

Research on Teaching Practice of Differentiated Cultivation of Primary School Mathematics Core Literacy

小学数学核心素养差异性培养教学实践研究

吴杰 著



International
Union of Scientific and
Technological Scholars

CIP INFORMATION

Title: Research on Teaching Practice of Differentiated Cultivation of Primary School Mathematics Core Literacy

题目：小学数学核心素养差异性培养教学实践研究

Author: Jie Wu

作者：吴杰

ISBN: 979-8-90040-146-1

Publisher: CYPEDIA INTERNATIONAL UNION OF SCIENTIFIC AND
TECHNOLOGICAL SCHOLARS

Price: \$60.00

定价：60 美金



**International
Union of Scientific and
Technological Scholars**

Research on Teaching Practice of Differentiated Cultivation of Primary School Mathematics Core Literacy
小学数学核心素养差异性培养教学实践研究

Address: 100 N Howard St Ste R, Spokane, Wa, 99201. United States

Tel: +888-754-5177

Email: contact@cypedia.net

Format: 170mmx240mm 1/16 Sheets: 16

Word Counts: 200.000

Edition: First edition in May 2026

Printing: First printing in May 2026

**CYPEDIA INTERNATIONAL UNION OF SCIENTIFIC AND TECHNOLOGICAL
SCHOLARS**

非开放获取·电子版请联络出版社购买·版权归出版社所有·侵权必究

Not Open Access. For the electronic version, please contact the publisher for purchase. The copyright belongs to the publisher.
Infringement will be prosecuted.

◎ 前言

P R E F A C E

随着我国基础教育进入核心素养时代，如何将“立德树人”的根本任务具体化、学科化，成为每一位教育工作者必须直面的时代课题。数学作为基础教育的核心学科，其育人价值早已超越单纯的计算与解题，而在于培育学生理性精神、逻辑思维、模型意识与创新品格。《义务教育数学课程标准（2022年版）》明确提出以“核心素养”统领课程目标、内容与评价，标志着小学数学教育正从“双基”“四基”走向更加整合、高阶的能力培养新阶段。

然而，理想与现实之间仍存在巨大鸿沟。在统一教材、统一进度、大班额教学的现实条件下，学生的认知水平、学习风格、兴趣倾向千差万别，若继续沿用“齐步走”的教学模式，不仅难以实现素养的整体提升，反而可能加剧学业分化，挫伤部分学生的学习信心。因此，探索一条既能面向全体、又能因材施教的差异化培养路径，成为落实数学核心素养的关键突破口。

本书正是基于这一背景，在多年一线教学实践与行动研究的基础上凝练而成。我们坚信，差异不是教育的障碍，而是教育的起点；真正的公平不是给予所有人相同的资源，而是为每个人提供适合其发展的支持。为此，本书试图回答三个核心问题：第一，小学数学核心素养的内涵是什么？它在儿童发展阶段有何独特表现？第二，如何在尊重差异的前提下，设计有效的教学策略，使不同层次、不同类型的学生都能在原有基础上获得核心素养的实质性发展？第三，差异化教学在真实课堂中面临哪些结构性困境？又该如何系统性破解？

全书以“理论—策略—实践—反思”为逻辑主线。第一章系统梳理核心素养的理论根基，明确其在小学阶段的六维框架；第二至第六章聚焦教学实施，从目标分层、任务设计、合作学习、个别指导等多个维度提出差异化策略，并特别关注小组角色轮换与特长匹配如何促进学生全面而个性的发展；

第七至第九章着力于支持系统建设，强调教师协同备课、专业成长共同体对可持续推进差异化教学的重要性；第十章则通过典型课例、三年追踪数据与效果评估，实证检验策略的有效性，并坦诚剖析教师精力不足、标签效应、大班额限制等现实瓶颈，进而提出以数字化工具赋能、动态分层机制、任务结构化设计等改进建议。

本书的写作始终秉持“实践导向、问题驱动、证据支撑”的原则，力求避免空泛议论，而是扎根课堂、回应教师真实困惑。我们希望它不仅是一本理论著作，更是一本陪伴教师在日常教学中不断尝试、反思与成长的行动手册。

限于作者水平，书中难免存在疏漏及不妥之处，敬请读者批评指正。

吴 杰

目 录

CONTENTS

第一章 小学数学核心素养的理论基础·····	1
第一节 核心素养的内涵与构成要素·····	1
第二节 小学数学核心素养的发展特征·····	4
第三节 差异性培养的理论依据·····	7
第四节 国内外研究现状述评·····	11
第五节 核心素养与课程标准的关系·····	15
第二章 小学生数学核心素养的差异性表现·····	19
第一节 数学思维能力的个体差异·····	19
第二节 数学学习风格的分类特征·····	24
第三节 数学问题解决能力的层次差异·····	29
第四节 数学情感态度的多样性表现·····	34
第五节 不同学段学生的素养发展特点·····	38
第三章 差异化培养的教学目标设计·····	45
第一节 基于核心素养的目标体系构建·····	45
第二节 分层教学目标的制定原则·····	50
第三节 个性化学习目标的设置方法·····	56
第四节 教学目标与评价标准的一致性·····	61
第五节 不同层次学生的目标达成路径·····	66
第四章 差异化教学内容的选择与组织·····	73
第一节 核心知识点的梯度设计·····	73
第二节 数学思想方法的层次呈现·····	78
第三节 跨学科融合的教学拓展·····	83
第四节 生活化情境的差异化运用·····	87
第五节 教学资源的个性化配置·····	92

