出代码中的重复模式,用循环结构来优化程序,或者把常用的功能封装成函数。这样一种“模式识别”、抽象的能力,有利于学生发现数学问题背后的一般性规律。最后设计算法就是把解决方案变成计算机可以执行的步骤,使学生逻辑严密、思路清晰。任何一个细小的逻辑错误都会导致程序崩溃或者结果出现异常,调试的过程就是对逻辑链条反复审视和修正的过程,这无疑是逻辑思维最直接、最有效的锻炼。

用 Scratch、Python 等工具开展数学主题的编程活动,学生在学习数学知识的同时也在像数学家、计算机科学家那样思考。学会怎样清晰地定义问题,怎样设计逻辑程序,怎样试验和修改自己的方案。集创造性、严谨性于一身的思维训练,其价值远远大于数学、编程本身。它给学生一个有力的思维框架,使学生在面对跨文化背景下各种未知的挑战时,能更有条理、有逻辑性、有创造性地分析和解决问题。

第二节 软件选择的适应性原则

在跨文化背景下,小学数学课程设计要有效融入信息技术,教学软件的选择就成为一个十分重要的环节。适应性原则就是指软件不仅要考虑到教学内容,而且还要考虑到具体的教学环境以及使用者。这就要求软件选择要综合考虑,权衡

理想的教育目标和现实的技术条件、学生的认知水平,使技术真正成为促进学习的有效助力而不是阻碍。

一、与教学目标和学生水平的匹配度

软件只是教学的辅助工具,它的价值主要体现在为教学目标服务、满足学生认知规律。一旦脱离这两个基点,技术应用就很容易变成形式。因此软件是否符合教学目标、设计是否符合小学生的认知特点,是选择软件的首要标准,也是决定数字化教学成败的关键。

(一) 根据具体教学目标选择合适软件

在跨文化的小学数学教学中,软件的选择一定要围绕具体的课程目标、知识点进行。不同的教学内容对软件功能的要求大相径庭。图形与几何教学中用拖拽、旋转等方式可以使图形的性质和变换规律直接呈现出来,这对空间想象力的培养有着十分重要的意义。学生学习数的运算的时候,以程序化反馈和个性化练习为主的软件更能帮助学生巩固计算能力,根据做题情况智能推荐练习,达到差异化教学。如果教学目标中包含初步的数据分析和统计观念,那么能够支持学生输入数据、自动生成图表并进行简单分析的工具,就可以把抽象的统计概念具体化。

软件的选择要与教学目标层次相适应。若目的是让学生记忆、理解基本概念,演示型软件因其清晰、有趣的讲解更合适。如果目的是培养学生的应用、分析能力,那么提供探索空间、鼓励动手实践的建构型软件就更有意义。编程模块或者逻辑构建游戏,可以让学生在解决问题的过程中运用数学知识,把高级思维能力的培养融入到游戏化的环境中,比单纯的灌输知识更能激发学习潜能。动手实践、逻辑构建在跨文化环境中才是更通用的学习语言。

因此,教师在选择软件前必须对教学大纲有深刻的理解,清楚地分析每一节课、每一个知识单元的核心目标,然后带着这些具体的目标去寻找、筛选、评价备选软件。理想的软件应该把抽象的数学知识用可视化的、交互的方式展示出来,功能设计要和教学过程紧密联系,最终服务于学生数学核心素养的发展。只有这样精准匹配教学目标的方式,才是防止技术与教学“两张皮”的根本保证,使软件成为教师教学能力的延伸、学生认知边界的拓展。

(二) 软件操作要简单易学,符合小学生特点

小学生正处在认知发展时期,注意力、信息处理能力都有限。复杂的软件操

作会大大增加学生的认知负担,使学生大部分精力用在理解软件的使用上,而不能用在数学知识的学习和思考上。工具使用难度造成的额外认知负担,会严重阻碍核心教学任务的进行,还会导致孩子产生挫败感和抵触情绪。因此软件操作设计要尽量简洁直观,符合儿童的人机交互习惯。优秀的教育软件操作逻辑应该是透明的,学生不需要专门学习就可以在很短的时间内掌握主要功能。

理想的软件界面应该使用容易辨认的图标,简化过多的菜单和复杂的文本指令。元素排列需要合理有序、功能区域分明、不能信息过多。交互方式多用拖拽、点击、缩放等直接操作,直观的动作让学生很快建立操作和结果的关系。即时反馈也非常重要,操作成功的时候有提示音和动画效果,解题出错时有温和的提示,都可以让学生知道学习的效果而获得持续的动力。软件设计者应该从儿童的角度出发,把复杂的逻辑隐藏在简洁的界面之下,以最友善的方式呈现给学生最直接、最重要的功能,使技术成为他们探索数学世界时的一名隐形助手。

二、与学校硬件条件的兼容性

技术的落实有赖硬件基础,在跨文化背景下各地区、各学校硬件设施水平差别很大。因此,在选择小学数学教学软件的时候,必须要考虑到学校现有的硬件条件是否兼容的问题,这是一个关系到教育公平和教学活动能否顺利进行的现实问题。理想化的软件选择如果没有硬件的承载能力,最终只能成为空中楼阁。

(一) 考虑学校电脑、平板等设备的配置

学校用作教学的电脑、平板等终端设备配置参差不齐。有些学校有最先进的设备,更多的学校所用的是几年前购置的老旧型号。在处理器性能、内存大小、显卡性能、操作系统版本等各方面存在着很大的差别。因此选择数学软件的时候,把对硬件的最低要求作为重要的筛选指标。一款好的教育软件应该能在低配置的硬件上流畅运行,保证基本的教学功能不受影响。

软件对硬件要求高,比如图形处理能力强或者内存消耗大的时候,配置低的设备上运行就会出现卡顿、延迟、崩溃。不但会对课堂教学的流畅性产生严重影响,还会打乱学生的学习思路,给师生带来极差的使用体验。在软件选型之前,教育技术负责人或者一线教师需要对学校硬件资产做一次全面的盘点,清楚地知道设备的平均水平以及最低配置。在此基础上,应该选择重量轻、占用资源少、优化好、能耗低的软件。还要考虑软件在不同的操作系统中的兼容性,保证软件

可以在学校常用的 Windows、macOS、安卓、iOS 等系统上无差别运行，最大限度地利用现有的硬件资源，保证教学活动的覆盖面和公平性。

（二）考虑校园网络环境的稳定性

在目前的数字化教学模式中，很多软件的功能实现很大程度上依靠网络连接，云端存储、师生互动、数据同步、内容更新等。因此校园网络环境稳定性和带宽成为选择软件和使用的主要因素。跨文化背景下各个地区网络基础设施建设水平差别很大，即使在同一个城市里，不同学校之间的网络质量也会天壤之别。网络时断时续、高峰时段网速慢的情况在很多学校已经成了常态。

完全依靠实时在线的教学软件进行教学，会给教学带来极大的风险。网络一旦出现波动，就会使教学活动被迫中断，学生的学习进度、课堂节奏都会受到严重的影响。在网络问题出现的时候，就会影响到实时协作或者在线测评的活动，造成数据丢失或者提交失败，从而影响评价的公平性。因此，选择软件时必须对校园网络进行压力测试和评价，了解其在教学高峰期的承载能力。

更为稳妥、普适的策略就是选择支持离线使用的软件，或者至少核心功能可以离线运行的软件。该模式既能在网络条件好的时候进行同步在线，也能在网络条件不好时进行离线操作，从而最大程度上减少对网络环境的依赖，保证教学活动即使在网络条件不好时也可以正常进行。这对保证教学的连续性、稳定性十分重要，在网络基础设施还不完善的地区，此种选择更具有前瞻性、适应性。

（三）选择对硬件要求不高、易于普及的软件

根据硬件和网络环境两方面的限制来选择设备性能要求不高、便于普及的软件，是保证跨文化数学教育公平的重要步骤。此类软件大多具有“低门槛”的特点，可以在配置参差不齐的硬件设备上稳定运行，保证不会因为设备的不同而使部分学生不能参与学习，从而保证技术赋能教学的普惠性。

具体来说就是可以优先选择基于浏览器技术的软件。使用 HTML5 创建的程序无需复杂的安装和部署，可以在浏览器中直接访问，技术维护难度大为降低。其跨平台性可以适应不同的操作系统，给设备多样化的学校提供统一的解决方案，保证体验的一致性。

推广该软件可以建设起开放协同的教育生态。许多开源数学软件都是免费的，可以供教师进行本地化修改和定制，给校本课程开发提供丰富的资源。学校可以组织人员对软件进行二次开发，使之更符合本校学生认知特点，真正达到技术和

教学融合的目的。

最终，软件由原来的外部固定工具变成可以塑性，内化于教学过程的创造性伙伴。克服经费、设备上的限制，把技术应用的选择权交给学校和教师，促使教育信息化从外在的设备驱动转变为内在需求驱动，从而实现教育公平与质量双提升。

第三节 软件使用的教学效果评估

评价教学软件在跨文化小学数学课程中应用的效果，就是保证技术真正服务于教学目标，促进学生发展的关键环节。该项评价既关系到技术的选择与改进，又影响到课程设计是否有效、合理，目的是从学生个体学习、课堂动态氛围、师生关系等各方面来考察软件使用产生的综合影响。

一、评估软件使用对学生学习的影响

评价教学软件时，其主要的价值就是看它是否真正地促进学生有效学习。这就要求我们对软件在帮助学生建构知识、激发学习兴趣、培养高阶思维能力等方面所起到的作用进行详细的考察，从而确定它是否真正成为学生认知发展的助推器，而不仅仅是新颖的教学手段或工具。

（一）是否能帮助学生更好地理解抽象概念

跨文化背景下数学软件的运用，给抽象概念的理解难题开辟了一条新的解决途径。数学概念具有较高的抽象性、逻辑性，对不同文化背景、语言能力的学生来说理解起来更难。传统的教学方法有时候很难跨越语言和文化的障碍，优秀的教学软件由于具有直观化、可视化的特点，可以把抽象的数学关系转化为学生可以互动、可以操作的对象，从而建立起从具体经验到抽象思维的桥梁。

教学软件用动态的图形、动画、模拟实验，让学生亲身经历、改变数学对象。在学习分数概念的时候，学生拖动模块、分割图形可以直观地感受部分和整体的关系，比单纯的听老师讲解或者看静态图示要深刻得多。学生可以运用软件中的交互功能对图形进行变换，在变换的过程中发现图形不变的本质属性，从而形成对于几何变换的直观感知以及深层认识。数学教师用数据可视化软件将抽象的数

学概念形象化,从而有效地解决学生的数学难题。“做中学”的方式把学生从被动的接受知识变为主动地建构意义。

软件能够根据不同的文化背景的学生认知特点提供多种的表征形式。不同文化中小学生的思维习惯也有所不同,有的偏重于图像思维,有的擅长符号逻辑。好的教学软件会提供多种表征形式的选择,使学生可以选择最适合自己的方式来研究同一个数学概念,实现个性化教学。打破传统教学单向灌输的局限,用直观的教学辅助手段,帮助具有不同文化背景的学生找到适合自己的学习途径,最终形成相同的认知模型。

（二）是否能提升学生的学习兴趣与参与度

在多元文化共存的课堂上,调动并保持所有学生的学习兴趣是一项挑战。不同的文化背景的学生对学习的内容、学习的样式和激励方法上都有可能存在差别。教学软件依靠丰富的交互性、趣味性设计,在冲破文化隔阂、全面提升学生学习兴趣、参与度方面起着巨大的作用。研究表明,在教育过程中融入游戏元素可以提高学生的参与度,记忆率能够提高 90%。软件所创造出的沉浸式学习环境可以很好地吸引学生们的注意力,使学生们由被动听众转变成主动参与者。

很多教育软件都加入了游戏化的设计,积分、徽章、排行榜、角色扮演等,把枯燥的数学练习变成有挑战性、趣味性的闯关游戏。利用学生爱玩的天性,把学习目标与娱乐过程相融合,在完成各种任务并得到奖励的过程中,学生不但巩固了数学知识,而且获得了成就感和自信心。重视集体荣誉的学生适合采用团队竞赛的形式,重视个人成功的同学则更适合采用个性化的挑战和即时的反馈。有些软件支持学生自定义设置,比如可以选择自己喜欢的界面主题、虚拟形象等等。给学生一定的自主权,使他们对自己的学习过程有较强的归属感、主人翁意识,极大地提高内在学习动机。有关研究表明,学生参与互动学习可以提高 94%。

二、评估软件使用对课堂氛围的影响

课堂氛围是决定教学质量好坏、学生身心健康发展的软环境。软件介入之后能否打破沉闷,营造出积极、包容、互动的学习共同体,是评价其教学效果的一个方面。需要考察软件改变了课堂交往方式和情感基调。

（一）是否能变得更加活跃与互动

跨文化小学数学课堂上不同文化背景的学生在课堂表达、互动方面存在着很

大的差别。有的学生习惯于静默听讲，不轻易发言；另外一些学生喜欢讨论、表达。差异给教师组织统一的课堂互动带来困难。教学软件的使用，给打破这种局面、创造普遍活跃的课堂气氛提供了一种新的可能性。使用诸如实时问答、在线投票、匿名讨论板、抢答器等数字互动工具可以大大提高学生参与的积极性。

数字化工具给学生开辟了一条比较安全的表达途径。性格内向或者由于文化原因不愿意在全班同学面前发表意见的学生，可以通过匿名的方式提交自己的想法或者答案。既保护了学生自尊心，又能使教师全面了解每一位学生思考的过程，不会遗漏那些沉默的学生。抢答、小组竞赛等游戏化互动方式把课堂活动变成有挑战性、趣味性的活动，调动起所有学生学习的积极性，使课堂节奏变得明快而有活力。软件可以实时获取并呈现出全班同学的答题情况，用图表的形式展现出来，让学生清楚地看到班级中大家各自的观点分布情况，而这种即时的数据反馈本身就是一种互动方式，使每个学生都感到自己的参与是有意义的，从而促进更广泛、更深入的课堂交流。

（二）学生之间是否产生了更多协作

跨文化教学的主要目的之一就是让来自不同文化背景的学生互相理解、互相合作。教学软件对于打破文化壁垒、促进学生集体学习有明显的优势。它可以依靠精心设计的协作任务以及共同的数字化工作环境，使学生由个人学习走向集体合作学习。借助在线协作平台，学校、教师可共享教学资源、交流经验，就教学方法展开讨论。软件驱动的协作学习，既是知识的共同建构，也是跨文化交流与沟通能力的培养。

大部分教学软件都支持多人同时在线编辑同一个文档、思维导图或者虚拟白板。教师可布置一个需要多方面去考虑的问题，同时把来自不同文化背景的学生组队。学生在共享的数字空间里可以同时或者异步地提出自己的想法，查看、补充、修改、评论别人的观点。全过程透明可追溯，每个人贡献都有记录，既保证合作的公平性，又给教师评价学生在团队中的作用提供依据。设计城市公园数学项目时要综合使用面积、周长、预算等知识，不同文化背景的学生会提出完全不同的设计想法，在共同规划、计算、修改的过程中既可以学会用数学语言来表达观点、进行论证，也可以在差异中寻找共识、理解、尊重不同的文化视角。

基于软件的协作方式可以给跨文化沟通提供必要的支架。对那些不习惯直接表达反对意见、进行激烈辩论的文化背景的学生来说，软件中评论、点赞、投票

等非直接对抗性的沟通方式,给他们的参与提供了一种比较温和的途径。由此可以表达态度,同时又避免当面直接冲突。软件可以确定出清晰的操作协作流程,学生按照流程进行团队合作,从而减少由于文化差异造成的沟通差错和合作障碍。根据研究结果可以看出,PBL+CT(项目式学习结合计算思维)教学模式对于分解、算法思维、合作学习有促进作用。最终学生在完成共同学习任务的过程中,既提高了数学能力,又在潜移默化中形成了跨文化友谊,在全球化时代非常重要的合作沟通能力也得到了培养。

(三) 师生关系是否发生了积极变化

信息技术在教学中的应用,不但是知识传授方式的改变,也是教师与学生之间关系的再造。在有教学软件辅助的课堂里,传统的以教师为中心的权威式教育方式被打破,取而代之的是平等、民主、有爱的新型师生关系。教师从唯一的知识传授者变成学习的引导者、促进者、合作者,这是建立积极师生关系的前提。

教学软件给教师赋予了“千里眼”、“顺风耳”的本领。教师可以利用软件后台数据分析功能来实时掌握每个学生的学习进度、答题情况和知识点掌握情况,也可以分析出常见的错误类型。依据数据,教师的指导就变得更加有针对性。教师不再需要通过课堂提问来了解学生的学情,而是可以在学生遇到困难的时候,立即给学生提供个性化的指导和帮助。及时而个性化的帮助会让学生感到自己被重视、被理解,从而对老师产生更强的信任感和亲近感。教师可以从中解脱出来,把更多的精力投入到与学生进行个性化的交流、情感上的沟通当中。

在有软件支持的互动环境中,师生之间交流次数变多,交流类型也更加丰富。师生可以在网上的讨论区、留言板等地方进行非正式的交流。教师可以对学生精彩的见解表示点赞,也可以在学生遇到困惑的时候给予鼓励。扁平化交流方式缩短了师生间心理距离,课堂气氛更轻松、更和谐。学生敢于问老师问题,乐于同别人分享新发现。教师更多地用欣赏、鼓励的态度去面对学生,成为学生探索的同行者和支持者。基于相互尊重、信任的伙伴式的关系,可以激发小学生的学习动力,给小学生们创造一个良好的心理成长环境,对正在形成价值观的小学生来说尤其重要。

第四节 数字资源的整合与应用

在跨文化教育的大潮之下,信息技术凭借自身独有的优势,给小学数学教学中文化障碍、认知差异的解决带来了新的思路。数字资源的有效整合和利用,不但是教学手段的现代化,而且是实现教育公平、促进个性化学习、构建包容性数学文化的重要支撑。本节主要研究怎样筛选、获取、整合和运用数字资源,使它在跨文化的小学数学课堂上发挥最大的作用。

一、优质数字资源的筛选与获取

优质的数字资源是有效的教学的前提。在大量数字信息当中,教师要有独特的眼光,根据课程标准、学生特点、跨文化教学目标等来选择和获取适合的教学资源。这就要求教师不能只是技术的使用者,还应该成为教育资源的鉴别者、建设者。

(一) 从国家及地方教育资源平台寻找

国家及地方各级教育部门创建的公共资源服务平台,是教师获取教学资源的主要渠道。平台既有权威性又具有规范性,有公益性,平台所承载的教学内容是国家课程标准审核过的,可以保证教学内容的准确科学。国家中小学智慧教育平台汇集了各个年级、各个版本的海量教材同步资源,有数字教材、教学课件、课程视频等。跨文化背景下的这些标准化的资源给来自不同的文化背景、具有不同的学习基础的学生提供了公平统一的教学标准。教师可以利用这些基础资源来进行统一的授课,使所有的学生都掌握基本的数学知识和技能,为以后差异化、个性化教学打下牢固的基础。这些平台所承载的教育理念、文化导向给学生理解主流教育文化提供了一个重要的窗口。教师根据本班学生实际情况,对通用资源进行二次开发并实施本地化改造,使之更加契合当前的跨文化教学环境,既可以保证教学的规范性,也可以体现一定的灵活性,是标准化和个性化需求相结合的有效途径。

(二) 利用优质教育企业开发的资源库

伴随着教育科技产业的迅速发展,很多优秀的教育企业投入巨资研发出了大量的数字化教学资源库。商业资源库在技术应用、界面设计、互动体验等各方面,一般会比官方平台具有优势。它们常常带有动画、游戏、虚拟仿真实验等元素,

可以将抽象的数学概念用更加生动、直观的方式表现出来,极大地调动了学生学习的积极性。一些专业的数学学习应用,常以游戏化的闯关形式,让学生在解决问题的过程中进行运算、理解几何概念,这种寓教于乐的方式更受小学生的欢迎。跨文化课堂里那些弱化语言依赖、强化视觉和互动体验的资源,可以减少由于语言障碍或文化差异造成的学习障碍。学生可以直接操作数字化教具(虚拟计数棒、分数条)来建构对数学概念的理解,动手实践的方式符合儿童的认知规律,又能有效地克服文化表达上的差异。当然教师在选择此类商业资源的时候要进行审慎的评估,判断其教育价值是否大于娱乐成分,内容是否适合学生的年龄特点和认知水平,是否存在文化偏见或者不当的商业植入,保证所选资源真正服务于学生数学核心素养的培养。

二、数字资源与课堂教学的深度融合

获得优质资源只是第一步,更重要的是怎样把这些资源无缝嵌入到课前、课中、课后各个教学环节当中去,达到技术与教育的深度融合。这就要求教师由知识的传授者变为学习的设计者、引导者,用数字技术重新设计教学流程,给学生创造一个支持自主探究、合作交流的个性化学习环境。

(一) 课前: 利用微课进行预习

课前预习是培养学生自主学习能力的环节,微课的出现,给课前预习提供了非常好的工具。微课指时长为5分钟到10分钟、主题突出、内容精炼的短视频课程。教师可以根据要学习的数学核心概念或者难点问题,挑选或者制作适合的微课视频,发布给学生做预习材料。带来了诸多益处,学生可以自由地控制播放、暂停、回放,对于语言理解困难或者基础薄弱的学生来说,这无疑是一个难得的自主学习机会,他们可以反复观看直到理解,从而扫清课堂学习障碍。跨文化教学情境下微课的价值更加明显,

1. 概念的视觉化表达,最大公约数、最小公倍数等抽象的概念可以用动画、图示等直观的方式来解释,使不同语言背景的学生对于这些概念有着相同的认识。

2. 前置知识的补充与加固,即在开展新的知识教学前,对学生已有的相关知识进行检查和巩固。对于班级内数学基础存在差异的学生,可提供差异化的预习微课,使基础薄弱的学生可以弥补前置知识,使学有余力的学生可以进行初步的拓展,从而达到个性化预习的目的。

学生带着对新知识初步认识和疑问走进课堂,课堂教学的起点也相应地提高。教师可以把课堂时间更多地用在组织讨论、合作探究、解决学生预习中遇到的共性问题等更高层次的教学活动上,从而提高课堂互动的深度和教学效率。

（二）课中：利用互动课件辅助讲解

课堂教学是教学活动的核心环节,数字资源的应用目的就是改变传统的教师单向传授、学生被动听讲的模式,营造一个生动直观、富有探索乐趣的学习环境。互动课件、虚拟仿真实验、各种教学应用软件等,都是达到此目的的有效方式。教师在教授轴对称图形的时候,用几何画板软件让学生自己拖动、翻折各种图形,通过动态变化来直接感知对称轴的特点。探索式的学习方法比单纯的教师在黑板上演示要深刻得多。在跨文化背景的课堂里,这种可视化、可操作的互动体验就显得更加重要。它不再只依靠语言文字的符号,而是把视觉、听觉、动觉等多感官通道融合起来,来传递数学信息,给来自不同文化背景、认知方式不同的学生提供多种理解途径。在讲解小数初步认识的时候,使用可以任意切割、涂色的虚拟矩形条,学生就能直观地看到整体与部分的关系,从而理解 0.1、0.01 等小数的意义。既减轻了学生认知负担,又调动起学生的好奇心和求知欲。教师的角色也发生了转变,不再只是知识的传授者,而是学生探究活动的组织者、引导者、合作者。教师可以提出启发性问题来激发学生的创造性思维,也可以引导学生交流研究结果。互动探究过程既是学生建构数学知识的过程,也是学生发展观察、猜想、验证等科学探究能力的过程,更是学生学会与不同文化背景的同伴有效沟通、协作的过程,课堂因此成为了一个充满活力、智慧碰撞的共同体。

（三）课后：利用在线平台进行巩固与拓展

课后阶段是学生把知识内化、形成技能、发展能力的重要阶段。利用网络学习平台布置作业、辅导、开展课外扩展学习活动,可以使教学过程不受课堂时空的限制,给学生提供个性化的巩固与提高途径。现代在线学习平台一般具有智能化的功能,可以对学生作答情况做出实时分析,精准找到学生知识掌握的薄弱环节,然后自动给学生推送相应的巩固练习或者学习资源。只有这样一种自适应学习机制,才能算得上是真正的因材施教。文化多样性较强的班级中学生学业进度、学习需求各有不同,统一的纸质作业不能满足所有学生的需求。而在线平台正好解决了这一难题,为每一个学生生成一条独一无二的学习路径,使每一个孩子都能在最适合自己的学习区内进行有效的练习。

很多平台将练习过程设置为游戏化的形式，并掺入积分、勋章、排行榜这些激励因素，把枯燥的数学练习变成了有趣的游戏。可以保持学生学习的动机，培养学生坚持不懈的精神。教师可以给学有余力的学生推送一些有挑战性的拓展性学习任务，比如数学建模项目、数学史阅读材料、跨学科探究课题等，促使学生深入探究，保护和发展学生的学术潜力。平台给师生、生生交流提供方便。学生在遇到难题的时候可以向教师提问，也可以在论坛里和同学进行讨论，异步交流方式打破了时空的限制，营造出随时可以学习、任何地方都能学习的氛围，有力地支持了学生学习共同体的构建。

第十一章 教师专业发展路径探索

跨文化背景下小学数学课程的革新，教师是主要力量。教师专业发展水平的好坏，直接影响到课程理念能否落实、课程目标能否实现。因此系统探索教师专业发展的具体途径，建立一套可以支持教师持续成长的长效机制，就成为整个课程设计与实施体系中非常重要的一环。本章主要研究教师所需要的主要能力以及相应的成长策略。

第一节 跨学科教学的能力要求

跨学科教学要求教师冲破传统单一学科的壁垒，变成知识的整合者，课程的创造者。这种教学模式不但要求教师的知识面要广，更对教师的课程设计、活动组织、课堂应变能力提出前所未有的高标准。有新视野、有综合素养的老师才能使跨学科教学走上正确的道路，使学生在真实的情景中建构知识、发展能力。

一、广博的知识储备与整合能力

教师的知识结构为跨学科教学打下基础。跨文化数学课程的教师不仅要具备扎实的数学学科本体知识，还要具有其他相关学科的广博的知识，在此基础上高效地整合、重组所学知识，为综合性学习体验的展开服务。

（一）具备多学科的基础知识

跨学科教学能够顺利开展的前提，就是教师具有开放、多元的知识结构。对于小学数学教师来说，这意味着不能只关注数学本身，而应该主动学习、吸收人文、社会、自然科学等各方面的知识。讲解几何图形时可以加入不同国家、民族的建筑艺术、图案设计，这就需要教师具备相应的艺术史、文化学知识。而在处理有关不同地区社会调查数据、人口变动或者自然现象的统计与概率问题时，教师就要具备社会学、地理学的基础知识。

广博的知识储备并不要求教师成为各领域的专家，而要形成 T 字形的知识结

构。“一”指广阔的知识面,涉及文学、历史、地理、科学、艺术等各个领域;而“|”就代表对数学教育做深入研究。跨文化背景下,知识的广度要包含对于世界各种文化的理解与尊重,即了解各个民族的历史传统、价值观念、思维方式和生活习俗。教师应该知道各种文化背景下数学知识产生的历史,例如古埃及的几何学、中国的算盘、玛雅计数系统等等,这些都使数学课堂的文化内涵更加丰富。

只有拥有这样的知识储备,教师才能够在课堂上旁征博引、游刃有余,把抽象的数学概念和丰富多彩的现实世界以及人类文明紧密联系起来。不仅有利于激发学生学习的兴趣,还可以使学生认识到数学是人类通用语言和文化工具,具有普适性、多样性,有利于学生国际视野、文化理解力的培养。因此不断进行跨界学习,构建一个动态更新、包罗万象的个人知识库,就成为跨学科教师专业发展的首要任务和最根本的基础。

(二)能发现不同学科知识间的内在联系

具备多学科知识储备是基本条件,更高层次的能力就是透过现象看本质,发现不同学科之间深层次的逻辑关系以及内在联系。跨学科教学的优势并不在于知识的简单叠加,而是在于学生可以借助有意义的联系,发现由各种知识网络构成的一个更为完整的世界图景。教师要成为知识的桥梁设计师,善于找到数学和其他学科的共鸣之处。

发现的联系可以在不同的层次上体现出来。从观念上来说,教师可以引导学生思考数学思想是如何渗透到其他学科中的,物理学中对称性原理与数学中的轴对称、中心对称概念相互呼应,经济学中边际效用递减规律可以用函数图像直观表示。就方法而言,数学作为一种通用工具,它的研究方法也被应用于其它领域。数据分析、模型构建、逻辑推理等数学方法,对社会科学研究、市场分析、人工智能等领域来说是不可替代的。教师要能够清楚地解释这些方法在各种情况下具体怎样运用,从而帮助学生实现能力的迁移。

跨文化背景下,这种联系的建立就具有了更特殊的意义。在讲授比例这个数学概念的时候,教师可以把它同不同的国家绘画艺术中的构图法则(黄金分割),音乐作品中的节奏韵律结构,以及不同文化烹饪食谱中的成分配比等等联系起来。用生动具体的例子使学生理解比例的数学本质,同时让学生认识到人类各种文化创造活动中都存在数学规律,并且有不同的表达形式。这就要求教师有很高的课程敏感性和创造性,能够跳出教材的限制,从生活中、从多元文化现象中发现有

价值的教学契机,并把这些教学契机巧妙地融入到教学过程中。

二、项目设计与活动组织能力

如果说知识整合能力是跨学科教学的软件,那么项目设计和活动组织能力就是保证教学有效运行的硬件。教师要把整合后的知识转化成一系列可以操作、有趣的实践活动项目和课堂教学活动,同时还需要具备良好的组织能力,才可以在教学情境中应对各种挑战,使学生获得好的学习体验。

(一) 能设计富有吸引力的跨学科项目

成功的跨学科项目可以调动学生内在的学习动机。项目设计要融合多学科知识,还要有趣味性、挑战性、现实意义,这样才能激起学生的好奇心和求知欲。

1. 情境的真实性、代入感,项目应该来源于现实世界的问题,或者模拟一个具有吸引力的虚拟情境。设计一个小小的环球旅行家项目,让学生以小组形式当跨国旅行策划者,自己定预算、查物价、兑换货币、安排交通、住处等。任务导向的设计使学生有很强的代入感,从而使数学学习变得具体且有目的性。

2. 成果的开放性、创造性,优秀的项目设计应该给学生留有广阔的创造空间,其最终成果不应该只有一种、一种标准的答案,而应该是多样化、个性化的作品。在学过对称、平移、旋转等图形变换之后,项目任务可以设计为,为学校的国际文化节设计一个包含至少三个国家文化元素的标志。学生提交的设计图、数字模型或者实物作品。开放性给学生表达自己的理解、创意留下了足够的空间,保护了学生的个性和想象力。

3. 文化相关性、尊重,在跨文化背景下,项目设计要重视文化元素的融入,体现出对不同文化的尊重。项目内容不能有文化刻板印象,要引导学生进行深入的文化探究。项目学习中除了计算各个菜谱的成本和营养成分,也可以引导学生探究不同饮食文化背后所隐藏的历史渊源、礼仪习俗、价值观念等,把数学学习和跨文化理解有机地结合在一起。

(二) 能有效组织和管理复杂的课堂活动

跨学科项目一般包含小组合作、长时间探究、调动多种资源等诸多繁杂环节,因此对教师的课堂组织与管理能力提出了更高的要求。教师不再是知识的唯一权威者、传授者,而是成为学习过程的引导者、促进者、资源支持者。有效的组织管理对于保证项目的顺利进行、防止课堂陷入混乱有很重要的作用。

教师要有流程规划能力，在项目开始之前要向学生说明项目的总体目标、时间表、各个阶段的任务、评价标准、小组协作规则等。可以按照一定的规则，将大项目拆分成几个小任务并设置明确的节点完成标准与检查点，让学生清楚地知道自己应该走到哪里。结构化的支持，即脚手架，对于引导学生完成有挑战性的探究来说是十分重要的。

教师在项目实施过程中要扮演多重角色。作为协调员要注意各组的工作进度，并及时找出造成小组内部沟通困难或者任务分工不均等问题的原因。作为“资源专家”，要提前准备或者指导学生寻找完成项目所需要的各种资源，包括书籍、网站、工具，甚至校外专家。作为提问者不能直接给出答案，而是用启发式的提问来引导学生深入思考，自己发现问题、解决问题。当学生制作建筑模型出现结构不稳的问题时，教师可以用启发式提问：“你们观察过那些稳固的建筑有哪些共同的结构特征？有哪些数学原理可以提高稳定性？该研究为理解企业盈利能力提供了新的视角，丰富了相关理论研究

课堂秩序管理也要有新的方法。项目式学习的课堂一般比较活跃、忙碌，教师要建立一套适合项目式学习的课堂常规，使学生在一定的规则下自由地走动、讨论、合作。使用网络协作平台、项目管理平台等技术手段，可以对各小组的活动情况进行更好的跟踪，从而实现复杂课堂教学活动的精细化、智能化管理。

（三）能应对项目实施中的各种突发状况

跨学科项目式学习是动态的、不确定的过程。即使周密的前期规划也会在执行过程中出现意料之外的突发情况。教师从容、智慧地应对这些状况的能力，是保证项目持续进行的前提，也是教育学生面对真实世界复杂性和不确定性的一种重要方式。

突发状况可以从各个角度发生，资源上预定的材料无法取得、网络突然断开、实验器材临时损坏等，时间上某个探究环节的难度比预想的要大，项目进度严重滞后，小组成员之间因为意见不合而产生激烈冲突，或者有学生完全脱离了小组。教师在遇到这些问题的时候要保持冷静、灵活，有良好的问题解决能力。

教师要有预见性判断并做好预案。有经验的教师在项目开始时就可以预见到可能出现的风险点，并且准备好相应的备选方案。如果重要的资源很难获得，就寻找替代品；设计弹性任务路径，允许进度不同的小组选择完成。当突发状况发生的时候，教师首先要稳定学生的情绪，把挑战变成学习的机会。实验失败时可

以引导学生分析失败的原因，完成一份失败报告，这也是科学探究精神的体现。小组出现冲突的时候，可以暂停项目，组织一次关于沟通协作的微型工作坊，教学生怎样倾听、表达、协商。

教师自身心理韧性和教育智慧这时就显得尤为重要。教师应该让学生明白，问题、困难是探究过程的一部分，解决问题的过程比得到正确答案更有意义。教师有时也需要坦诚自己并不知道答案，和学生一起开始新的探究。真实的示范会极大地激励学生去尝试、去探索。把危机当作课程资源，把突发状况变成成长契机，这是跨学科教师专业成熟度的最高体现，也是在不断变化的教学环境里践行“以生为本”的关键。

第二节 教师知识结构的优化策略

在跨文化背景下去进行小学数学课程的教学，给教师的综合素养提出了前所未有的考验。教师不但是知识的传授者，也是不同文化之间沟通的桥梁，更是学生数学思维的引路人。所以教师的知识结构要得到改善，使教师具备跨文化教学的能力，这是课程设计和实施成功的重要保障，也是促进教师专业发展的必然途径。

一、构建“T”型知识结构

T型知识结构很适合跨文化数学教学，它要求教师有宽广的知识面，又能在某个专业领域有足够深的造诣。结构使教师能够宏观与微观教学实践之间建立有效的联系，使数学教育既有文化的厚度又有学科的严谨性。

（一）“一横”：广博的文化与科学知识

T型结构中的横线代表的是宽泛的知识面，为教师开展跨文化教学打下基础。这就要求小学数学教师不能只停留在数学学科的“孤岛”上，而应该积极地去涉猎人类学、历史学、民俗学、艺术学、天文学、地理学等多学科的知识。宽广的文化视野可以使得教师认识到在不同的文化背景之下，学生认知方式的差别，从而采取更具包容性并且适应性更强的教学方式。了解不同文明的计数系统、几何图形的早期应用、数学思想的发展史等，一方面可以充实教学内容，另一方面也可以使学生体会到数学作为人类共同智慧结晶的普适性、多样性。

拥有广博的知识,也意味着教师可以敏锐地察觉并有效地利用学生所在社区的文化资源。资源既可以是地域性的传统建筑、民间工艺、节日习俗,也可以是地域性的物产和传说。将鲜活的文化元素嵌入数学问题的设计当中,可以有效地加强学生对于学习的亲身体验以及参与的积极性。讲解“对称”概念时可以引用中国剪纸、伊斯兰建筑纹样、印第安纳瓦霍人的沙画艺术等作为例子,在学习“测量”、“估算”的时候也可以联系本地农作物种植间距、传统市集交易方式等开展活动。

广博性就是科学知识的融会贯通。数学是科学的语言,和物理、生物、信息技术等学科存在着天然的联系。如果教师可以将数学知识同自然现象、科学实验和社会发展联系起来,就向学生展示了数学有巨大的应用价值。分析植物生长模式可以用斐波那契数列,天气预报概率能解释统计学原理,编程游戏里用坐标和几何原理,打破学科之间的壁垒,激发学生探究未知的好奇心。

因此横向的构建是不断积累、持续发展的过程,要求教师成为终身学习者,对世界保持开放和好奇的态度。教师通过阅读、旅行,参加跨文化交流活动等方式来不断补充自己的知识库,在课堂上自然地掌握知识点,使数学概念处在丰富多彩的现实世界与文化土壤中,从而使数学课堂成为一片知识的冒险之海。

(二) “一竖”: 精深的数学学科与教学知识

“T”型结构中一竖代表教师在数学学科和数学教学领域的专业深度。这是保证跨文化教学不偏离数学本质、保证教学质量与科学性的根基。缺少了这个“竖”的支撑,广博的文化知识会使教学内容泛化,数学核心思想被稀释,最终使跨文化教学流于形式,变成肤浅的文化奇观展示。精深的专业知识,是教师在各种教学环境里保持稳定、准确进行教学的前提。

精深的数学学科知识远远不止是对小学数学课本内容的熟练掌握。要求教师对数学知识体系有本质的认识,在更高层面上来考察基本数学概念,发现它的内在逻辑结构、思想方法及长远发展。分数的教学,专业素养高的教师不仅会计算,还会理解分数是部分和整体的关系、比率、测量单位、数轴上的点等多层含义,并且能将这些含义同不同的文化背景下的分配方式、比较习惯联系起来。因此教师可以设计出具有启发性的问题,使学生进行更深一层的数学思考。

同时“一竖”里也包含了精深的教学知识,即 Pedagogical Content Knowledge, 学科内容知识和教育学知识的深度融合。具备此类知识的教师了解

小学生的数学认知规律和思维特点,能准确预估学生对某个概念学习时可能出现的困难和障碍,并为此准备好各种教学策略和表征方式。这就意味着教师要认识到不同文化背景的学生在思维习惯、知识“前见”等各方面的差异,从而开展差异化教学,给予个性化的脚手架。

因此,加深这个“竖”需要教师在专业领域里不断钻研。阅读大量的数学教育学理论的经典著作,追求学术研究的最新成果,参加高水平的专业发展项目或者工作坊等。教师还应该成为自己教学的研究者,用课堂观察、教学反思、案例分析等方式不断审视、改进自己的教学实践。把教学过程中遇到的问题转化为研究课题,用行动研究加深对数学教学的认识,这是提高专业深度的一种有效方法。只有“一竖”足够深,教师才能在广博的“一横”所给予的多元文化情境里,准确地抽取数学的精髓,在探寻文化的过程中建立起稳固而深刻的文化认识。

二、通过跨学科教研促进知识融合

单一学科的独立教研模式已经不能适应跨文化课程的综合性要求,知识的融合必须依靠教师群体的智慧碰撞和合作来完成。跨学科教研可以为不同学科背景的教师提供交流合作的平台,是实现T型知识结构的重要机制,也是教师知识融合与创生的一种有效途径。

(一) 定期开展跨学科集体备课

跨学科集体备课是最直接有效的打破学科壁垒,促进教师知识融合的方法。它把来自数学、语文、艺术、科学、信息技术等不同学科领域的教师集合在一起,以一个共同的教学主题或者现实世界的问题为依托来开展合作,共同设计、开发出整合性学习单元。形式的备课不单单是教学计划的简单叠加,更是不同学科思维方式的碰撞和化学反应。

跨学科集体备课活动当中,数学老师可以就数学核心概念做详细的阐释,其它学科的老师可以从各自的专业角度给予文化背景、历史故事、艺术表现形式、科学探究方法等。以“地图”为主题的数学学习单元为例,数学老师以比例尺、坐标系、几何变换等核心知识为主线,地理老师以不同时期的地图测绘技术、地图的演变探究为主线,艺术老师以地图的艺术价值欣赏、自己创作的艺术地图为主线,信息技术老师以数字工具的使用、分析地图为主线。

一个有效的跨学科集体备课流程通常包含以下几个关键步骤:

1. 主题确定与目标分解，共同确定一个具有跨学科探究价值的中心主题，确定各学科在该主题下要达成的具体教学目标。

2. 资源共享、思维碰撞：各学科教师分享与主题相关的知识、案例、材料、教学活动创意，通过头脑风暴找到不同学科知识之间的内在联系和整合点。

3. 整合设计并分发任务，共同规划出学习单元整体结构、活动流程、评价方式，确定各学科教师在具体操作过程中所要扮演的角色以及工作分工。

4. 反思修订与持续优化，在教学实施之后再进行集体研讨，分享教学成功经验与存在的问题，对课程方案进行反思修订，形成可以推广的优秀教学案例。

因此定期的、制度化的集体备课，能够激活、重组、升华教师个人知识，并最终内化为跨学科教学视野和能力。

（二）参与跨学科课题研究

跨学科课题研究比集体备课更系统、更深入，是知识融合的一种更加彻底的方式。它主张教师以研究者的身份，就跨文化数学教育中的某个具体问题，进行长期的、以证据为基础的实践探究。这类课题研究一般是由学校或者区域教研部门组织的，有时还会邀请高校的专家、学者给予理论上的指导，使一线教学实践同前沿教育理论相结合。这样一种研究活动给教师提供了一个把日常教学经验理论化、系统化的平台，从而大大地提高了教师的专业自主性及学术水平。

跨学科课题研究的主题非常广泛，可以是“地方非物质文化遗产在小学数学几何教学中应用研究”、“信息技术支持下的科学探究融合数学建模课程开发”或者“不同文化背景的学生数学叙事方式的比较研究”等。研究过程大体上分为文献回顾、研究设计、实践干预、数据收集与分析、研究报告撰写这五个部分。本阶段各个学科教师需要互相配合，发挥各自的优势。比如数学教师保证教学干预的数学严谨性，语文或社会学老师可以进行访谈、文本分析，擅长数据处理的老师可以负责量化数据的统计分析。

参加这样的研究可以产出高质量的课程资源、教学策略，还可以产生一个学习型共同体。教师们在共同面对研究难题的时候互相学习、互相启发，个人的知识边界也因此不断被拓展。经过研究经历之后，教师就由被动的知识接受者变成了知识的建构者、教育创新的促进者。教师通过发表研究论文、参加学术交流等方式将自身的研究智慧传播出去，从而对更多的教育实践产生积极影响，进而提高整个区域的跨文化数学教育水平。

（三）观摩学习优秀跨学科教学案例

观摩学习是一种直观、高效的专业发展途径，在跨学科教学这样一个新的领域里，具体的、生动的案例可以给予我们许多的启示和借鉴。组织教师观摩优秀的跨学科教学案例，不管是现场听课、观看录像还是研读教学设计的文案，都能使教师打开思路，把抽象的跨学科理念转化为可以感知的教学行为，加快教师自身知识的融合和实践能力的提高。

观摩学习不是简单的模仿，而是分析、反思的过程。在观摩活动中要引导教师关注以下几点：教学主题怎样确定？不同学科的知识怎样自然地融入到教学过程中，而不是生硬地拼凑？教师是如何创设问题情境，使学生在解决真实问题的过程中运用多学科知识的？学生的学习状态如何，是否真正投入，认知与能力是否有所成长？教学评价怎样体现综合性和过程性？带着这些问题去观察、剖析，就能更好地认识优秀案例的设计思想和教育智慧。

为了使学习效果更加深刻，观摩之后必须进行研讨活动。研讨时授课教师可以阐述自己的设计思路和教学体会，观摩教师也可以发表观察所得、困惑之处和见解。以共同的教学文本为基础的对话可以产生思维碰撞，使教师群体对跨学科教学有更深刻的认识。学校可以搭建起优秀的跨学科教学案例库，把校内外优秀的资源集中起来，并附上专家点评和教师讨论的记录，使之成为能够不断更新并且随时查阅的宝贵教育资源。经过长时间的接触、分析这些鲜活的具体的实践案例之后，教师就会逐渐掌握跨学科教学的方法技巧，并根据自己的特点和学生实际情况进行创造性地运用和发展，最终形成自己独特的跨文化教学方式。

第三节 专业成长的阶段特征

教师的专业发展是动态的、连续的。在跨文化背景下的小学数学教育当中，教师专业成长的阶段更复杂、更深。教师既要有扎实的数学学科教学知识，也要有跨文化教学的敏感性与胜任力。其成长路径大体上是模仿到创新，从关注自身教学到关注学生学习的演进规律。

一、新手教师：模仿与适应阶段

新手教师正处在职业生涯的起步阶段，他们最关心的莫过于怎样站稳脚跟。

面对具有多元文化背景,教学任务繁重的学生群体来说,他们最需要的便是一套基本的课堂秩序以及教学自信。该时期新手教师的专业发展主要是模仿、适应外部要求,是形成新手教师专业身份的重要阶段。

(一) 主要任务是站稳讲台,熟悉教材

对处在跨文化教学环境中的新手教师来说,“站稳讲台”的内涵远远不止于传统的课堂管理。它指的是在多元文化规范、语言习惯、行为方式相互交织的环境里,创建出有秩序、包容、有利于学习的课堂氛围。这就需要教师在掌握通用的课堂管理技巧的同时,还要有初步的跨文化洞察力,理解不同文化背景的学生对于师生关系、课堂纪律的不同期望,从而避免由于文化差异造成管理策略失效。熟悉教材属于新手教师的第二项任务,一般要花费大量的时间去研读课程标准和教材内容。

这不只是对知识点、教学步骤的记忆过程,更是对文化进行深入解码的过程。教师要对教材内容中的文化偏见或盲点加以审视,应用题情境是否只体现了主流文化的生活经验,数学史的介绍是否忽略了非国外文明的贡献。新手教师需要努力去理解数学知识背后的逻辑体系,并且深入思考怎样把抽象的符号和规则转化成不同文化背景、不同先备知识、不同认知习惯的学生都能理解并接受的教学内容。

为了达到此目的,新手教师会反复研读教材,揣摩教材编写意图,预判学生在学习过程中会遇到的困难。尤其是对于母语不是教学语言的学生来说,教师还要考虑数学语言同他们日常语言、家庭方言之间的转换障碍。熟悉教材的过程,实际上就是新手教师在头脑中进行教学预演的过程,也是新手教师将理论知识与跨文化教学实践相结合的初步尝试,为他们建立教学自信打下了坚实的基础。

(二) 依赖现成教案和经验丰富的教师指导

新手教师在模仿和适应阶段的教学不确定性很高,内心常常存在着对未知的焦虑。因此他们对于结构化、明确的教学资源有很强的依赖性。现成详细的教案就如航海图一样为教师提供具体的教学步骤、时间安排、提问方式、互动环节的设计,给教师完成一堂课所需的结构性支撑和安全感。他们严格按照教案的步骤进行,每一个环节都不出错,因为这被当作保证教学质量、避免课堂失控的最佳途径。此阶段新手教师依靠教学理论将它转化为实践,这成为新手教师平稳度过最初混乱期的“拐杖”。

但是跨文化背景下,完全使用通用教案的风险也随之产生,因为标准化的教案很难考虑到班级里学生的文化差异。这时经验丰富的教师或者导师的指导就显得尤为重要。导师的价值并不只是给出优质的教案范例,更在于教授实践性的智慧。能够指导新教师分析班级里不同文化群体的学生学习特点,引导其怎样调整现有的教案,使之更有文化适应性。例如导师建议把应用题中的人物、场景换成学生更熟悉的文化元素;在讲解某个数学概念的时候,也会引导新手教师使用不同文化中的相关实例。新手教师观摩教学、共同备课和课后反思这些形式所学的不仅仅是教学技巧,更多的是解决复杂多变的跨文化课堂的思维方式和教育机智。

(三) 关注教学流程的完整性

新手教师在教学实践当中,其认知资源大都集中于对教学过程本身的掌控上,目的在于保证一堂课可以“顺利地”按照预先设定的方案来实施。重视教学设计的起承转合,从导入新课、讲授新知、巩固练习到布置作业等各个环节都力求清楚、完整。对流程完整性的追求,就是他们建立教学秩序感、专业感的重要体现。他们会花费大量的精力保证教学工具的齐全、课件流畅播放、板书条理分明,因为任何程序上的中断都会让他们紧张,甚至导致课堂失控。

专业发展必然要经过对程序性知识的关注阶段。只有教师掌握了教学的基本流程,才会把更多的认知空间释放出来,去思考更深一层的教学问题。跨文化数学课堂中结构清晰、流程稳定的教学过程,可以给来自不同文化背景、处在适应期的学生一种心理上的确定感和安全感。学生能够预知接下来数学课的安排,从而可以集中精力学习数学而不是由于环境的不确定性而感到焦虑。

教学流程的完整性给新手教师提供了一个自我评价的基本框架。课后反思时一般会从整个流程是否顺畅、时间掌控是否合理、预设教学目标在形式上是否覆盖这三个方面入手。虽然这个阶段的关注点还比较浅显,没有深入到学生真实的学习状态和思维过程当中,但它却是教师专业反思的出发点。新手教师在不断的重复和优化教学的过程中,逐渐将教学的基本范式内化,为以后教学风格的个性化以及教学策略的灵活化打下了良好的基础。

二、熟手教师:独立与创新阶段

当教师度过新手期的“生存阶段”以后,就会进入熟手教师的独立和创新阶段。他们已经有了比较丰富的教学经验,对教学环境有较强的控制感。此阶段的

教师不再只是机械地完成教学任务，而是开始追求专业自主，努力提高教学的有效性、艺术性，教学活动也从程序化走向了个性化、创造性。

（一）形成自己的教学风格

熟手教师最显著的特征之一就是他们不再只是简单模仿他人的经验，而是形成了有个人特色的教学风格。风格是教育理念、学科理解、个人性格和对学生深刻认识的有机融合体。跨文化数学课堂上教学风格的形成，很大程度上依靠的是教师长期积累的跨文化互动经验。他们不再认为所有的学生都是一样的，而能敏锐地察觉到不同文化背景学生之间的差异，把差异看成宝贵的教学资源而不是障碍。他们的课堂语言、提问方式、互动方式、对学生的错误反应方式等，开始打上个人烙印。

有些老师形成了探究式、对话式的教学方式，即鼓励学生各抒己见、畅所欲言地交流自己解决问题的方法。即使对于非标准的答案，他们也会引导全班就其中所包含的文化逻辑展开深入的讨论，把课堂变成一个数学文化交流的生动场所。一些教师善于用视觉化的、故事化的教学手段，把抽象的数学概念置于跨文化背景或者多彩的视觉环境里，巧妙地用学生熟悉的符号搭建理解的桥梁。个性化的教学风格形成之后，教师就由教学技术的执行者转变为可以独立思考、进行教育决策的专业人士。它把教学从单纯的知识传授升华为智慧和情感的创造性的活动，大大提高了教师的职业自豪感和幸福感。

（二）开始尝试教学创新与改革

熟手教师有着扎实的教学基本功和对学情的深刻认识，这给他们的教学创新与改革打下了良好的基础。他们不再把教材看作不能更改的“圣经”，而将它看成可以对话、可以重构的教学资源。开始对已有的课程内容、教学方法和评价体系进行批判性的考察，努力把新的因素融入到跨文化教学中去。创新不是凭空产生的，它以对学生的学习困难进行准确诊断和对教育理论有深刻认识为基础。

熟手教师的教学创新可体现在多个层面，其具体实践形式多样。

1. 对课程内容进行重新构建与扩展。他们会在标准课程的基础上引入民族数学的项目式学习，引导学生去探究各民族的数学智慧，在认识数学普遍性的同时，也能真正体验到文化的多样性。

2. 二、教学方法整合以及创造性地运用。会根据来自不同文化背景的学生对于直接教学法、合作学习、探究式学习等学习方式的好恶来有选择地运用，并且

不断调整自己的教学方法。对喜欢集体主义文化的同学,设置更多的合作性任务;对习惯具象思维的同学,则提供更多的动手操作的学具。

3. 采取多样化的、过程的评价方式。他们跳出传统的纸笔考试,用课堂观察、学习档案袋、项目作品、小组报告等各种方式来考查学生的数学能力。在评价的时候会充分考虑到学生因为语言背景所造成的理解障碍,给予一定的理解弹性。

熟手教师专业成熟的重要标志就是由单纯执行者转变为积极改革者。他们依靠不断的行动研究,在自己的课堂这个“试验田”里,不断寻找更符合多元文化背景学生数学教育的方法。局部的、自下而上的改革尝试,一方面极大地调动了教师自身专业发展的积极性,另一方面也给更大范围的跨文化数学课程设计积累了宝贵的本土经验。

第四节 教学创新的实践路径

教学创新不是需要一个宏大的蓝图就能立刻实现的,它更多的是需要很多具体的、细微的行动来逐步落实。跨文化背景下,创新更需要教师立足真实的课堂情境,依靠敏锐的洞察力和持续的行动力,找到将理论转化为有效教学实践的切实可行之法。

一、从微小改变开始,积累创新经验

任何深刻的变革都是从小处开始的。教师不必急于追求颠覆性的课堂革命,而应该从教学中最基本、最容易着手的地方入手,通过点滴的改变,逐步积累起跨文化教学的宝贵经验与自信。

(一) 改变一个教学环节的引入方式

课堂教学的开头,就如同书籍的序言一样,给整个学习过程定下了基调。在文化多元的教室里,一个精心设计、有文化包容性的引入,可以瞬间建立起学生已有生活经验和抽象数学知识之间的桥梁。它不是教学手段的展示,而是对学生的文化身份的尊重与认可,它清楚地表明,你的文化背景被珍视并用于创造性的价值之中。讲解对称这一几何概念时,教师不能只用课本上常见的蝴蝶、枫叶等单一文化符号来举例,而应该展示出包含中国剪纸、伊斯兰瓷砖图案、非洲部落面具、印第安纳瓦霍族挂毯等元素的集合图像。这样简单的改变,可以让学生在

刚开始学习时就产生亲近感、归属感,激发他们探求数学背后共同美感的内在动力。这样导入的方式把数学知识从孤立的学科概念中移出,将其放在世界多元文化土壤之中发展,从而提升学生学习的兴趣和参与度。

实施这样的改变需要教师主动去了解学生文化背景的意愿和行动。可以采用开学初的问卷调查、与家长交流、鼓励学生分享家庭文化等方式来完成。当教授分类与统计的时候,教师不应只统计班级男女学生人数或者文具数量,而应该引导学生统计全班同学会说的语言种类,或者统计大家庆祝的不同节日。这样一种引入方式使数学学习更加贴近学生真实的生活世界,数学活动也因此变得更有意义、更有情味。学生在搜集、归纳数据的时候,既提高了数学素养,又在无形之中加深了对异文化的认识和认同。微小的引入方式变革,其影响却是深远的,它改变了学生学习数学的思维定式,为创建包容、互动的跨文化学习共同体打下了基础,也使教师在每一次尝试中向文化响应式教学的教学能手迈进一步。

(二) 尝试一种新的课堂活动形式

传统的以教师讲授为主、静态的课堂模式,已经不能适应跨文化背景下的学生不同的学习需求和互动方式。采用新颖的、动态的、参与性强的课堂活动是激发课堂活力、促进深度学习的有效途径。这些活动目的在于打破单一的知识传授方式,建构起一个网络化的学习互动空间,使每位学生都能找到适合自己的参与知识建构的方式,在交流的过程中与来自不同文化背景的同学进行有意义的交流。活动的设计要重视合作交流的机会,把数学学习变成一种社会性行为,而不能只是解题训练。这正是从听数学、做数学到说数学的一种质的飞跃。

可以设计以世界美食中数学为主题的探究活动。按照学生来自不同的文化背景,每个小组选择一种有代表性的世界美食进行研究,如中国的饺子、意大利的披萨、墨西哥的玉米饼等。探究其中蕴含的数学问题。可以探究面皮圆形与面积的关系、馅料配比与分数的应用、不同数量饺子的优化排列组合、披萨分割与角度的计算等。学生用数学知识解决问题的同时还要进行跨文化交流,了解不同的饮食文化,并将自己成果以海报、模型、短剧等形式在全班同学面前展示出来。项目式学习活动把数学知识的学习、跨文化理解加深以及合作、表达等综合能力的培养结合在一起,使学习过程充满探索的乐趣和创造的热情。

其他富有成效的活动形式也值得尝试:

1. “数学游戏嘉年华”,引导学生去发现或者改造自己文化背景中的传统游戏,

并将它同某个数学知识点巧妙地融合在一起。源自非洲的播棋可以用来练习加减法、策略思维；中国的九连环可以用来研究拆解规律、算法逻辑。学生在玩中学习、在交流中分享，数学不再是抽象的符号，而成为充满智慧、趣味的文化载体。

2. 让孩子们研究世界各地有代表性的建筑，分析其中所体现的几何学原理，比如对称、比例、黄金分割等。学生可以利用积木、纸板、3D 打印技术等一起搭建出自己心中多元文化融合的建筑模型。该过程很好地锻炼了学生的空间想象能力、动手实践能力，也使学生体会到了数学在人类文明各领域中所展现出来的创造力。

（三）使用一个新的教学工具或软件

数字时代教学工具、软件不断更新，给跨文化数学教学带来了前所未有的可能性。恰当地引进一项新的技术手段，可以很好地消除语言、文化上的障碍，给学生提供更加直观、生动、个性化的学习体验。技术工具的优势在于可以以不同的形式来呈现数学概念，用图像、动画、声音、互动操作等的方式将抽象的概念具体化；非母语学习者用图像化表达比复杂的语言解释更容易被理解。精心挑选的教学软件可以成为师生、生生跨越文化差异进行数学交流的通用语言和共享平台。

教师可以利用 GeoGebra 这类动态数学软件去探究不同文化里的几何艺术。教师可以引导学生分析、绘制出伊斯兰艺术中的密铺镶嵌图案、中国传统窗棂复杂的对称结构、凯尔特结编织的规律。学生在拖拽点、线、面的时候，可以直观感受到几何变换的奇妙之处，理解它的数学原理。这不单单是学习数学知识的过程，也是进行文化艺术之旅的过程。像 Padlet 这样的在线协作白板可以创建出所有的学生（无论语言能力如何）都可以在一个虚拟的共享空间中用上传图片、绘制简单的图示、输入简单文字的方式参与一个数学问题的解决。测量单元里可以请学生上传自己家中不同文化背景的度量工具照片，在白板上讨论比较，这样的活动比单纯讲授标准单位更加生动、深刻。技术的介入使每一个学生的声音、文化视角都有了被看见、被尊重的机会。

二、坚持教学反思，将实践升华为理论

如果创新实践没有反思的沉淀，就只会停留在零散的经验层面上。只有教师对具体的教学行为进行系统、持续的反思，才能从中发现规律，把成功的经验内

化为个人教学理念，进而形成一套行之有效的跨文化数学教学理论。

（一）坚持撰写教学日志或博客

教学日志或者博客是教师进行自我成长的“成长的助推器”，它给教师提供了一个把瞬息万变的课堂实践变成深入思考的场所。跨文化背景之下，这样的记录就显得尤为珍贵，它不应该只是一份简单的教学流水账，而应该是一份有关文化与学习相互作用的记录。教师应该成为课堂的细致观察者，耐心地去发现、记录那些瞬间发生的跨文化互动。使用某个文化背景下的情境是否会使得其他文化背景的学生感到迷惑？小组合作时不同文化背景的学生怎样协商、分工、表达异议？一个数学概念用什么样的比喻或者实例才能获得最广泛的共鸣？

该日志应该具备诊断性和探究性。当课堂上出现某个族裔学生群体普遍对空间几何感到吃力的时候，教师不能草率地归因，而应该在日志中启动一个长期的观察与分析序列。记录他们所用的解题策略、课堂上非言语行为、课后交流内容，结合对相关文化背景资料的学习，提出假设并设计教学干预。这是由于他们母语中空间词汇表达方式不同，或者是文化中缺少三维建构游戏造成的。教师的教学行为从直觉驱动的“试错”转变为以证据为依据的“研究”，依靠的是日志的不断记录、分析、假设、验证。

久而久之，教学日志就成了教师个人教学智慧的“活字典”。定期翻阅可以清晰地看到自己教学理念的发展轨迹，找到自己对所在文化群体的认知模式的理解越来越深入的过程，也可以发现自己的教学策略从生疏到熟练的演变。书写本身就是一种强大的自我提升动力，教师可以跳出日常教学的繁杂，以研究者的角度来审视自己的工作，并从中提炼出具有个人特色的教学哲学和教学方法。这是对以往经验的总结，也是对未来教学活动的科学设计，更是理论创建不可缺少的基础。

（二）将成功的案例整理成文

教学日志里积累下来的鲜活素材，就是发掘教学理论的金矿。其中最典型的、最成功的经验，如果能用规范的格式整理成教学案例，那么就从实践智慧转变为公共知识的关键一步。教师由此由知识的拥有者转变为知识的创造者。案例写作不同于日记式的随笔记录，它要求教师对一次完整的教学活动进行系统的回顾、整理、解读，使之具有可读性、借鉴性、研究性。

结构完整的跨文化数学教学案例应该清楚地表现教学事件的全部过程。它应

当对教学发生的具体环境有详细的说明，即学生年龄、文化构成、知识水平、教学过程中要解决的主要问题或难点，例如怎样向不同文化背景的学生解释抽象概念“负数”。案例的核心部分要具体说明教师怎样设计和实施教学策略，详细说明所用的跨文化资源、教学活动流程、师生对话、教师即时决策。案例应包含教学效果的客观评价，可以采用学生作业、测验成绩，也可以采用课堂观察记录、学生访谈等方式来证明教学干预的有效性。最重要的是案例的结尾要有深刻的反思，教师需要跳出具体操作的层面，从教育学、跨文化交际学等理论的角度去分析案例成功的原因，揭示出其中蕴含的教学原理。经过这样的整理，教师内隐的、未言明的知识得以呈现，零散的教学技巧也能被整合进一个更大的理论框架中，使个人经验具有更强的生命力和传播力。

第十二章 教学实践案例与反思

把理论构想融入生动的课堂，就是检验跨文化数学课程成败的关键。本章主要研究教学实践案例的创建与深度反思，目的是给一线教师提供可以操作的范例和启示。

第一节 跨文化教学案例开发

成功的跨文化数学教学案例不是知识的简单容器，而是文化交流的纽带。案例开发要系统规划、创造性的构思，核心就是选择合适的案例来源和主题。

一、案例来源与主题选择

案例的生命力来自它同现实世界的紧密联系。主题选择的好坏，直接影响教学案例的深度以及能否吸引学生。因此教师要拥有一双善于发现的眼睛，从各个角度挖掘教学灵感。

（一）从教材内容中挖掘跨文化元素

小学数学教材是课程实施的主要载体，本身就包含着丰富的跨文化元素。教师的第一项任务就是对现有的教材进行文化审视和深入解读。以“认识钟表”这一学习主题为例，可以从不同的文明时期计时历史（古埃及的日晷）入手，也可以从世界各地的建筑、服饰纹样中，探究对称图形的共性与个性，使数学知识与审美鉴赏、文化认同有机地融合在一起。

数学史是寻找跨文化元素的富矿。很多数学概念的产生都有一定的文化色彩。教师可以选择阿拉伯数字的传播、不同文明中零的概念、古希腊几何学、中国勾股定理等来设计探究任务。既可以培养学生对数学知识的来龙去脉的认识，又可以让他们意识到数学是全人类智慧的结晶、不同文化交流互鉴的产物，从而打破对数学来源的片面认识，树立包容的数学文化观。

教材中应用题情境给跨文化元素的植入提供机会。教师可以对原有情境进行

改编或者拓展。学习货币单位时可以介绍世界主要货币，用换算练习来初步了解汇率，感受各国的经济文化符号；学习统计时可以选择世界不同地区的人口、气候等数据，通过数据分析引导学生认识世界的多样性。既不偏离教学大纲，又能将跨文化教育目标巧妙地融入进去。

（二）从学生生活经验中寻找文化连接点

学生自身家庭背景和成长经历，就是最鲜活、最贴近生活的跨文化教育资源。多元化的班级里每一个学生都是一个独特的文化载体。教师应该积极了解学生的生活背景，包括民族习俗等，从学生的生活实际出发，寻找数学与他们生活的联系，使数学学习更贴近学生的生活，从而增强学生的文化认同感和学习自信心。

这种连接可以通过多样化的教学活动得以实现。

1. 饮食文化中的数学：组织以家庭特色美食的制作和介绍为引子的“美食中的数学”活动，让学生从包饺子、做寿司等传统美食入手，探究制作过程中所涉及的测量、几何及计数问题。

2. 传统游戏和节庆中的数学，收集世界各地的传统游戏（跳房子、播棋），分析其中蕴含的数学原理；以春节“压岁钱”为载体开展理财教学；比较公历、农历等不同的历法，把数学知识融入丰富多彩的文化体验之中。

把数学学习植根于学生真实的经验世界，可以调动学生内在的学习动机，也可以促进学生对自我和他人文化的理解与尊重。当学生的个体文化经验被课堂关注、重视的时候，班级内部就会形成一种互相欣赏、互相包容的跨文化交流氛围，使数学课堂成为文化理解的实践场域。

二、案例的基本结构要素

精良的跨文化教学案例不是简单的堆砌，而是有内在逻辑、结构完整的教学单元。它要有明确的目标，丰富的资源和具体的流程来保证教学的有效性。

（一）明确的跨文化教学目标

跨文化数学教学案例的第一要素就是其明确的、多元的教学目标。这些目标不应该只停留在数学知识和技能层面，而应该把跨文化认知、情感态度、行为能力这三个方面有机地融合在一起。清晰的教学目标可以引领整个教学活动的设计与实施，也可以给教学评价提供明确的依据。

从认知角度来说，目标就是让学生认识数学知识在不同的文化中是如何表

现、应用的，理解不同的文化对数学发展所作出的贡献。以某个测量案例的认知目标为例，即了解并比较中国古代的“尺”和国际单位“米”。从情感态度角度看，主要是培养学生对文化差异的尊重、欣赏文化多样性的思想，有开放包容的国际视野。其情感目标是体会不同的度量单位所蕴含的文化智慧，尊重多元的文明创造。

从行为能力方面讲，主要是发展学生的应用与反思能力，即用数学的工具来解决跨文化环境里实际问题的能力、在交流中能够有效的表达自身文化观点的能力。行为目标可以设定为，学生能运用单位换算的知识解决中外商品尺寸比较的模拟购物问题。这三维目标互相联系、逐层推进，一起形成起完备的跨文化教学育人蓝图。

（二）丰富的跨文化教学资源

教学资源是达成教学目标所必需的物质条件。跨文化数学教学案例的开发，不能缺少丰富的、真实的、多样的教学资源。教师应该把线上线下、校内外的各种资源进行整合。基础的文本和图像资源有各国数学教材、数学史读物、文化绘本、世界地图、货币图片等，可以引导学生进行比较阅读、图像分析，从而发现数学的文化印记。

数字媒体资源极大地拓宽了教学的方式方法。互联网上有许多视频、纪录片、虚拟博物馆。教师可以选取一些合适的教学视频，例如有关埃及金字塔修建的纪录片，使学生体会数学在各种文明中是如何被应用的。使用在线协作工具，可以组织学生同国外友好学校的同学们一起开展项目式学习，从而达到真实的跨文化交流。

活态资源也不可缺少，主要是社区和人际资源。可邀请不同文化背景的学生家长或社区居民走进课堂当文化大使，向学生们讲述自己国家的数字文化、计算风俗或者数学游戏等。组织学生开展小型社区调查，也是一种有效的途径。这些“活”的资源能够带来最真实的文化互动，其教育效果是其它任何资源都无法比拟的。

（三）具体的教学活动流程设计

在确定目标、充实资源的基础上，还要有具体的、连续的、有逻辑的教学活动流程来执行。好的流程设计要符合学生认知规律，体现探究式、合作式学习的特点，给师生、生生之间深度对话、文化碰撞创造空间。它应该像一部精心编排

的戏剧，有引人入胜的开场、层层递进的铺陈和引人深思的结局。

完整的跨文化数学教学过程一般由几个部分组成。首先就是情境创设和文化导入，用故事、视频等手段引入跨文化背景，激发学生兴趣。接下来就是学生独立思考或者小组合作，来解决情境中提出的问题。接下来就是“比较分析与文化理解”，这是非常关键的一步，教师引导学生交流，启发他们思考在不同的文化背景之下，数学现象或者思维方式有何异同，产生差异的原因是什么。最后为“总结反思与拓展延伸”，师生共同整理知识与文化感悟，用开放性任务将学习引向课外。此流程不是一成不变的，教师可以依照具体情况作出适当的改变和创新。

第二节 课堂教学实施过程

课堂教学是小学数学课程设计的重中之重，课堂教学的有效开展决定着课程目标能否顺利实现。教师在课前、课中、课后都要做好系统的规划和动态的调整，把跨文化的理念真正地融入到每一个教学环节中，使数学知识的学习同学生的文化背景、生活经验紧密结合。

一、课前准备与课中实施

课前准备是教学取得成功的根本保证，课中实施是把教学蓝图变为生动现实的重要环节。跨文化数学课堂的这两个阶段紧密相联，教师在课前精心设计可以激活学生多元文化的体验，在课堂上通过情境创设、活动组织等方式把学生的体验转化为探究数学知识的资源，进而使学生实现深度学习。

（一）精心设计预习任务，激活学生已有经验

跨文化数学教学中的预习任务不是单纯的知识预习，它的主要目的就是搭建一座桥梁，把学生固有的、多元的文化经验与即将学习的数学概念联系起来。教师应该了解班级学生的文化构成，设计出能唤起不同文化背景下的学生生活经验的预习单。以“对称”的概念为例，预习任务可以引导学生去发现本民族的传统服饰、建筑、手工艺品中出现的对称图案，并在课堂上展示出来。这样既让学生在课前就对“对称”有了直观的认识，更可贵的是它承认了每一个学生的文化背景的价值，使数学学习从一开始就有文化的温度和个人的联系。

有效的预习任务应该有引导性和开放性。引导性指的是任务要明确指向即将

学习的数学核心知识,开放性则给学生发挥独特文化视角留下余地。在学习“统计与概率”之前可以布置一个任务,让学生调查家庭成员一周内喜欢的菜系或者主食,并用自己最喜欢的方式记录数据。来自不同饮食文化家庭学生的原始数据,就是跨文化交流的生动素材。

因此学生在预习的时候可以用自己的文化视角发现问题,带着自己的体验进入课堂,不再是被动接受知识的容器,而是充满个人经验的积极参与者。教师可以从中出发,使学生去对比出不同文化中不同的数学现象共性、差异,进而使学生在生活世界中产生数学概念普遍性与特殊性的思考,由此让知识的生成过程扎根于生活的世界。

(二) 创设情境,激发学生探究兴趣

情境创设目的在于激发学生内在的学习动机,使学生认识数学知识的真正含义。跨文化背景下的情境设计要打破单一的、标准的模式,而应该趋向多元、包容、真实的、文化叙事。教师在数学问题的处理上融入各个国家、民族的历史故事、传统节日、建筑风格、度量衡发展等文化元素,从而使学生在探究异域文化的途径里充分地体味数学无处不在。以教授测量单元为例,设置世界建筑奇迹之旅的情境,引导学生比较埃及金字塔的高度、中国长城的长度、古罗马斗兽场的周长,在换算、估算的过程中既学习了长度单位,又进行了一次跨越时空的文化之旅。

情境设计应该具有真实性和探究性。真实性指的是情境要接近学生可以理解、感知的现实世界,不能生搬硬套,滥用文化符号。相比起用和服、旗袍作几何图形等举例,设置“小小服装设计师工作坊”,让学生给各种文化的玩偶设计衣服,在缝衣拼布过程中自己发现变换的奥秘,更有价值。探究性就是情境中应该包含能激发学生思考的数学问题,给学生提供动手操作、合作交流的空间。

创设情境的目的在于使学生感受到数学是解决现实问题的工具,也是认识多元文化的桥梁。教师在此过程中应该成为文化的引导者、学习的促进者,让学生说出对情境的理解,接受不同的观点。成功的教学情境应该具备如下几点特征

1. 文化相关性很强,情境自然地把学生个人的文化背景和数学学习内容联系起来,使学生产生亲切感、认同感。
2. 问题驱动性强,情境中所包含的数学问题有挑战性,能激起学生持续探究的愿望,促使学生主动思考和分析。
3. 过程体验感强,学生能在情境中亲身体验知识产生过程,而非仅被动接受

结论。

在这种文化情境下形成的数学课堂，会成为孩子们求知的乐园。学生通过解决一系列与文化有关的问题，在掌握数学知识与技能的同时，也无形中开阔了视野，养成了尊重不同文化的意识。

二、课后延伸与教学反思

课后延伸与教学反思属于课堂教学的重要组成，它把学习由课内延伸至课外，由知识的巩固拓展向能力的培养、价值的塑造迈进。跨文化数学课程中的这一环节，是引领学生把课堂上所学的知识、方法运用到更广阔的真实世界中去，通过不断的探究、反思来加深跨文化意识的过程。

（一）设计富有挑战性的课后作业

传统的、单一的计算或应用题式的作业，已经不能适应跨文化背景下的学生的发展需要了。课后作业的设计要转向开放性、探究性和个性化，在巩固基础知识的同时，开发学生创新思维，增强学生解决问题的能力。有挑战性的作业不是难题，而是指能够引起学生深入思考、有多种解法、与学生个人经验相结合的作业。用学习完平均数之后的一道作业来举例，可以将作业设计成“调查我国某地与另一个国家某城市一周的天气变化情况”，要求学生自行搜集数据、求出平均气温，并分析两者的差异及原因。

分层作业设计属于达到个性化教学的有效方法。教师应该依据学生的数学水平、文化背景来进行作业的布置。基础层任务是巩固课堂学习的核心概念；拓展层任务是用所学知识解决带有文化色彩的较复杂的数学实际问题；挑战层任务可以是一个开放性的研究课题，比如比较中国、国外古代数学解决鸡兔同笼类问题的不同方法，促进学有余力的学生进行更深层次的跨文化数学探究。

作业的形式也应该是多样的，除了书面作业，还可以鼓励学生制作模型、撰写数学日记、拍摄短视频、制作演示文稿等方式来展示学习成果。多元化的作业形式既可以激发学生兴趣，又能够较好地考查学生的解决问题能力、逻辑表达能力、团队合作能力、跨文化资料整合等各方面的综合能力，使评价体系更加全面、科学。

（二）引导学生进行项目式学习

项目式学习是实现跨学科知识整合、高阶能力培养的有效途径，它天然契合

跨文化数学教育的目标。教师可以组织学生就具有现实意义的跨文化主题进行长期的探究。项目式学习把数学由孤立的学科转变为解决复杂问题的工具。以“我的世界美食之旅”为项目，分组选择一个国家的代表性食品，研究食谱配比关系，调查该地区食材成本，制定预算，在班级美食节上展示成果并分享数学发现。

项目实施期间，学生要自行搜集资料、小组讨论、设计方案、成果展示等，这就需要学生具备很强的自主学习能力、合作能力、信息素养等。教师是项目的引导者、促进者，应该给学生提供资源支持、搭建探究框架，并适时给予方法指导。当学生在“校园可持续发展小花园”项目中遇到根据植物生长习性合理规划种植区域的时候，教师就可以引导他们运用面积、周长、日照角度等数学知识进行科学布局，也可以鼓励他们借鉴不同国家的园林设计理念。

学生在解决一个真实的、复杂的跨文化问题的全过程里，把数学知识进行深入的整合并灵活地运用。这样一种学习方式让数学变得生动、实用，更重要的是培养了学生面对未知挑战时主动调动多学科知识、与不同背景的人合作、创造性解决问题所需要的综合素质，这也是未来世界公民所必需的核心能力。

（三）鼓励学生将所学应用于生活

数学来源于生活，必然要回归生活并服务于生活。跨文化数学教育的最终落脚点，就是培养学生用数学的眼光观察世界、用数学思维分析问题、用数学方法解决现实生活中各种挑战的能力。教师应该积极创造条件，鼓励学生把课堂、项目等情境中学到的知识、技能运用到家庭生活、社区活动、社会实践等各个方面。这既是考查学习效果的手段，又是激发学习兴趣、促进持续学习的动力。

教师可以设计出一系列的生活中的跨文化数学实践活动。鼓励学生与家人一起设计一次假想的跨国旅行，会碰到汇率换算、时差计算、行程路线规划、交通工具选择等各种数学问题。或者举办世界商品义卖会，学生自己定价、制作促销海报（涉及折扣、百分比）、收银、核算账目。这些活动把数学的应用同跨文化交际、财商教育等融合起来，在真实的参与社会的活动中感受数学的价值。

同时教师应该引导学生养成记录、分享数学应用的习惯。可以鼓励学生制作自己的数学应用日记，记录下生活中遇到的每一个数学问题，不论大小。帮助父母计算购物优惠、给房间布局测量家具尺寸、用新闻数据分析不同国家人口增长趋势等。定期的班级分享会可以让学生们互相启发，认识到数学在不同的文化生活中有着各种各样的应用，从而形成“处处有数学、时时用数学”的意识。

当学生能够自然而然地用学到的数学模型去理解家庭收支，用统计知识去辨别媒体信息的真伪，用逻辑推理去规划自己的学习生活，用跨文化知识去理解和尊重他人的不同选择的时候，数学教育就真正地超出了学科本身的限制，成为促进个体全面发展、适应并贡献于多元文化社会的强大助力。

第三节 教学效果的实证研究

为了客观科学地检验跨文化背景下小学数学课程的实际意义，需要将理论探究转化为实践活动检验。本节主要目的在于通过严谨的实证研究，从各个方面去检验该课程设计对学生综合素质的具体提升作用，从而给课程的改进及推广提供强有力的数据支撑以及操作指引。

一、研究设计与效果呈现

严格的研究设计是保证研究可靠、有效的一种保证。主要对研究变量的界定、方法的选择、样本情况及主要成果的呈现方式进行了详细的说明，目的是系统、多角度地揭示跨文化数学课程对小学生的真实影响，保证评价的客观性、全面性。

（一）确定研究变量与评价指标

课程模式被当作核心自变量，它包括文化情境的融入方式、探究式学习活动的设计以及双语教学辅助的强度等操作要素。因变量关注的是学生多方面的发展，具体细化为：数学学业成绩（包含基础运算与应用题）、数学学习兴趣（包含内在动机与课堂投入）、跨文化理解能力（包含文化认知与态度）、数学思维品质（包含灵活性与批判性）四个方面。为保证研究的内部效度，本文把学生的初始数学水平、家庭社会经济背景、所在班级的学习氛围等因素作为控制变量，在数据分析时进行了有效控制。

为了保证评价的全面性以及说服力，本研究创建起多维评价指标体系。对于数学学业成就，指标不单是标准化测试中基础知识、运算技能得分（占比40%），更多的是考察学生解决非常规问题、实际应用问题的能力表现（占比60%）。对于数学学习兴趣采用经过信效度检验的李克特量表进行问卷调查，量表共20个题项，Cronbach's α 系数为0.87，同时以课堂参与度观察记录表为辅助评估。有关“跨文化理解能力”的研究，采用情境判断问卷与半结构化

访谈的形式,从学生对数学文化多样性的认识、对待来自不同文化背景同学的态度两方面入手进行考察。数学思维品质则是通过对学生在项目式学习中方案设计、问题解决过程记录的分析,依据《数学思维评价量表》考察其思维的灵活性、深刻性、批判性。

（二）研究方法、样本与数据分析

由于本研究要探究课程实施和学生发展之间的因果关系,因此主要使用教育研究领域常用的准实验研究法,并辅以问卷调查法与访谈法。

1. 研究对象与实验设计

选取了某市两所教学条件、生源构成相似的小学,以4个四年级班级共200名学生为研究对象。其中两个班(共98人)被设为实验组,完整实施两个学期(一学年)的跨文化数学课程;另外两个班(共102人)为对照组,继续使用国家统一的常规数学课程。实验采用非对等控制组前后测设计(Pretest-Posttest Nonequivalent Group Design),最大程度地在自然教学环境中控制无关变量的干扰。

2. 数据收集与处理

实验开始前(前测)和结束后(后测),对所有学生进行统一测试。量化数据主要采用SPSS 26.0统计软件进行处理。针对学生学业成绩和思维品质,使用独立样本t检验比较实验组与对照组的差异,并使用协方差分析(ANCOVA)排除前测成绩和背景因素的干扰。对于兴趣和态度等量表数据,进行配对样本t检验分析组内变化。此外,在实验期间,研究者累计进行了36课时的课堂观察,并从实验组选取了12名不同文化背景、不同学业水平的学生进行了深度访谈,获取质性资料。

3. 实验效果的具体呈现

经过为期两个学期的教学实验,数据统计分析结果如下:

在数学学业成绩方面:

后测数据显示,实验组学生的数学平均成绩为88.5分($SD=6.2$),显著高于对照组的82.3分($SD=7.5$)。独立样本t检验表明,两组差异具有统计学意义($t=5.82, p<0.01$)。特别是在“应用题解决”和“几何图形认知”等与文化情境关联紧密的题型上,实验组的得分率比对照组高出15.4%。协方差分析结果进一步证实,在控制了前测成绩后,课程模式对学生学业成绩有显著的主效应($F(1,$

197)=24.36, $p<0.001$, $\eta^2=0.11$)。

在数学学习兴趣方面：

问卷统计表明，实验组学生在“数学学习兴趣量表”上的后测均值为4.12分(5分制)，相较于前测的3.45分有了显著提升($p<0.01$)；而对照组前后测差异不显著。具体数据显示，实验组有78.6%的学生表示“现在更期待上数学课”，而对照组这一比例仅为45.1%。

在数学思维品质与跨文化理解方面：

在项目式学习评估中，实验组学生在“方案设计的创新性”指标上的得分均值为4.5分($SD=0.8$)，显著优于对照组的3.2分($SD=1.1$)($p<0.001$)。访谈记录显示，实验组学生能够更多地从生活实例中抽象出数学模型。例如，在关于“对称图形”的访谈中，一名来自少数民族地区的学生提到：“以前我只知道剪纸好看，现在我知道这里面藏着数学的对称美，我也能算出剪纸的展开角度。”这表明跨文化课程有效促进了学生的思维深度与文化认同。

二、数据解读与结论分析

对实证数据进行分析，是得出研究结论、反思实践得失的重要环节。本部分将结合上述具体数据，从跨文化数学课程成功背后的原因入手，剖析量化与质性结果，坦然面对研究中暴露出的问题。

(一) 分析成功的关键因素

数据显著差异的背后，是课程内容的“情境化”和“关联性”发挥了关键作用。实验组在“应用题解决”上的高得分率(比对照组高15.4%)，直接证明了将传统游戏、节日习俗、建筑艺术等元素融合进数学概念的有效性。学生在探究对称的剪纸艺术、计算不同饮食文化的营养配比的时候，内在动机被充分激发，这解释了为何实验组的学习兴趣均值能提升至4.12分。

教师角色的转变则是另一重要保障。实验组教师接受了系统培训，能够引导学生在文化冲突中建构数学理解。课堂观察记录显示，实验组课堂中师生互动次数平均每节课比对照组多出8.5次，这种高频互动有效支持了学生思维的灵活性发展，使得思维品质评价中的“创新性”指标得分大幅领先。

(二) 正视存在的问题与不足

尽管实验组数据整体向好，但在具体分析中仍发现了不可忽视的问题。

首先,课程资源的开发存在“高成本、低匹配”现象。访谈中,65%的实验组教师反映,寻找与知识点高度契合且文化表征准确的素材耗时过长。例如在讲授“分数的初步认识”时,教师为了找到不同文化背景下关于“分享”的案例,查阅了大量资料,这在一定程度上增加了备课负担。

其次,评价体系的实操性与效度面临挑战。虽然实验组尝试了表现性评价,但在期末统测压力下,部分项目式评价流于形式。数据分析显示,实验组中有12名学生在常规考试中表现优异,但在跨文化项目作业中得分较低,呈现出“高分低能”的反差,说明当前的评价工具在全面衡量学生综合素养方面仍需优化,特别是在大规模教学中难以保证评价信度。

最后,教学实施的均衡性不足。通过对不同班级数据的细分发现,实验组两个班级的提升幅度存在微小差异(A班提升16%,B班提升13%),这与教师对课程理念的理解深度及执行力度直接相关。部分教师受传统教学习惯束缚,未能完全放手让学生进行自主探究,导致部分学生在思维的“批判性”维度上提升不明显。

(三) 提出有针对性的改进建议

基于上述实证数据与反思分析,为促进跨文化小学数学课程的科学发展,提出以下三点改进策略:

1. 构建动态开放的数字化课程资源库

针对教师备课耗时过长的问题,建议由教育部门牵头,联合高校专家与一线教师,开发标准化的跨文化数学教学资源库。收录经过验证的、与各年级知识点精确匹配的教学案例(如前述“剪纸与对称”、“饮食与分数”等),并配套多媒体素材,使教师能像“搭积木”一样快速组合课程,将备课效率提升30%以上。

2. 深化基于实证数据的教师研修

改变单一的培训模式,建立基于课堂观察数据的研修机制。利用上述课堂观察数据(如师生互动频次、提问类型分布),为教师提供个性化反馈。重点帮助那12%实施效果较弱的教师改进教学策略,缩小班级间的发展差异。

3. 完善多维协同的增值性评价体系

针对评价中的“高分低能”现象,建议降低单一纸笔测验在总评中的权重至40%,引入并规范表现性评价量规。开发电子化档案袋系统,自动记录学生在项目式学习中的过程性数据,减轻教师统计负担,使评价结果更真实地反映学生的

高阶思维与跨文化素养，避免师生重陷应试怪圈。

第四节 实践反思与改进建议

跨文化背景下小学数学课程的设计不是一次性的、静态的，而是不断变化、不断完善的过程。其教学效果的提高，就在于建立起一套行之有效的实践反思和改进机制。将教学实践与理论研究相结合，不但是课程走向成熟的表现，也是教师专业发展的根本保障。

一、教师的自我反思与同事评议

反思是教师专业发展的主要动力，使教师由“经验型”变为“研究型”。但是跨文化教学充满变数的领域里，仅靠个人反思是不够的。它要同外部的、客观的同事评议结合起来，一起形成一个立体的、多维的反思网络，从而得到更为全面、深刻的教学洞察。

（一）反思教学目标是否达成，环节设计是否合理

教学反思是教学实践和教学理论之间的一种中介，也同样可以应用于跨文化数学课堂。课后教师要对整个教学过程进行系统的复盘，核心是看预设的教学目标是否满足了不同文化背景的学生的独特需求。讲授对称的概念时，用剪纸艺术来吸引所有文化背景的学生，对所有的学生都有相同的吸引力吗？是否都易于理解呢？学生小组活动中表现出的沉默，是由于语言障碍、文化习惯，还是活动形式的不适应？这就要求教师具有很强的跨文化敏感性，对每一个细节都加以审视。

反思要具体深入，不能是形式。教师可以通过教学录像、学生课堂作业、学习成果展示等不同的媒介来客观地再现课堂的情境。通过对比不同文化背景学生在课堂上的表现、发言次数、错误类型、对文化情境的反应来评价教学内容与文化元素融合的效度。环节设计是否合理主要看教学过程节奏的控制是否合理、各个环节之间衔接是否自然、时间分配是否恰当。文化故事讲述过长，占用数学概念探究的时间吗？探究环节的指令是否足够清楚，使所有的学生都能正确地理解？追问并分析这些细节，有利于发现教学设计的好坏，为后续改进打下坚实的基础。

把反思的内容结构化、书面化,是深化反思的一种有效途径。教师可以写跨文化教学日记,把每节课的教学设计意图、课堂执行情况、学生反应、由此产生的思考系统地记录下来。持续性的记录既是教学经验的积累过程,又是教师个人实践知识体系的构建过程。它把转瞬即逝的课堂瞬间变成可以加以分析、研究的宝贵材料,使教师对于跨文化数学教学的认识从感性层面逐步提升到理性层面,进而内化成一种稳定的教学智慧和行动自觉。

(二) 邀请同行听课、评课,听取意见

旁观者清,教师个人的自我反思存在视角局限或者思维定式。邀请同事来班级听课评课,是冲破这种局限,获取外界意见的一种有效办法。一位优秀的观察者可以发现主讲教师在教学流程中忽略的细节,即学生细微的表情变化、小组互动中被忽略的个体、教师与不同文化背景的学生交流时无意识的差异。这些来自第三方的观察,给教学反思赋予了新的而且常常是至关重要的信息来源。

为了使同事评议达到最大的效果,整个过程要精心组织。课前主讲教师和听课教师应该就本节课的教学目标、设计理念以及其中包含的跨文化教育意图进行深入交流,比如某个教学活动旨在培养什么样的文化理解与交流能力。这可以使使得听课者带着明确的目的去观察课堂。评课环节应该营造出一种安全、坦诚、以专业探讨为主的氛围。评议内容不能只是停留在“好”或者“不好”的简单判断上,而应该根据具体的课堂观察实例来评判。听课教师可以提出,从活动组织形式上分析,在讨论环节中A文化背景的学生比较活跃,B文化背景的学生发言较少,是否可以探讨活动组织形式上存在的原因。以事实为基础的建设性对话可以促使主讲教师深思熟虑,并一起寻找改进的方法。

二、基于反思的持续改进

反思的最终目的是行动。如果深刻的见解仅仅停留在教师的头脑中或者教研会上讨论,而没有转化为对教学实践的实际改变,那么反思就没有价值。基于反思的持续改进是把静态结论转化为动态教学活力的关键环节,它在实践、反思、再实践的循环里承前启后。

(一) 修改和完善教学案例

反思成果转化为具体的教学改进的第一步,就是对原来的案例进行细致的修改完善。这是一个以教学设计的再创造为过程,把自我反思和同事评议中发现的

问题作为出发点,把提升跨文化教学的适切性、有效性作为目标的过程。修改工作要系统而全面,不能零敲碎打地修补,可以从教学理念到具体活动设计等各个方面入手,是对整个教学方案的全面优化与提升。

教学案例的修改与完善具体可以围绕以下几个方面展开:

1. 根据反思的结果来调整和重塑教学目标。审视原来的目标是不是过分地强调数学知识,忽略了文化理解、跨文化能力等培养。新的目标要更加清楚地体现出数学学习和文化素养的深度融合。

2. 对文化情境进行优化或者替换。如果经过反思发现某个文化元素会引发学生困惑、误解或者产生负面情绪,那么就一定要对其进行修改。寻求普遍性,可以被多元文化背景的学生接受和理解的情境,或对原情境进行充分背景的介绍与指导。

3. 改变教学活动的互动方式。根据反思中发现的有些学生参与度不高的问题,重新设计活动形式,从全体性的大组讨论改为更具安全感的两人或三人小组合作,设计有结构的合作任务和角色分配,使每一位学生都有机会、有途径贡献自己的力量。

4. 丰富分层、多模态教学资源。根据学生不同的语言水平、不同的文化背景知识储备,来满足不同学生的需求。关键术语加图画解释,文化故事多种语言简介,学有余力的学生可得到与本节课文化主题相关的拓展阅读材料。

修改过后的教学案例应该成为一份内容更加丰富的“新文件”。它包括更新后的教案、教学资源,还应有一份修改说明。说明要清楚地说明修改的原因、具体内容和预期的改进效果,使教学改进的逻辑链条完整地呈现出来,既是教师自身思考过程的整理,也为下一次实践和观察指明了方向。

(二) 在新的班级中进行二次实践

精心修改并完善好的教学案例,就如同淬火之后的宝剑,必须经过再次的实践来检验其锋芒。把优化方案应用到新的教学班级,是对改进措施是否有效的关键性检测,也是“行动研究”中不可缺少的一个环节。这次二次实践不是简单的重复,而是带有研究目的、有观察性、有目的性的教学活动。核心目的就是检验经过反思所做出的调整,是否真正解决了第一次实践中出现的问题。

在二次实践的课堂中,教师的关注点会更集中一些。如果第一次实践出现的问题是学生对某个文化比喻不理解,那么在二次实践时,教师在呈现经过修改的

教学内容时,就会特别关注这部分学生的反应,看他们的眼神、表情、参与行为来判断新的设计是否更容易被理解。如果上次的问题是小组讨论效率不高,那么这次实践时教师就会观察新的小组合作机制是否使参与更加均衡,对话更加深入。有目的的观察使二次实践的评价更具效度和信度。经过两次实践后教师就可以比较学生在这两次中的表现和成果,进而判断出哪些改进是成功的,哪些还需要进一步的改善,从而得到关于“在跨文化教学中哪些是有效的”宝贵的经验。

(三) 形成“实践-反思-再实践”的良性循环

跨文化小学数学课程设计的理论建构与实施策略,它的生命力就来自于一个不断更新的过程。单次的反思和改进固然有益,但是真正能带来深刻变革的,是把实践、反思、再实践内化为一种常态化的、专业化的、螺旋式上升的工作方式和习惯。循环是教师专业成长的阶梯,也是课程不断趋于完善的动力引擎。

循环过程的三个环节不能缺少任何一个,三者之间紧密相连。第一次的实践是起点,把理论设计付诸实施,在现实情境中暴露出各种复杂的问题。反思是对上述问题的系统梳理、深入剖析和归因,用自我剖析和集体讨论形成改进的初步设想。再实践就是将构想付诸行动,在新的实践中检验它的效果。二次实践之后又会出现新的观察和发现,再开启新一轮的反思和改进。每一次循环,教师对于跨文化教学的认识就加深一层,教学设计也更加完善。

当这种实践、反思、再实践的循环从个别教师的自觉行为,发展成为整个教研团队乃至整个学校共同的文化的时候,它的意义就更大了。它指的是学校的课程开发不再依靠外部专家的“空降”或者对现有教材的被动执行,而是建立了一套内生的、以课堂真实问题为出发点的课程发展机制。教师不再只是课程的消费者,更是课程的研究者、创造者、革新者。在这种文化里,每堂跨文化数学课都是一次小型的实验,每一次教学反思都是学校本土化课程理论大厦的一块砖头,最终形成推动学校整体教育质量提高的强大动力。

第十三章 课程实施的保障机制

跨文化背景下小学数学课程设计的理论建构和实施策略，重点就是把理论融入生动的教学实践中。为了保证转化过程顺利高效地进行，建立一个全面有效的课程实施保障机制就显得十分重要。牵涉到课程改革成败，也影响到学生跨文化数学素养的培养。学校是课程实施的主要场所，必须要建立起全方位、多层次的支撑体系，给课程的改革深入持续推进提供强大的保障和持久动力。

第一节 学校层面的支持体系

学校是跨文化数学课程落地生根的基地。完善的学校层面支持体系可以整合各种资源，协调各个环节的工作，保证课程改革的方向不偏、力度不变。在宏观上要对组织架构、制度进行规划，同时微观上要开展教师专业发展，全方位制订出计划并形成上下联动、内外协同的合力来保障课程的实施。

一、组织与制度保障

组织与制度保障属于课程实施的顶层设计，给改革赋予清晰的方向和坚实的架构。建立权威的领导机构、设计科学的激励政策、营造积极的校园文化，是保证跨文化数学课程改革顺利推进、持续发展的根本保证。

（一）成立课程改革领导小组，明确职责

成立以校长为直接领导、教学副校长、教务部门、教研组长、骨干教师、相关领域专家等为成员的课程改革领导小组，是保证跨文化数学课程顺利实施的组织核心。该小组的主要任务就是制定科学合理、目标明确的课程改革实施办法和长期发展规划，保证改革的顶层设计。小组要对课程改革的全过程进行动态的监督和指导，定期召开会议研究解决课程开发、教学实施、学生评价等各方面的难题，使各方面的工作协调发展。

领导小组还负有整合校内外资源的任务。对内要协调各部门之间，打破教学、

教研、行政之间的壁垒，给一线教师创造无障碍的改革环境；对外要积极寻求与教育研究机构、高等院校以及有跨文化教育经验的学校建立合作关系，引进外部智力支持和优质资源。确定各个成员的职责，形成权责明确、运转高效的良性工作态势，保证信息的畅通传递、决策的正确执行，给跨文化数学课程的深入开展提供强有力的组织引领和保障。

（二）出台相关激励政策，激发教师动力

教师是跨文化数学课程的执行者，教师的积极性、创造性决定着跨文化数学课程改革的效果。因此建立科学、多元的激励政策体系，是激发教师内在动力的主要途径。学校应当把教师在跨文化课程开发、教学实践、课题研究等各方面的付出和成果作为职称评定、绩效考核、评优评先的重要标准，使教师的辛勤付出得到应有的承认和回报，树立起正确的价值导向。

物质奖励与精神激励不能偏废，应设立专门的奖励基金，对在跨文化教学方面取得优异成绩的人或团队予以表扬的同时，也应给予更多的精神上的鼓励。提供国内国外的培训、学术交流机会，支持教师申请相关研究项目，大力推广优秀教师创新教学成功案例，提高教师的职业威信和成就感。从而形成人人愿意参与、人人可以出彩的良好氛围。

激励政策的设计要体现出对人的关怀，重视教师的专业发展。学校可以设立跨文化教学创新孵化基金，支持教师大胆尝试新的教学方法和技术，即使尝试不能马上取得预期的效果也应该给予包容和支持。以发展为导向的激励机制可以调动教师参与改革的即时热情，也可以从长远上促进教师专业能力的持续提高，为课程的不断深化储备核心力量。

二、教师团队的建设机制

教师是课程育人目标的灵魂人物。针对跨文化数学课程所造成的新问题，需要构建一个行之有效的教师团队创建机制，利用集体研修、个体扶持、平台支持来全方位提高教师的跨文化教学能力以及专业水平。

（一）构建学习型教研组，促进集体成长

在跨文化数学课程的实施背景下，传统的教研组功能要被重新塑造。以共同学习、合作探究为主要特征的学习型教研组，是教师团队整体提高的重要途径。这就要求教研活动从以前的教学进度安排、常规检查，转变为以课程标准的跨文

化解读、教学案例的深度剖析、学生不同文化背景下的数学认知习惯研究为主要内容的专业研讨。

为了实现这一转型，可以采取以下措施：

1. 创建定期专题研究制度。以跨文化数学教学的重点、难点为研究对象，即“怎样将不同国家的数学史料融入课堂”、“怎样设计体现文化公平性的数学评价任务”等定期开展专题研讨、集体备课、同课异构活动。促使教师将研讨成果应用到教学实践当中去，在之后的活动中反思、交流，从而形成理论学习、实践探究、反思提升的闭环。

2. 聘请外部专家资源做深层次的指导。邀请跨文化教育、数学教育领域专家开展讲座、工作坊、驻校指导，给教研组提供最新的理论、实践经验，提高教研组的专业视野与研究能力。

3. 促使行动研究成为教研的常态。鼓励教师以小组或者个人形式就教学中遇到的真实问题做小课题研究。教研组为研究开展创建平台、提供文献资料，帮助做好数据分析工作，组织成果交流，使每位教师都成为课程改革的研究者、建设者。教研组不但是知识传递的场所，更是知识生产与创新的中心，从而促进整个教师团队在跨文化教学的道路上共同发展。

（二）实施“青蓝工程”，发挥传帮带作用

青年教师是课程改革的生力军，但是在教学经验以及对学生的文化背景了解方面存在不足。实施青蓝工程，以有经验的骨干教师（蓝方）和青年教师（青方）为师徒对子，是加快青年教师专业成长的一种有效途径。青蓝工程的核心是“传、帮、带”，内容要围绕跨文化数学教学的需求来设计。

“传”下来的是经验与理念。师傅要系统地向徒弟传授班级管理、课堂调控的方法，分享自己对于不同文化背景学生学习特点的观察和体会，引导徒弟树立文化敏感性以及跨文化教学意识。“帮”的是过程和细节，师徒需要定期一起备课、互相听课、课后议课。师傅要深入徒弟的课堂，就徒弟在教学目标设定、跨文化元素融入、课堂互动组织等各方面的具体问题，给出准确的诊断和改进建议。带的是研究和发展的指导，师傅要引导徒弟参与教学研究、提炼教学案例、撰写教研论文、规划个人的专业发展路线，在实践中形成自己的教学风格。经过这样的个性化的、浸润式的指导可以大大缩短青年教师成长的周期，保证跨文化数学课程教学理念在教师队伍中的高质量传承和发展。

（三）搭建多元化发展平台，助力教师成才

给教师提供广阔的舞台，是激发教师潜能、促进教师专业发展的根本保证。学校不能只停留在单一场内培训上，要积极创建起学习、实践、展示、交流为一体的多元发展平台，全方位促进教师成长为高水平跨文化教学能力的专业人才。首先为教师创造走出去的条件，定期组织教师参加国内外的学术会议、教育论坛，去国内外具有特色的文化教育领域的学校进行短期访学，拓宽国际视野，吸收先进教育思想及教育方式。

同时学校要精心设计引进来策略，系统邀请国内外知名专家、一线名师到校讲座、举办工作坊或者示范教学，使教师能够与大师面对面交流，得到高端引领。高层次的输入可以有效地提高教师的理论素养和实践智慧，使教师站在更高的角度去思考和改进教学。

更重要的是学校给教师搭建起展示才能、分享成果的内循环平台。定期举行校级或者联合区域其他学校的跨文化教学成果展示、教学创新大赛等活动，使教师们把好的课例、教案、研究成果分享出来。既可以激励先进，又能形成互相学习、共同提高的氛围。借助内外联动、上下贯通的立体化发展平台，每一个教师都能找到适合自己的成长之路，其专业发展的内生动力就会得到充分激发，从而为跨文化数学课程的持续创新与发展提供源源不断的“人才库”。

第二节 教学资源的配置方案

教学资源的有效配置是跨文化小学数学课程设计顺利开展的物质基础，也是保证教学质量的必要条件。它不但是教学环境现代化程度的反映，也是课程理念的转化、教学目标的实现。一个周密设计出来的资源配置方案，能给师生提供探索、交流、创造的广阔空间，使跨文化数学教育由蓝图变为现实。

一、硬件与软件资源的配置

硬件和软件资源就是支撑跨文化数学教育的双翼，共同组成一个立体的、多样的、互动的数学学习生态系统。物理空间改造和数字资源充实要同步推进，目的是冲破传统教室的局限性，给学生营造沉浸式的、与世界紧密联系的数学学习环境，激发学生内在的学习动力和文化探索的兴趣。

（一）建设多功能教室，配备必要的教学器材

跨文化数学课程的开展要依靠灵活、包容及技术支持。建设多功能教室是解决该问题的主要手段。教室设计不应该只局限于传统的“前讲后听”的布局，而应该采用可以灵活组合的桌椅，使得教室能够根据教学需要随时变成小组讨论、项目合作、个体探究等各种形式。墙面空间也应当得到充分的利用，设置作品展示区、文化角、互动白板等，使教室本身成为动态的、承载着多元文化信息的学习场域。学生可以在这里展示用不同文化角度创作出的几何图形、统计图表等数学作品，营造互相尊重、相互欣赏的文化氛围。

教学器材除了常规教具模型之外，应该增加能够支持跨文化研究的现代化设备。高清投影仪、交互式电子白板为基本配置，可以将世界各地的数学史料、建筑艺术、生活场景直观展示出来，把抽象的数学知识与具体的文化背景联系起来。给学生发放平板电脑等移动学习终端，可以让学生随时查询资料、进行线上合作、使用数学应用软件等来达成个性化学习和探究的目的。采用3D打印机、激光切割机等创客设备，引导学生把所学几何知识同不同的文化建筑风格、器物造型联系起来，亲手制作出具有数学美和文化内涵的实体模型，既可以加深对知识的理解，又可以培养创新实践能力。多元文化特征的实体教具也不能缺少，中国的算盘、古印加的奇普（结绳记事）、伊斯兰世界的几何镶嵌图块、非洲的曼卡拉棋等，都可以让学生在动手操作中直接体会不同的文明数学智慧。

（二）购买优质的数字教学资源库

信息时代数字资源丰富、即时、互动，给跨文化数学教育提供了前所未有的广阔天地。教师个人单独收集和制作很难保证其系统性、权威性、质量。因此，有计划地购买和引进高质量的数字教学资源库，是提高教学效果和教学质量的重要途径。选择这类资源库必须有严格的标准。资源内容应该具有很强的文化敏感性和准确性，不能有文化偏见或刻板印象，保证对不同文化的呈现是真实的、客观的、尊重的。资源形式应当多元化，不能只限于文字、图片等，应该有高清视频、互动动画、虚拟仿真实验、在线数学游戏等各种形式，以满足各种学习风格学生的需要，提升学生的学习兴趣。

理想的跨文化数学数字资源库，应该是一个开放的、能不断更新的生态系统。它应该包含世界数学史模块，用时间线和地图的形式，形象地展示各个文明对数学发展所做的贡献，打破数学国外中心论的观念。它要提供大量的来源于真实世

界文化情境的数学问题，例如，引导学生用比例知识分析不同国家的传统食谱，用统计学方法研究世界各地的节日习俗，用几何学原理探究世界著名建筑的设计奥秘。资源库要有强大的检索、分类功能，教师根据不同的文化主题、数学知识点、学生背景等可以很快找到适合的教学材料。平台应该具有多语言功能以及个性化设置，保证不同语言文化背景的学生可以无障碍地进行学习。教师可以利用资源库把世界带进课堂，学生可以在充满趣味的探索中，真正体会数学的普适性以及在多元文化中独有的表达。

（三）鼓励教师开发校本特色资源

标准化数字资源库内容丰富，但是很难完全匹配某一个学校班级的学生的不同文化构成和认知特点。为了使跨文化数学教育真正落实到实处，就必须调动起教师的主观能动性，促使他们根据本校学生特点，开发出有针对性、有创新的校本特色资源。自下而上的资源建设方式是实现课程个性化、情境化、生活化的关键因素，可以使课程内容与学生的生活实际产生联系。

学校应当为教师的自主开发提供系统支持，确保这项工作持续高效地进行。

1. 专业引领和技能培训。定期举办有关跨文化教育理论、多元文化教材分析、数字资源制作技术等专题的培训活动，聘请有关领域的专家、学者来指导，提高教师课程设计的能力以及资源开发的技能。使教师掌握如何将学生的家庭文化、社区文化资源转化为生动数学教学素材。

2. 创建校内资源共享合作平台。创建方便教师上传、分享、评价、迭代各自开发的教学设计、课件、学习单、微视频等资源线上平台。既可以节省重复劳动，又可以促进同伴间的交流、碰撞、借鉴，从而产生更多的优质教学资源，形成一个生机勃勃的资源再生产循环。

3. 创建正向激励和评价体系。将校本资源开发成果加入教师专业发展评价体系，对产生优秀资源的教师或者团队进行公开表彰并给予物质奖励。设立专项课题，支持教师针对某一文化主题或者数学领域做深入研究，产出系列资源，并将研究成果制度化，使之成为学校课程资产。因此极大地调动起教师的创造热情和专业成就感。

校本特色资源的形式可以多种多样。教师可以引导学生开展“我们身边的数学”探究项目，到社区进行走访，收集照片、测量数据、访谈记录等资料，制作一份有关社区中不同文化背景的店铺（如中餐馆、印度香料店）数学应用的电子

报告。教师可以和家长一起，邀请不同文化背景的家长到课堂上，给学生介绍他们家乡与数学有关传统游戏、手工艺、节日习俗等，制作成教学视频或者互动课件。来源于学生生活实际的、体温化的教学资源，其教育价值是任何外部资源都不能取代的。

二、经费资源的保障

任何深刻的教改都不能缺少稳定的、足够的财力支持。对于跨文化小学数学课程这样一个牵涉理念更新、师资发展、环境改造、资源建设的系统工程来说，建立完善的经费保障机制就是它的生命线。经费保障并不仅仅是指资金的投入，它更是学校乃至教育主管部门对该项改革的决心和承诺。

（一）设立课程改革专项经费

跨文化小学数学课程的建设和实施是一项系统性的、长期性的教育创新活动，所需要的资金投入具有专项性、持续性和综合性的特点，不可能全部依靠学校的常规办公经费或者教学经费来解决。常规经费一般都用在日常运转上，预算固化，缺少应对改革需求的弹性。因此，设置一项专门为课程改革服务的专项经费，是保证各项措施有效落实、防止资金问题中途搁浅的根本保证。这笔专项经费要单独列示在学校的年度总预算里，体现它独立的地位和用途，体现学校对课程改革的重视。

专项经费的来源应当是多元化的，学校要积极向上级教育主管部门申请课程改革试点项目资金，争取政策性支持。学校可以整合自身内部资源，在预算结构上对非核心开支进行调整，从中挤出一部分资金来充实专项经费池。寻找与多元文化教育有关的企业、社会团体或者基金会合作，争取外部捐赠和赞助，也是拓宽经费渠道的有效方式。经费预算规划要有前瞻性，制订三至五年内财务计划，确定每年在硬件更新、软件购置、教师培训、学生活动等各方面的资金使用额度及增长比例，保证改革的连续性、可持续性。专门用于课程改革的经费将会成为课程改革不断深入的有力保障，给所有的创新实践提供可靠的基础。

（二）确保经费用于教师培训、资源开发等关键环节

经费投入要精准高效，用在刀刃上。跨文化数学课程的创建，教师是改革的灵魂、核心执行者，教学资源是达成教学目标的直接载体。因此，专项经费的分配首先要保证教师专业发展、教学资源开发这两方面。如果把资金仅仅用于购买

昂贵的硬件设备，而不重视“人”的投资，那么这些设备就会成为摆设，不能发挥应有的教育作用。

教师培训经费要保证一系列高质量、深层次的专业发展活动的开展。邀请国内外跨文化教育领域内有名的学者、专家来校举办讲座，开展研讨课，给教师提供最新的理论和实践经验的指导，资助骨干教师参加高水平学术会议或到特色学校访学交流，定期组织校本研修活动，为教师的集体备课、课程讨论、教学反思创造条件，给予在研修活动中起重要作用的教师相应的津贴。经费中应设立激励基金，对教师自主开发并且经过实践证明有效的校本课程资源进行奖励，或者以项目制的方式资助教师团队开展系统性的资源包开发。资金可用于购买制作资源所必需的专业软件、素材版权，也可用于支付邀请社区文化传承人、家长专家等外部人员参与资源共建的劳务费用。将经费重心放在育师、建库上，可以从根子上提升学校开展跨文化数学教育的内涵与品质。

第三节 质量监控的运行机制

为了使小学数学课程设计理念在跨文化背景下真正落地生根，取得预期的效果，一套科学、系统、高效的质量监控运行机制就显得十分重要。它是课程不断改进发展的生命线，也是依靠制度化的监督和多元化的评价来保证课程实施质量的基础。

一、建立常态化的教学督导制度

常态化的教学督导是保证课程实施不偏离设计初衷、不断提高教学质量的重要一环。它要求把监控工作融入日常教学管理中，使之成为常规化、制度化的工作方式，从而达到对教学过程的动态跟踪和即时调控。

（一）领导干部、教研组长定期深入课堂听课

在跨文化背景之下进行小学数学课程的听课，其意义已超越传统教学流程检查、知识点讲授考核的意义。听课的重点要转移到对课程适应不同文化情况的观察与分析上。督导人员能否看出教师在数学教学中，能不能将来自于不同文化背景的生活情境、计数方式、思维模式等自然地运用进来。教师在讲解“分类”概念的时候，会不会邀请来自不同地域的学生，用他们生活中衣食住行中所熟悉的

物品来举例，而不仅仅是教材中某一种文化背景的例证。听课不只是听，还要看、感受。看的是学生在课堂上的表现，尤其是不同文化背景的学生是否能够积极参与并表现出理解的神情；感的是课堂氛围是否真正包容、开放、尊重，使每一个孩子都能感受到自己的文化背景被看见、被肯定的温暖。

督导人员在听课记录和随后的反馈中，应该把“跨文化教学策略的运用”作为主要的评价维度。记录内容要具体说明教师处理文化差异、利用文化多样性作为教学资源的具体做法。评价的重点是教师的文化敏感性如何，能否在文化差异可能引起的误读或者文化碰撞中给予正确的引导。教师能否对某些文化中对数字的特别喜好或者禁忌做出恰当的解释，并且予以尊重，从而把它们变成培养文化认知的契机。从跨文化的角度开展听课活动，可以使教学管理者从宏观上把握课程实施的文化方向，保证教学活动符合课程设计的核心理念。

领导干部、教研组长必须到教学现场去，深入课堂教学活动之中，才能获得一线教学的第一手资料。不仅可以为以后的教学指导提供有力的支持，而且还可以为课程的不断完善积累丰富的实践经验。定期听课、反馈，形成良性循环，促使每一位教师都去探索跨文化教学之路，促进学校整体数学教学质量的提高，真正地为不同文化背景的学生服务。

（二）对教学过程进行全方位指导与监控

对教学过程进行全方位的指导和监督，就意味着督导体系要覆盖从课前准备、课堂实施到课后反思的每一个环节，并且全程都要充分考虑到跨文化因素。监控是立体的、多维的，它既关注教师的教，又关注学生的学，更关注师生之间、生生之间的互动生态环境。在课前准备阶段，监控要保证教师在设计教案、选择教学资源的时候已经考虑到学生文化的多样性。这包含在不同文化中挖掘数学要素，促使教师去探究民族传统建筑、编织图案里的几何知识，并转化为生动的教学活动。

课堂教学实施环节的全方位观察，需要督导者不单要检测出教学目标的实现情况，而且还要考察到教学互动的公平性和包容性。要注意教师的提问方式是否能鼓励全体学生发言，话语体系中是否存在无意识的文化偏见或刻板印象。应用题的创设是否把某一族裔和某一职业、某一社会阶层不恰当的联系起来。指导的重点是提高教师跨文化沟通能力、课堂管理智慧，使学生在一个安全的学习场域里自信地表达自己的数学观点，即使他们的解题思路与主流解题思路不同。同时

也要对小组合作学习进行监控,分析不同文化背景的学生之间能否合作、互相启发,是否存在因为文化差异而产生的沟通障碍,并据此给教师提供改进策略。

（三）及时发现并纠正教学中存在的问题

跨文化小学数学课程的实施中,及时性、建设性是发现问题、改正问题的关键。常态化的监督机制可以让问题在萌芽的时候就被发现,从而避免对学生产生长期的负面影响。发现的问题可能是多样的,可以是教师对某一文化元素的误读或者不当使用,也可以是课程内容与部分学生文化经验严重脱节,造成学生学习兴趣和动机的下降。督导中发现一位教师在讲解时间单位的时候,只使用了世界通用的时区划分,完全忽略了某些少数民族传统的计时方法,这会让该民族的学生感到困惑和疏离。

发现问题只是第一步,更重要的是怎样进行有效的纠正。纠正过程不应该只是批评或者指责,而应该成为促进教师专业发展的宝贵机会。要同教师进行平等、尊重的对话,促使教师开展自我反思,对问题背后的文化层面有更深刻的认识。教研组长与教师商讨,在教授标准计时法的时候,怎样加入民族传统计时法以达到补充的效果,使学生了解不同文化之间的时间观念差异,从而丰富教学内容、增强学生的文化认同感。

纠正机制要给出具体的、可行的解决办法和支持。学校可以举办专题工作坊,邀请人类学、民族学专家或者本校少数民族教师来开展讲座,从而提高全体教师的文化素养。建立跨文化教学资源库,收录经过甄别、验证过的适合数学课堂使用的各种文化背景下的案例、故事、游戏,给教师提供实际的教学“弹药”。

经过这样的发现、反思、对话、支持、改进的闭环系统,教学中存在的问题就成为教师成长、课程优化的强大动力。它保证跨文化数学课程的实施质量得到有效的监督,同时又在不断动态地得到改善和完善,从而使得课程的文化适应性和教育有效性获得双重保障。

二、实施多元主体的课程评价

单一的、自上而下的评价方式不能全面客观地衡量出跨文化课程的复杂效果。因此,必须采取多元主体参与的评价方式,从不同的角度收集信息、做出判断,从而得到一个更加完整、立体的课程实施效果图景。

（一）教师自评、同事互评、学生评教相结合

创建一种把教师自评、同事互评和学生评教结合起来的内部评价体系，是课程评价科学化、民主化的有效途径。三种评价方式从不同的角度互相补充，有利于教师专业发展和课程不断改进。跨文化背景之下，各种评价方式就具有了不同的文化审视功能。

1. 教师自评就是教师专业自觉的体现。学校应该给教师提供结构化的自评工具，例如跨文化教学能力自评量表。量表内容可以有对自身文化偏见认识程度的知晓情况，教学中整合多元文化的频率和效果，处理文化差异引起课堂变化的能力等。经过定期自我反省与书面反思，教师可以长久地追踪自身的发展轨迹，主动地找到自身的不足，据此制订个人成长计划，进而把跨文化教学的思维转化为自觉的教学行为。

2. 同事互评可以给参与者提供来自同行的支持性反馈。同事之间可以组成备课小组或者教研小组，定时开展相互听课、评课活动。评课的重点不应该只是教学技巧，而应该更多地关注课堂的文化包容性。同事可以观察主讲教师对不同文化背景学生的提问怎样做出回应，怎样利用学生之间文化差异促进深度学习。评议过程应该是一种建设性的对话，而不是一种批评性的裁决，目的在于一起探讨并解决跨文化教学中遇到的难题，分享成功的经验与策略，进而形成一个学习共同体。

3. 学生评教，尤其是小学生评教，虽然形式要巧妙设计，但是其价值不可忽视。可以采用非文字的方式，比如心情脸谱选择、课堂活动喜爱度贴纸等，来获得学生对数学课的直观感受。也可以设计一些简单、符合儿童认知水平的问卷，例如，数学课上老师讲的故事、用的例子有趣吗？老师喜欢班上的所有孩子吗？表面上看这些问题很普通，但是却能够反映出课程是否吸引人、教师是否亲和、课堂是否包容。教师通过学生的反馈来判断自己是否做到了文化敏感、情感关怀。

（二）邀请家长、社区代表参与评价

将评价的视野扩大到学校之外的家庭、社区，是保证跨文化数学课程与学生真实生活世界紧密联系的根本保证。家长、社区代表作为重要的利益相关者，他们的参与会给课程评价带来无法替代的外部视角和丰富的文化资源。邀请不同文化背景的家长参与课程评价，可以定期举行“课程座谈会”。会上教师可以向家长展示近期的教学内容、学生的作品、课堂录像片段等，并真诚地征求家长的意见。

见。家长可以从自身文化经验出发来判断教材案例、应用题的情境是否贴近其子女的生活，是否存在文化上不恰当或者误解的地方。如给特定文化群体很少接触的高消费场所的购物、找零类应用题，可能会使该文化群体的孩子感到疏远。家长的反馈可以促使教师及时调整教学内容，使教学更具文化上的亲和力。

社区代表，特别是少数民族聚居区的长者、文化传承人、社区工作者等加入进来之后，给课程评价带来了更广阔、更深刻的文化视角。学校可以成立课程发展顾问委员会，定时请这些社区代表审议整个课程的设计以及文化元素的呈现方式。能够指出课程中本民族文化被简化、固化甚至曲解的表达，提供更地道、准确的文化知识和素材。就农业相关的数学知识而言，社区代表可就本民族特有的农耕节气、土地丈量的方法、产量估算的智慧等做介绍，这些都是丰富课程内容的宝贵资源。他们的评价与建议可以提高课程的文化准确性、丰富性，也可以促成学校与社区之间的互相信任、互相帮助的良好关系，共同为孩子创设一个文化共融的教育环境。

（三）定期开展课程实施效果的问卷调查

问卷调查是一种可以大规模、系统性地搜集课程实施效果数据的方法，对跨文化小学数学课程的评价起着非常重要的作用。问卷设计要精心构思，测量维度不能只停留在学业成绩上，而应该包含认知、情感、态度、行为等各个方面，并且始终要体现文化因素。问卷内容要考察学生对数学知识、技能的掌握情况，也要探究学生数学学习兴趣、自信心、数学观念的改变。特别需要设计题目来考查学生对于数学文化多样性的认识，比如：学好数学的方法只有一种吗？你知道其他国家或者民族有趣的数学游戏或者故事吗？根据不同的研究视角，研究者对这个命题有不同的解释。

从情感态度角度出发，问卷主要考查学生对于课堂体验和文化认同感。采用李克特量表的形式，让学生对下列描述进行打分，“我喜欢在数学课上表达自己的想法”、“我认为老师尊重每个人不同的特点”、“数学课使我为自己的文化而自豪”。这些数据可以反映出课程是否营造出一个安全、包容、能激发内在动机的学习环境。为了保证问卷的信度和效度，题目语言要尽量简洁、儿童化，必要时可以配以图画来辅助理解。对于多语言并存的学校来说，提供多种语言版本的问卷，是保证所有学生都能无障碍地表达自己真实想法的基本要求。

数据分析是问卷调查工作的重要部分。收集到的数据不能只做总体平均分的

计算,必须做更深层次的挖掘。其中一种方法就是按照学生的文化背景、语言背景等变量来分组比较。通过差异性检验可知课程实施效果是否存在着群体间的显著差异。如果一个文化背景的学生群体的数学自信心得分明显低于其他群体,这就会发出一个明确的信号,课程中的一些内容没有有效地支持他们。基于证据的分析可以准确找到问题所在,是开展有针对性的课程调整、教学干预的科学依据,推动跨文化数学课程在促进教育公平的道路上不断前进。

第四节 保障体系的协同运行

跨文化背景下的小学数学课程有效实施不是孤立的教学行为,而是一个全方位的、动态的、协同运作的保障系统。它既是课程生命力的源泉,又是依靠多方力量整合来构建反馈闭环,保证课程设计理念真正落地生根,并且不断根据实践进行改进,最终达到育人目的。

一、信息反馈与调整机制

一个成功的课程体系要具有自我修正、自我发展的能力,而这种能力很大程度上依靠灵敏高效的反馈和调整。它好比课程实施的“神经系统”,可以及时觉察实践过程里出现的问题与挑战,进而促使课程作出适应性的改变,一直保证课程对学生的发展是适切且具有前瞻性的。

(一) 畅通信息反馈渠道

为了保证跨文化数学课程实施效果正确的、全面的评价,建立一个多元化的、立体的、无障碍的信息反馈网络就显得十分重要。该网络不但是数据收集的通道,也是促进各个参与者进行深层次对话、形成教育共识的桥梁。信息来源应该是多元的,即课程实践中的主要参与者。学生反馈是最直接的效度检验,用学习日记、小组访谈、问卷调查等方式可以了解学生对不同文化情境下的数学问题理解程度、兴趣点、文化隔阂、认知困惑。他们是课程内容有无文化亲和力、吸引力的第一手资料。

教师是课程的直接实施者,所以教师的反馈具有很强的实践洞察力。经过教学反思、教研组集体研讨、标准化观察量表等途径,一线教学教师在实践中遇到的问题得以系统的整理,课程资源的适用性评价、教学策略的成功案例、失败经

验都能够获得。对于课程内容的调整以及教学活动改进上来讲,它们所起到的作用是不言而喻的。家长的反馈可以给学校文化赋予家庭的视角,也能充实校外学习的体验。通过家长会、线上沟通平台、家校合作项目等方式可以了解课程理念是否延伸到家庭、学生在家中的运用情况,也可以了解到不同文化背景的家庭对课程的期望和建议。

管理者从课程整体运行及资源配置的角度去观察。通过巡课、审阅教学计划、分析学业数据等方式可以对课程的实施情况和质量进行宏观把握,发现系统性的问题,为资源的合理分配提供决策依据。整合学生、教师、家长、管理人员等多方面的信息流,才能使对课程实施情况的判断不出现偏差,为之后科学的调整打下坚实的数据基础。营造鼓励表达、尊重差异、安全信任的反馈文化是所有这些的前提,它可以保证每条信息都得到认真倾听和对待。

（二）定期分析课程实施情况

收集到的反馈信息不能就作为最终的结果,而应该系统化、周期性的进行深入的分析,这才是发现价值、促进课程优化的关键所在。分析不能零散、随意地进行,应该形成一套系统化、定期的审议机制,把课程评价作为学校教学管理的核心环节。分析周期可以是在学期中的某一段时期,也可以是一学期的结束时,由课程领导小组牵头组织教师、学生代表、家长等组成一个跨主体的课程评价委员会进行课程分析。

分析内容要兼顾过程和结果,将定量和定性方法结合起来。定量分析可以对学生的学业成绩数据进行,比较不同文化背景的学生对于某个数学概念的掌握情况,以此来考察课程能否缩小或者弥合潜在的学业差距。更重要的是质性分析,它要探究数据背后深层次的原因。即通过系统地分析学生项目作品、课堂观察记录、教师教学反思报告等,用内容分析法、案例研究法等,从中提取出课程实施中一些典型的成功模式以及普遍存在的障碍。分析的重点问题有,课程内容中的文化元素是否合适?是否能有效地调动起学生学习的兴趣?教学策略是否考虑到了不同文化背景学生不同的认知方式、学习习惯?评价方式是否公正地体现出所有学生真实水平?课程目标与现实教学效果之间有无差别?根据以上问题得出详细的课程实施分析报告,指出问题的同时探究产生问题的原因,给下一步改进指明清晰的方向。

（三）根据反馈信息，及时调整实施方案

分析的最终目的是行动，即根据反馈信息、分析结果及时、准确、有效地调整课程实施方案。课程的优化过程是不断迭代、螺旋上升的过程，不能僵化、一成不变。调整应该体现灵活性与科学性的统一，在及时解决实践中出现的急待解决的问题的同时，也要慎重对待关系到课程整体架构的重大变化。调整层次是分级的，存在课程实施的各个环节里。

按照分析报告中提出的问题，由课程委员会牵头制订出具体的调整方案，明确责任人以及时间表。调整的具体措施可以包含多个方面，即

1. 内容与资源的微调，若反馈显示某些文化案例对某一个学生群体来说太陌生或者难以理解，那么教学团队就可以合作开发或者引入具有地域性、贴近学生生活经验的补充材料。在抽象几何图形教学中加入学生本民族传统建筑、编织艺术等元素，使内容与文化有联系。

2. 改善教学策略和方法。当教师在处理跨文化课堂互动过程中遇到困难的时候，学校应该组织关于差异化教学、合作学习小组构建、多元文化沟通等方面的专业发展活动，以提高教师的跨文化教学能力。同时可以促使教师结成学习共同体，分享并推广在实践中被证明行之有效的教学创新。

3. 评价体系的完善，当评估工具被证明有文化偏向的时候，就要进行修改或者替换。可以减少对语言表达要求过高的纯文本应用题所占比例，增加更多以图示、操作、项目展示等非语言方式为主的评价手段，保证评价能真正体现学生的数学思维水平，而不是学生的文化背景或语言能力。

所有改进方案在正式执行前要和教师、学生和家长进行充分的沟通，取得他们的理解和支持。对影响较大的调整，可以先在部分班级试行，然后收集新一轮的反馈来检验它的有效性，再逐步推广到全校。反馈、分析、调整、再反馈这样的闭环循环，就是保证跨文化数学课程不断焕发生机、逐步趋近完美状态的生命线。

二、内外部资源的协同整合

跨文化小学数学课程的成功实施，并不是单个学科、单个教师能够完成的，而是属于一个系统工程，需要打破壁垒，整合校内外各方面资源形成强大的教育合力。建立开放、互动、互补的资源支持网络，是课程发展获得动力、得到深入

发展的主要保证。

（一）整合校内各部门力量，形成育人合力

学校内部各个部门不是孤立的功能单元，而是构成一个有机的育人系统。推动跨文化数学课程，必须树立全校一盘棋的思想，促进各部门之间深度协同和联动。数学学科本身就与许多其他学科存在着天然的联系，跨文化视角的引入，又给这种跨学科整合提供了丰富的机遇和广阔的天地。数学教研组要主动同其它学科构建常态化的交流合作机制，联合设计并开展跨学科主题学习活动。

将数学与美术结合起来，让学生从对称、分形、黄金比例等元素在不同的文化背景下的艺术作品、建筑中所体现出的文化内涵中感受到数学所包含的文化意义。与社会学科合作探究古代不同的计数系统、历法计算、地图绘制等，把数学知识置于宏观的历史、文化背景中去理解，培养学生时空观念和系统思维。与信息技术学科融合，可以用编程工具设计带有多元文化元素的数学游戏，也可以通过网络平台与国外友好学校的同学共同开展跨文化数学探究。

跨学科整合使数学学习的内容、形式更加丰富，并且把跨文化教育思想渗透到了学生在校学习的方方面面。除教学部门之外，学校行政、后勤、德育等支持部门也起着重要的作用。图书馆应当主动搜集、推荐有关数学史著作、数学家传记以及包含有数学内容的绘本。德育部门可以以跨文化理解与尊重为主题来开展校园文化建设，举办数学文化节等活动来营造积极向上多元文化的环境。

校务管理部门要在课程安排、经费分配、教师考核等各方面给予政策上的支持，消除跨学科合作所遇到的困难，调动教师的积极性参与进来。经过全方位内部资源的整合，跨文化数学教育可以从单一课程实验走向学校整体育人特色，产生内协同效应，让校园的每一个角落都充满文化的多样性以及知识的融合之美。

（二）争取家庭、社区及外部专家的支持

课程边界不能仅限于校园围墙内，把家庭、社区、社会等教育资源纳入视野之中，是实现课程目标、充实课程内容的必然选择。家庭是学生接触文化的最初环境，来自不同文化背景的家长就是一本本鲜活的活教材。学校应该改变以往单向通知的方式，主动和家庭建立深层次的合作伙伴关系。定期开展多元文化数学之夜活动，邀请家长展示并教授与本民族文化背景有关的数学游戏、手工艺或者生活技能，如中国的算盘、印度的维迪克数学、非洲的播棋等。使学生直观感受到数学文化的多样性、吸引力和归宿感。学校也可以为家长提供帮助，举办讲座

或者研讨会，使家长对跨文化数学课程的理念和方法有较为清楚的了解，并指导家长如何在家庭生活中寻找和利用数学学习的机会，从而达到家校共育的效果。

社区是学生生活真实发生的地方，蕴含着丰富的教育资源。学校可以开展以生活中的跨文化数学为主题的社区项目式学习。例如到访不同族裔开设的商店，研究商品定价、计量单位的文化差异，参观社区内特色建筑，分析其中的几何、结构原理，调查社区居民文化消费习惯，用统计学知识进行数据分析。并且积极同社区内的博物馆、科技馆、文化中心等机构建立联系，共同开发研学课程。外部专家的智力支持对提高课程的专业水平起着重要的作用。可以邀请大学数学史、教育学、人类学教授以及各行各业的精英走进课堂，开讲座或者当项目导师。他们所带来的新的知识、新的案例、个人的经历，可以极大地开阔学生的视野，激发学生探索数学世界的好奇心，也为学生树立起多元的职业榜样。

第十四章 未来发展与趋势展望

在跨文化背景之下审视小学数学课程的发展,必须把它置于全球教育变革的大环境中来考虑。世界各国联系越来越紧密,数学作为超越语言和文化的通用符号,它的教育未来走向和发展趋势,深刻地影响着新一代世界公民的培养。本章主要研究国际数学教育的最新动态,对以后的发展趋势做出预测。

第一节 国际数学教育发展趋势

伴随着全球化进程的加快和科技的迅速发展,国际数学教育正处在一场深刻的范式转移之中。传统以知识传授为主导的教学模式正在被打破,取而代之的是更加注重学生综合素质以及个体发展的教育新生态。它不但是课程内容、教学方法的改变,更是对数学教育本质的重新认识。

一、更加注重核心素养的培养

国际数学教育界已经达成了这样的共识,数学教育的目的不应该只是让学生记住知识、掌握技能,而应该培养他们未来生活和发展所需要的核心素养。这就意味着数学教育由原来的“育分”转变为现在的“育人”,更加重视人的全面发展。

(一) 从知识技能转向能力与素养

全球范围内的数学教育改革正在发生着从只重视知识、技能到重视能力、素养的重大转变。这实际上就是把数学学习当作一种思维的体操、智慧的启迪,而不是单纯的公式记忆和题目演算。跨文化背景之下,课程设计不能只是对某一个数学知识点的机械性覆盖,而应该深入挖掘并理解数学思想方法。引导学生探究不同的文化背景下数学概念产生、发展变化的过程,认识数学是人类智慧结晶的共性。课程不再只注重学生能解多少题,而更加重视学生能否用数学的眼光观察世界、用数学的思维分析问题、用数学的语言表达思想。这就需要教学活动设计更开放、有探究性,通过实际问题来引导学生主动地建构数学概念的深层理

解,最终达到对抽象、推理、建模等关键数学素养的习得并内化为伴随终生的能力。这就意味着评价体系的改革,需要从单一的结果性评价转变为过程性与发展性评价并重,对学生的知识掌握、能力运用、思维品质等多方面的发展进行全方位的考察,真正发挥数学教育的育人作用。

(二) 强调创新精神与实践能力的培养

知识经济时代,创新成为推动社会进步的主体力量,所以数学教育要承担起培养学生创新精神和实践能力的重大任务。传统的数学课堂注重逻辑推理和标准解法,在一定程度上会抑制学生思维的广度与深度的发展。未来的课程设计将更加强调鼓励学生敢于质疑、乐于探究,用不同的角度去思考问题,寻求非标准的甚至独特的解决方法。跨文化背景为培养模式提供了得天独厚的条件。采用不同文化背景下的数学游戏、建筑风格或者历史谜题等方式可以有效地激发学生的好奇心和求知欲。学习几何图形的时候可以将中国榫卯结构与古希腊建筑美学相比较;学习排列组合的时候可以引入不同的国家传统编织艺术。一方面丰富了数学学习的内容,另一方面把学生置于真实的数学问题情境之中,使他们像科学家一样思考、像工程师一样整合资源,通过动手实践、小组合作去探索、寻找解决的方法。在学生经历分析、比较、归纳等思维能力的培养过程中,锻炼学生的意志品质、求实精神,将创新精神、实践能力内化为一种习惯、一种本能。

(三) 关注学生的情感、态度与价值观

长期以来,数学一直被贴上“枯燥”、“难学”的标签,学生因此容易产生畏难情绪,自信心受到打击,实际上这是数学教育情感维度缺失的一种表现。新的课程发展趋向明确指出,数学教育要重视学生的情感体验、学习态度和价值观的培养。积极健康的情感状态会极大地调动学生学习的积极性。在跨文化背景下,课程设计可以体现出数学在各个文明发展史上所起的重要作用,使学生认识数学的普遍性和文化性,从而产生亲近感、认同感。

具体实施策略可包括:

1. 以包容平等的课堂环境为基础来创建。教师应该尊重每个学生的个体差异以及不同的文化背景,积极地鼓励学生敢于发表自己的见解,对学生学习探究过程中产生的错误进行宽容与指导,在让学生感受到成功的基础上,慢慢地建立起学生学习数学的信心。

2. 设计有情感的教学内容。采用鲜活的生活实例、动人的历史故事、有趣的

游戏挑战,把冰冷的数学知识同学生的生活有机地联系起来。在讲解圆周率的时候,可以讲祖冲之等中外数学家的探索故事,使学生体会到人类追求真理的坚持精神。

3. 创建多元化的评价体系。评价不能只看学生是否掌握了知识,还要看学生是否参与、合作、勇于挑战。依靠激励性反馈和多元化评价,让每一个学生都能发现自己的进步,体会到学习的乐趣和成就感,从而养成积极主动的学习态度和正确的价值观。

二、信息技术与数学教育的深度融合

信息技术大潮势不可挡地重塑着教育的各个方面,作为基础学科的数学教育首当其冲。技术不再只是简单的教学工具,而是内生动力,深深地嵌入到教学内容、教学过程、教学评价、整个教育生态当中,引起一场系统性变革。

(一) AI、大数据等技术重塑教学形态

伴随着人工智能、大数据、虚拟现实等新兴技术的发展与应用,传统的以教师为主、以讲授为主的课堂被打破。AI与大数据深度融合应用之下就是精准教学。教学系统可以对学生的海量学习数据进行收集和分析,包含答题速度、错误类型、重复学习次数等各方面内容,准确找出每一个学生知识薄弱之处以及认知障碍,并生成个性化的学习报告。教师可以借此了解学生的学习情况,从而做出有针对性的指导。虚拟现实、增强现实技术可以将抽象的数学概念形象地表现出来。学生能进入三维函数图像并从各个方向观察它的发展变化情况,还可以亲自搭建立体几何体在交互中领会空间形态。沉浸式学习体验极大地调动了学生的学习积极性,有效地降低了学生的认知负荷。AI可以充当智能助教,全天候回答学生的疑问,给学生解题思路提示,在项目式学习中引导学生探究,把教师从重复劳动中解放出来,让他们投入到创造性的教学设计和情感交流当中。技术推动的教学新形态,正在把数学课堂由“知识的传授”变为“智慧的生成”。

(二) 个性化学习成为可能

长期以来,“一刀切”的班级授课制因为不能够满足学生个体差异而被广泛批评。特别是人工智能的发展给大规模个性化学习带来了前所未有的机会。智能教学系统能像经验丰富的导师一样,给每个学生制定出不同的学习路径。系统根据初始测评以及对学生持续跟踪学习的数据,建立每一个学生的认知模型和知识

图谱,清楚地呈现学生对知识的掌握情况。当系统发现学生在某个知识点上出现困难的时候,就会推送相关的讲解视频、补充练习题或者引导性提示;对于学有余力的学生来说,系统则提供更具挑战性的拓展内容或者探究性项目,从而保证每一个学生都在自己的“最近发展区”内高效学习。自适应学习平台打破了固定进度,学生可以按照自己的速度、方式去学习,真正实现因材施教。跨文化背景下的个性化学习系统会根据学生所处的文化环境,为学生提供与学生有关的数学问题情境或者数学史料。对于对中国文化有兴趣的学生可以推送与算筹、九章算术相关的内容,以此来提高学生的内在动机和文化认同感。

第二节 跨文化课程的发展方向

伴随着全球化不断加深,文化之间交流越来越频繁,小学数学课程设计与实施也要从传统的束缚中解放出来,走向更加广阔的跨文化视野。未来的发展方向不能只局限于知识的传授,数学教育过程里培养学生的全球视野、文化认同感和理解力,把数学课堂作为连结各种文化的桥梁。

一、从“文化点缀”到“深度融合”

传统的数学课程里,文化元素常常是作为数学家的轶事或者古题的形式出现的,就像蛋糕上的樱桃一样,虽然能增加色彩但是没有触及到课程的本质。只有当文化内容真正成为课程的核心而不是边缘,成为数学知识体系的催化剂而不是简单的装饰品,才能充分实现跨文化教育的价值。

(一) 文化不再是附加品,而是课程的有机组成部分

在跨文化课程的视角下,文化是数学知识产生、发展的内在动力和背景,是课程设计不可缺少的构成部分。这就意味着文化内容不能只是课后阅读或者趣味拓展的补充材料,而应该系统地融入到教学的全过程之中。教师在教授轴对称图形的时候,可以引导学生欣赏中国传统建筑、剪纸、脸谱等艺术形式中蕴含的对称美学,把抽象的几何概念同具体的的文化载体紧密联系起来。这时文化就不再是数学知识之外的附加物,而成了理解数学概念、阐释数学思想的天然语境。

有机融合的课程设计,需要教师有较高的文化素养以及教材再创造能力。教师需要探究数学知识背后的文化根基,并从中发现可以引起学生对某种数学知识

的共鸣的文化背景。以年月日时为例,可以加入中国的二十四节气、生肖纪年法等内容,在解决时间计算问题的过程中,使学生自然而然地了解中国古人观察自然、记录时间的智慧。这样数学课堂就不单是教授普适的数学原理,更是传承、体验特定文化的场所,学生在学习数学的过程中,不知不觉地认识、尊重多元文化。

(二) 在数学知识的学习中自然渗透文化理解

深度融合的方式是润物无声,即在数学知识的探究过程中,让学生自然而然地接触到、领会并鉴赏各种文化背景下的人们的思维方式以及智慧的成果。渗透不是简单的文化标签的生搬硬套,而是把文化元素作为激发学生数学思考的驱动力和情境任务。在讲解等量代换的思想时,可以用曹冲称象的故事作为载体,在模拟“以石代象”的过程中,让学生去体验、感受和理解等量代换的基本思想。这时古人的智慧不再只是遥远的故事,而成了学生可以动手操作、验证的数学活动,文化理解与数学思维的建构同时发生。

自然渗透,即让学生发现不同的文化解决同一个数学问题时的不同。学习分数的时候,可以比较古埃及的单位分数表示法和中国古代的“经分术”,让学生在比较中体会分数概念的不同表达方式,思考不同的算法产生的文化、历史原因。不但加深了学生对分数本质的理解,也使学生认识到数学知识不是孤立存在的,而是不同文明智慧的共同财富。文化理解不再只是空洞的说教,而是渗透在每一个数学探究环节当中,学生在“做数学”的过程中也在体验、思考文化中的数学。

进一步而言,这样融合可以打破数学学科冰冷、刻板的固有印象,给它增添人文的温度。当学生学圆周率计算的时候,知道祖冲之在圆周率计算方面的贡献;在学习几何图形的时候,欣赏到伊斯兰艺术中精妙绝伦的镶嵌图案;数学就不再是单纯的公式和计算了,它成了一个充满人类探索精神、审美追求、哲学思考的生动领域。既让学生获得了数学知识,又使学生的情感态度、价值观得到积极的引导和培养,实现了知识学习和人文素养培养的有机统一。

(三) 培养学生的跨文化交际能力

当数学课堂成为多元文化交融的场所的时候,培养学生跨文化交际能力就成为其内在要求。它不仅仅指语言的交流,在数学探究、合作中理解、尊重、适应不同文化背景下的思维方式、表达方式。未来的数学课程应该创建出需要跨文化合作才能完成的任务场景,以培养学生的交际素养。

1. 创建合作探究的数学项目。选择具有普遍性的数学主题,不同国家的货币

换算、购物策略、世界各地著名建筑中蕴含的数学原理、不同文化背景下的统计图表解读等为研究对象，并让学生以小组的形式开展合作探究学习。学生从不同的文化背景中收集、理解、运用数学信息，经过讨论协商之后形成解决办法。这个过程本身就是一次跨文化交际的实践，学生将会学会倾听不同的意见，理解别人表述时所含有的文化假设，并寻求达成共识的沟通方式。

2. 用数学语言清楚地表达和解释。数学是全世界通用的符号语言，给跨文化沟通提供了一个很好的平台。课程应使学生不但能解题，更要会讲题。用准确的数学术语、清晰的逻辑步骤、多种表征形式（公式、图表、模型等）来表达自己的解题思路。对于不同的解法，用数学语言去理解它内在逻辑进行对话、交流。既培养学生逻辑思维、语言表达能力，又使学生在共同的理性框架下克服文化差异而达到有效的交流。

二、从“单向输入”到“双向对话”

以往的跨文化教育实践，在一定程度上存在着对外来文化、国外文化介绍较多，而对本民族文化挖掘、传播重视不够的现象。未来的发展方向应该改变文化逆差，在坚持对外开放的同时也要坚守中华文化自信，使课程内容由对外来文化的“单向引进”变为中华文化和世界文化的“双向交流”。

（一）不仅介绍外来文化，更要讲好中国故事

在小学数学课程中讲好中国故事，就是系统挖掘、展现中华优秀传统文化所包含的丰富数学元素与智慧。不是简单地添加一些知识点，而是要把中国古代的数学成就、思想方法、哲学观念与现代数学教学内容结合起来，使学生在刚开始学习数学的时候，就能感受到本民族文化在人类科学发展史上所作出的独特贡献。引入负数的概念时，可以结合九章算术中正负术的应用，使学生了解中国人早在国外数学体系之前，就创造性地使用了正负数来表示相反意义的量。

讲好中国故事，还需要用学生喜闻乐见的方式把传统文化素材进行现代化、情境化地再创造。可以将古代数学问题“鸡兔同笼”、“杨辉三角”等设计成具有挑战性和趣味性的探究活动，使学生在自主探究中重温古人解题的方法，用现代数学的方法进行验证和改进。可借助数字化手段，把《清明上河图》里的商贸场景、古代建筑中的榫卯结构等转译成虚拟数学实验，让学生置身于沉浸式的场景之中，领悟生活中的数学和历史里的数学，真正体会到数学的应用价值及深远

的文化意义。

中国故事在数学课堂上不再只是简单的历史叙述,而可以被探究的鲜活数学对象。学生在解决与中华文化背景相关的问题的时候,在获取数学知识技能的同时,也逐渐形成了对中国文化智慧的认同和自豪。根植于本土文化的数学学习体验是学生形成文化身份认同、树立文化自信的基础。

（二）在国际比较中增强文化自信

建立文化自信并不是封闭的,而是在与世界多元文化平等对话、比较的基础上更加清楚地认识到中华数学文化独特价值和世界意义。小学数学课程要有意识地设置国际比较的视角,在比较和参照中辩证地认识各种不同的数学文化的特点和贡献,从而建立起理性的、坚实的民族自豪感。在计算工具上,可以将中国的算盘与古罗马的计算器、现代的电子计算器进行比较,让学生动手操作,感受不同的工具设计思想、运算效率以及它们在各自社会历史条件下的作用。学生会发现算盘所包含的十进制位值思想以及灵活的算法,是极为先进和高效的,这是对中华智慧最直观的体验。

在教学方法和思维方式上也可以引入比较的视角。例如,在解决应用题的时候可以比较中国传统数学教育中重视整体思维、善于运用算术方法巧妙求解的特点与国外现代数学教育中重视形式化、逻辑推理的代数方法的不同。学生通过比较就会发现不同的数学传统孕育出不同的思维路径,两者并没有绝对的优劣之分,可以互相补充、互相启发。有助于打破学生对某种数学范式的盲目崇拜,认识中国数学传统在培养直觉思维、解题策略的灵活性等方面的独特优势,更加自信地继承和发扬本民族的数学智慧。

第三节 教师专业发展前景

在跨文化教育浪潮的推动之下,小学数学教师的专业发展正处在前所未有的机遇与挑战之中。这不只是教学技能的提高,更是教师角色深层的重新塑造和学习方式全面的革新。

一、教师角色的多元化

面对越来越多元的学生群体,教师不再只是知识的单向传授者。为了有效地

开展跨文化数学课程，教师就必须主动承担起一系列新的角色，把自己定位为学习过程的积极建构者，而不是被动的执行者。

（一）成为学习的设计者、引导者、合作者

在跨文化数学课堂中，教师的第一种身份就是学习体验的设计者。这就要求教师不能只依靠教材，而应该创造出情境性、关联性、文化包容性的学习活动。教师是设计者，需要有丰富的课程知识和跨文化理解力，把抽象的数学概念同不同的文化背景学生现实生活经验相结合。教师可以用对称的概念，使学生在欣赏、分析不同的民族、国家建筑的起落设计、服饰、剪纸艺术品中体现出来的对称性。这不仅能激起学生学习数学的兴趣，更重要的就是它告诉学生：数学是全人类智慧的结晶，每一种文化都对数学的发展做出了独特的贡献。

同时教师还要成为引导者，由讲台中心的权威者转变为学生身边的“脚手架”搭建者。课堂互动中引导者不会很快给出标准答案，而是用精心设计的问题来激发学生独立思考、深入对话。面对思维习惯、问题解决策略不同的学生，教师的引导作用就显得尤为重要。教师应该鼓励学生大胆地表达自己的想法，即使这些想法和主流解法不一样。学生使用自己民族文化背景下的数学计算方法时，老师应当给予充分的肯定与鼓励，并带领全班同学共同探究其中所涉及的数学原理，比较各种方法的优劣及其适用条件。引导方式不但保护了学生的认知自信，而且促使多维思维的碰撞、交融，使课堂真正成为数学探究共同体。

最终，教师应该成为学生学习的合作者。这就意味着师生之间会形成平等、信任、共建的伙伴关系。教师不再是单纯的传授知识的传授者，而是和学生一起探索未知、一起解决问题的人。在项目式学习或者小组探究活动当中，作为合作者的教师会深入到各个小组之中，倾听学生的讨论，参与到他们的研究当中，在必要时给予支持与资源。这样一种合作关系可以冲破师生之间可能存在的文化隔阂和心理距离，创建起一个安全、开放的课堂环境。学生更愿意提出疑问、质疑权威、创造性思维，这样就达到了更深一层的数学理解以及跨文化能力的双重发展。

（二）成为课程的开发者、研究者

在跨文化背景下，小学数学课程不再是一份静态、普适的文本，而是一个动态的、要根据具体学情不断再创造的生态系统。因此教师要从课程的被动执行者转变为积极的课程开发者，把国家课程标准与地方及学生的文化实际结合起来，

进行校本化、班本化的课程创生。课程开发者需要有敏锐的文化感知力以及课程整合能力。他们会对教材上的文化偏见或者盲点进行考察,加入多元文化元素以及数学视角。可以包括把不同文明的古代数学问题(中国的鸡兔同笼、古埃及的分数表示法)嵌入到日常教学当中,也可以设计跨学科主题单元,把数学和某个地域的地理、历史、艺术联系起来。教师开发的课程既是数学知识的载体,又是文化理解与认同的桥梁,使来自不同背景的学生都能在课程中找到归属感和文化自信。

与此同时,教师也应该是自己教学实践的“研究者”。教师即研究者所强调的是一种以实践为基础、以实践为目的、在实践中进行的研究范式。对于跨文化教学中遇到的诸多复杂现象与不确定性,教师应该有研究意识并掌握一定研究方法,把课堂上的问题转化为值得探究的课题。教师可以探究不同语言背景的学生在理解数学应用题时的共同障碍,也可以探究视觉化策略对提高少数民族学生几何概念理解是否有帮助。教师通过课堂观察、学生访谈、作业分析等途径获取数据,进而对自身的教学行为及效果做系统的分析与反思。依靠证据展开的自我反思,让教学改进不再依靠直觉或者零散的经验,在科学严谨的探究基础上展开。教师经由研究,不但解决了具体的教学难题,而且加深了对跨文化数学教育规律的认识,实现了自身专业知识的自我生产与增值。

(三) 成为终身学习的典范

在知识更新迅速、社会日益多元化的情况下,教师的专业发展是没有终点的。尤其在跨文化数学教育这样一个新的领域里,教师更应该树立终身学习的观念,以身作则,成为学生眼中的勤学好问、勇于探索的榜样。终身学习要求教师不断更新自己的知识结构,其学习内容不限于数学学科知识和一般的教学方法。教师应该广泛涉猎人类学、社会学、跨文化交际学、语言学等各方面的知识,从而对文化差异如何影响学生数学学习方式、思维习惯、情感态度有较深的认识。跨学科的学习视野可以使教师摆脱表面文化符号的认识,从文化背后深层次的价值观、认知结构上把握,从而做出更加准确、富有同理心的教学决策。

终身学习的典范还表现在教师对于新知识、新观念持开放的态度并积极地采取行动上。这就意味着老师应该跳出舒适区去参加各种专业发展活动,关注前沿教育理论和信息技术的发展。敢于尝试新的教学方法,不怕在实践中犯错,把每一次尝试都当作学习的机会。当学生看到老师也在不断学习、积极探索的时候,

就会潜移默化地受到影响,认识到学习不是一劳永逸的事情,而是一种贯穿一生的生活方式和必备能力。教师以身作则,用自身的好奇心、探索精神和成长型思维去影响学生,对学生创新精神和适应未来社会的能力有着不可估量的意义。终身学习的老师就是一本生动的、有说服力的活教材。

二、教师学习方式的变革

教师角色的深刻转变,必然会使教师的专业学习方式随之做出相应的改变。过去集中式、灌输式的培训方式已经不能满足跨文化数学教育的复杂要求。教师专业发展以后会更注重学习方式的灵活性、合作性以及实践性。

(一) 线上学习与线下研修相结合

混合式学习模式已经成为了教师专业发展的一种主流范式,把线上学习的便捷性与线下研修的深刻性有机地结合起来,给教师提供了一条更加灵活高效的学习途径。线上学习平台消除了时间和空间上的限制,使教师可以随时、随时地从世界优质的教育资源里吸取养分。教师可以利用网络课程系统学习跨文化教育理论,观看世界各国优秀教师的教学实况,参加国际性教育论坛,同全世界的教育工作者交流思想。自主、按需的学习方式,很大程度上满足了教师个性化发展的需要,使教师可以按照自身知识的不足点以及兴趣点来制订学习计划。

线下研修不能被线上学习所取代的,就是其深度互动与实践体验。面对面的工作坊、研讨会、教学观摩活动给教师提供合作交流的场所。在实体化的场域里,教师可以就某一个具体的教学设计进行深入的集体备课,通过角色扮演来模拟处理跨文化冲突的情境,并且可以得到专家和同伴即时的、有针对性的教学反馈。以真实情境为依托的互动与实践,可以把理论知识转变为实际的教学能力。线下研修建立起来的专业社群和人际信任,也给教师提供持续的情感支持以及专业互助。

线上线下相结合可以构建起一个完整的学习生态系统。典型的混合式研修项目的运行流程如下:1.教师先在线学习有关数学文化的基础知识,完成一份教学设计;2.再参加为期两天的线下研讨会议,在专家的指导下分小组讨论自己设计的改进办法并开展微格教学试教;3.回到学校后进行实际的教学工作,将完善后的教学设计上传到平台上,包含学生的练习、教学视频以及反思材料;4.最后全部参加者利用在线会话交流总结成功经验和需提高之处。线上线下循环往复、理

论实践结合的方式保证了专业发展具有持续性、有效性。

（二）个人自主学习与团队协作学习并重

教师专业成长是个性化的内在修行，也是社会化集体智慧的建构过程。因此，未来学习的方式要兼顾个人自主学习的深度和团队协作学习的广度，两者互相促进，共同促进教师的专业发展。个人自主学习是教师专业发展的内生动力，是教师作为学习主体所具有的能动性、责任感的体现。每一位教师的知识背景、教学风格、专业困惑都是不同的，因此自主学习的教师可以依照自己的实际状况来确定学习目标，挑选出适合自己的学习内容以及学习速度。学校和教育管理部门应该为教师的自主学习创造有利条件，即提供丰富的专业书籍、数据库等资源，设立教师个人发展基金，支持教师开展个性化课题研究，参加外部专业认证课程。赋予教师个体的学习方式可以最大程度调动教师的内在动机，使教师成为自己专业发展的第一责任人。

团队协作学习给教师专业发展提供重要的外部支持系统，它通过创建专业学习共同体打破教师个体孤军奋战的传统工作模式。复杂的跨文化数学教学所用的个人智慧、经验是有限的。教师们定期开展集体备课、课例研究、主题沙龙等活动，讨论成功的经验、失败的教训，对不同文化背景的学生在观察、理解上所存在的差异进行讨论，共同研发教学资源、评价工具。思想的碰撞会产生新的教学智慧，同伴的鼓励与帮助能帮助教师克服职业倦怠。特别是遇到复杂的跨文化教学问题时，团队所具有的多角度、多方法的优势可以互相补充、形成群体智慧。由此形成的以信任、合作为基础的学习文化，既可以使教师共同成长，又可以提高学校的教学研究水平。

第四节 课程改革的实施建议

将跨文化背景下小学数学课程设计的理论建构转化为普遍的教学实践，需要有系统科学的实施策略来保证。这是一项牵涉到许多方面、牵涉到许多主体、牵涉到许多环节的复杂工程，必须周密安排、协同推进，才能使各项改革措施真正落地，对学生的数学素养和跨文化能力产生实质性的影响。

一、坚持顶层设计与基层探索相结合

课程改革要想真正推进，在宏观上要有科学规划与方向指导，在基层中也需要有鲜活的创造与积极的响应。二者如同车之两轮、鸟之双翼，互相促进、互促共进，共同形成起改革平稳前进的动力机制，使改革蓝图既有高度又有温度，在统一性与多样性之间孕育勃勃生机。

（一）国家层面做好宏观规划与指导

国家是课程改革的顶层设计者，其主要任务就是明方向、定标准、整合资源，为跨文化背景下的小学数学课程改革提供根本遵循和强有力的支撑。国家教育主管部门应该组织多学科专家，深入探究全球化与本土化交错背景下，儿童数学学习的认知特点和文化特性，进而制订和发布体现国家意志、具有国际视野的《跨文化数学教育指导纲要》。该纲要应该清楚地说明课程的基本理念、培养目标、基本原则，并对数学知识如何与不同文化背景下生活情境、思维方式有机融合给出原则性的指导框架。以数与代数为例，可以将不同的文明的计数系统、符号历史融入其中，图形与几何部分也可以研究不同的民族建筑艺术中所蕴含的几何美。

国家层面还要创建起科学且开放的课程资源创建和共享体系。具体可以创建国家级跨文化数学教学案例库、数字化资源平台和多元文化背景的数学学习材料库。该类资源须有较高的权威性、示范性、易于运用，各地教育行政部门和学校可免费使用获取。要健全完善课程评价、监测体系，对各省市区改革进展状况及成效做出科学的评价。评价不能只看学业成绩，更应该重视学生数学思维、文化理解、创新应用能力的全面发展，用科学的评价导向引领改革深入，保证方向不偏、力度不减。

（二）鼓励地方和学校结合实际进行特色化探索

在国家宏观指导的基础上，给予地方和学校课程开发自主权，是激发基层教育创新活力的主要途径。中国地域辽阔，各个地区、各个学校所面对的学生群体存在着较大的文化差异，即民族、地域文化以及国际学生所带有的异质文化。僵化固定的课程实施方案不能适应这样复杂多样的教育生态。因此需要鼓励支持地方教育行政部门和学校结合自身的优势、学生的特点开展符合实际的特色研究。地方教育部门按照区域文化特色（丝绸之路沿线商业算术文化、江南水乡建筑几何文化等）来开发地方色彩的数学课程补充材料或者开设专题课程。

学校是课程实施的最小单位，也是特色探索的主战场，应该拥有开发校本课程的充分自主权。教师可以组织学生以身边的跨文化现象为对象开展项目式学习，调查社区里不同国家风味餐厅菜单定价、促销策略中的数学问题，研究本校少数民族同学传统服饰图案中的对称与旋转。源于生活、根植学生经验的校本课程，可以极大地激发学生学习兴趣，使学生在解决实际问题的过程中体会数学知识的实践价值和生命力，从而潜移默化地提高学生对多元文化的理解与尊重。探索性实践活动把抽象的理念变成可触摸、可感知的课堂现实，使每所学校在国家课程主干上生长出属于自己的、充满活力的特色枝叶。

（三）及时总结推广基层的成功经验

任何大规模的教育改革智慧和力量都来自于基层。一线教师、学校在具体的教学难题面前所采取的创新方法和解决策略，就是推动课程改革不断自我完善、自我发展的宝贵财富。因此，创建起高效的、畅通的基层经验发现、总结和推广机制，对于课程改革的成功来说至关重要。

应该创建起多层次、立体化的经验发现与遴选体系。各级教研部门要充分体现专业引领的作用，经常到教学一线去听、看、评课、座谈等，找出在跨文化数学教学中取得突出成绩的典型课例和优秀教师。可设立专项课题研究，促使教师把教学实践转变成可以分享的研究成果。也可以举办区域性或者全国性的教学竞赛、成果展示会等活动，给基层的创新提供展示的平台，通过同行的评价以及专家鉴定来选择出有普遍参考意义的成功模式。

应该善用各种方式将成功经验提炼转化，使它更便于传播和学习。对于优秀的课例可以制作成教学视频、案例集锦，对于系统的教学模式可以组织专家团队进行理论提升，形成可以操作的行动指南或者工作坊手册。经过加工提炼的经验比零散个人感悟更具有科学性、指导性，可以降低其他教师学习应用的门槛。

必须打通经验推广的最后一公里，把宝贵的经验精准有效地推广到更广阔的领域。可以创建线上线下相结合的推广网络。线上可以利用国家、地方教育资源平台开设专栏，系统推送成功的经验。线下可以通过名师巡讲团、教师研修基地、种子教师培养计划等方式来实现成功经验的真实互动交流。以树立典型、带动区域、影响群体的方式把基层的点状创新汇聚成课程改革的面状力量，形成自下而上与自上而下相结合的良性改革循环。

二、坚持稳步推进与重点突破相结合

跨文化背景下小学数学课程改革是深刻的变革，它牵涉到教学内容和方法的革新，也牵涉到教育观念和评价体系的全面更新。因此，要在整体推进的长期性与关键环节突破性之间找到一个恰当的平衡，在有十年磨一剑的战略耐心的同时也要牵一发而动全身的战术智慧，才能保证改革航船行稳致远。

（一）课程改革是一个长期过程，不能一蹴而就

教育领域变革具有内在的复杂性、周期性，尤其当改革触及深层次文化观念、教师长久教学惯性的时候，更是不能一蹴而就。跨文化数学课程改革要求教师更新数学知识体系，具备跨文化沟通、课程整合、多元评价等各方面的能力，给教师专业素养提出很高的要求。同时，学生、家长乃至整个社会对于数学教育传统的认识也需要逐渐适应和转变。因此必须充分认识改革的长期性、艰巨性，摒弃急功近利的思想，稳扎稳打地推进。

稳步推进即改革要有路线图和分阶段目标。改革之初可以选择一些条件较好的地区或者学校进行试点，允许试错、鼓励探索，在小范围内积累经验。待试点经验系统评估后优化再逐步扩大推广范围。过程中应为参与教师提供持续、强有力的心理支持，助其平稳度过转型的困惑与压力。改革不是“运动式”的，而应是“滴灌式”的，通过持续的努力使新的理念、教学模式逐渐渗透到教育系统的各个角落，最终达到整个教育生态系统的优化。这就要求政策制定者有战略定力，给改革留出足够的时间和空间。

（二）选择关键环节和重点领域进行突破

认识改革长期性的同时也要明确系统性变革不是齐头并进、平均发力的。科学的策略是以全面规划为依托，找到对全局起决定性作用的关键环节，集中优势资源重点突破，达到纲举目张的效果。跨文化小学数学课程改革中的战略支点有。

1. 教师专业发展是改革顺利开展的根本保证。教师是课程的直接执行者，教师理念与能力水平决定改革是否成功。因此需要把教师专业发展放在优先位置，设计并开展高质量的职前培养和在职培训项目。培训内容不能只是教学技巧，更应该提升教师的跨文化意识、多元文化教材解读开发能力和文化敏感性教学策略运用水平。建立跨文化教育名师工作室、开展国际交流项目等来培养能够引领改革发展的骨干教师。

2. 教材与教学资源为改革媒介。教材是把课程标准和课堂教学联系起来的桥梁。应组织力量开发或者改编一套充分体现跨文化理念的数学教材。教材里选用数学史料、应用实例时,要选取不同的文化背景;在习题设计、情境创设等方面,都要充分体现出对于文化多样性的尊重和认同。同时开发与教材相辅相成的数字化、多媒体教学资源,给教师提供更多、更生动、更丰富的教学工具,有效降低开展跨文化教学的难度。

3. 学生评价体系是改革的导向。必须使数学评价从单一的、终结性的纸笔测试转变为多元的、过程性的综合评价。新的评价体系要能全面体现学生在数学知识、跨文化理解、合作探究、解决问题等方面所具有的综合素养。可以采用学习档案袋、项目作品、课堂观察、小组互评等多种评价方式,使评价真正促进每个学生个性化的发展,而不能只是作为筛选甄别的工具。

参考文献

- [1] 黄鸣.谈“跨文化交际学”课程设计[J].西南民族大学学报(人文社科版), 2003, 24(11):262-265.DOI:10.3969/j.issn.1004-3926.2003.11.071.
- [2] 周育俭.大概念引领下的小学数学课时教学实践[J].中国教师, 2023(4):108-111.
- [3] 王烨晖,边玉芳,辛涛,等.中美小学数学教师课程实施的跨文化比较[J].教师教育研究, 2012, 24(1):7.DOI:CNKI:SUN:GDSZ.0.2012-01-011.
- [4] 孙静娴.构建“跨文化儿童游戏探究课程”——以“用数对确定位置”为例[J].小学教学研究, 2022(14):3.
- [5] 马复.小学教师必备的代数学科知识——跨文化研究进行时[J].教育研究与评论: 小学教育教学, 2018(2):3.
- [6] 徐时芳,潘春燕,陈昱池.大数据+数学核心素养培育的STEM教育应用研究[J].教育教学论坛, 2019(32):2.
- [7] 王杏,谢晓尧.基于数学跨文化教育的方法探究[J].读写算:教育教学研究, 2012, 000(072):145-145.
- [8] 王万良.小学数学教育与小学教育专业数学课程设计[J].课程.教材.教法, 2006(1):4.DOI:CNKI:SUN:KJJE.0.2006-01-022.
- [9] 官小孟,程诣临.基于差异化教学的小学数学课程设计[J].科研成果与传播, 2024(7):037-040.
- [10] 张荣桂.STEAM视域下的小学数学课程设计与实践研究[J].安徽教育科研, 2022(34):39-41.
- [11] 吴燕峰.小学数学综合实践活动课程设计研究[J].学子:教材教法研究, 2017.
- [12] 尹显燕.小学数学教育与小学教育专业数学课程设计[J].中华少年, 2016(36):2.
- [13] 韩红昌.核心素养视域下的小学数学课程设计——从理念到实践的转化机制[J].课堂内外(高中版), 2024(S1):56-58.
- [14] 冯永权,马骏.跨学科视域下的小学数学课程设计策略研究[J].试题与研究, 2022(9):157-159.

- [15] 李凤珍.大单元教学模式下小学数学课程设计策略分析[J].考试周刊, 2025(6).
- [16] 张霞.重视小学数学课程设计培养学生创造性思维[J].成才之路, 2013(36):2.
DOI:10.3969/j.issn.1008-3561.2013.36.096.
- [17] 刘庆未.小学数学教育的课程设计与实施策略研究[J].炫动漫, 2023(23):0205-0207.
- [18] 查从胜.现代信息技术在小学数学教学中的运用[J].江西教育:综合版(C), 2017(9):1.DOI:10.3969/j.issn.1006-270X.2017.27.057.
- [19] 马珊.基于游戏化教学的小学数学课程设计与实践[J].2024(12):244-246.
- [20] 陈素英.融入思政元素的小学数学课程设计探索[J].2024(6):683-685.
- [21] 柴建美.大单元教学模式下小学数学课程设计策略探讨[J].教师教育论坛, 2024, 37(10):38-40.DOI:10.3969/j.issn.2095-5995.
- [22] 陆晓东.提高小学数学课程设计与开发能力的初步探究[J].中学课程辅导:教师教育, 2019(15):1.
- [23] 巩小娟.小学数学探究课程设计策略分析[J].科幻画报, 2022(1):73-74.
- [24] 丁芳芬.小学数学校本课程设计与应用的研究[J].中学生作文指导, 2020, 000(007):P.1-2.
- [25] 蓝梦卿,高树昱.基于PBL的小学数学课程设计策略[J].读天下:综合, 2018(1):1.
- [26] 林卫东.小学数学实施模块化教学的课程设计研究[J].小学教学参考, 2020 (23):5.
- [27] 黄宏斌.小学数学教育与小学教育专业数学课程设计[J].当代教育实践与教学研究(电子刊), 2018.DOI:10.3969/j.issn.2095-6711.2018.07.722.
- [28] 王光明.数学教育应该重视数学的内在价值[J].教育理论与实践:学科版, 2005(11):3.DOI:CNKI:SUN:JYLL.0.2005-22-017.
- [29] 王太东,赵兴凤.数学与其他学科的联系[J].数学通报, 2005, 44(5):3.
DOI:10.3969/j.issn.0583-1458.2005.05.020.
- [30] 朱向阳.反思·联系·整合——例谈数学思维方式的培养和运用[J].湖北教育, 2018(12):1.
- [31] 罗松灿.浅谈小学数学与其他学科的融合[J].河南教育(上旬), 2019.
DOI:10.3969/j.issn.1003-2223(s).2019.07.091.