第五章 差异化教学模式与策略	99
第一节 分层教学的实施要点	99
第二节 小组合作学习的差异化组织	104
第三节 个别化指导的具体方法	109
第四节 探究式教学的层次设计	115
第五节 信息技术支持的个性化教学	119
第六章 差异化课堂活动设计	125
第一节 数学游戏的分层设计	125
第二节 问题解决活动的梯度安排	130
第三节 数学实验的个性化实施	135
第四节 思维训练活动的差异化组织	140
第五节 课堂互动的层次调控	146
第七章 差异化评价体系建设	151
第一节 多元评价指标的设计	151
第二节 过程性评价的差异化实施	156
第三节 结果性评价的层次划分	160
第四节 学生自评与互评的引导	166
第五节 评价结果的反馈与运用	170
第八章 特殊需求学生的培养策略	175
第一节 数学资优生的拓展培养	175
第二节 学习困难学生的支持策略	180
第三节 不同认知风格学生的教学适应	186
第四节 特殊教育需求学生的个别化计划	191
第九章 教师专业发展与团队建设	197
第一节 教师差异化教学能力提升	197
第二节 教研活动的组织与实施	202
第三节 教学反思与案例研究	207
第四节 教师合作机制的建立	212
第五节 专业发展支持体系的构建	217

第十章 实践案例与效果评估	223
第一节 典型教学案例分析	223
第二节 差异化教学实施效果	228
第三节 学生发展轨迹追踪	233
第四节 教学改进策略总结	237
第五节 未来研究方向展望	241
参考文献	247

第一章 小学数学核心素养的理论基础

第一节 核心素养的内涵与构成要素

一、核心素养的概念界定与教育价值

（一）素养与知识、技能的区别与联系

素养、知识、技能三者构成学生学业发展的基本要素，但是它们在层次和内涵上是不一样的。知识是对客观世界事实和规律的认识与记忆，技能是完成某项任务的操作性程序和方法。两者是素养形成的基础和载体，比较具体，也更容易传授。

核心素养是更加综合、高阶的概念。它是指人在一定的场合下，为了满足较为复杂的需求，能够综合运用所学的知识，调动自身的技能，同时带入自己的情感态度和价值观的一种能力。它并不是知识与技能的简单叠加，而是在内化、反思、实践的基础上，把所学转化成适应终身发展和社会需要的必备品格和关键能力。如果说知识和技能回答的是学会什么的话，素养更关乎于能够做什么、为什么这样做，其侧重的是在真实、复杂、跨学科的情境中灵活地运用所学的知识 and 技能以及进行价值判断。

（二）数学核心素养的内涵解读

数学核心素养是核心素养在数学教育领域的具体表现，是学生在经历数学学习过程之后逐步形成，具有数学学科本质特征的关键能力、思维品质和价值观念。它集中体现了数学课程的育人价值，目的在于引导学生用数学的眼光观察世界，用数学的思维思考世界，用数学的语言表达世界。

其内涵远远超出传统的双基，它把“四基”（基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验）和“四能”（发现、提出、分析、解决问题的能力）有机地结合起来，是对“三维目标”的整合和提升。数学核心素养的培养目标，并不是要将每一个学生都培养成数学家，而是要保证每一个学生都能获得良好的数学教育，具备适应未来社会生活和个人发展所必需的理性精神、思维方式和创新意识。

数学核心素养的形成要经过长期的积累，是潜移默化地完成的。它不是通过几节课、几个知识点的讲解就能完成的，而是需要教师在全部的教学活动中不断创设具有启发性的情境，引导学生在探索、思考、合作中主动建构、感悟、提炼。

（三）核心素养在小学阶段的独特性

小学阶段是儿童身心发展的关键时期，也是核心素养培养的开始阶段。这时学生思维正在由具体形象思维向抽象逻辑思维过渡，具有很强的可塑性。因此，在小学阶段开展数学核心素养的启蒙教育，对激发学生学习兴趣、培养良好的思维习惯、为学生终身发展打下基础都具有不可替代的作用。

小学数学核心素养的培养要结合本学段学生认知规律和心理特点。教学内容不应当只追求深度和难度，而应该更多地注意它的趣味性、情境化、活动化来保持学生的好奇心与求知欲。通过游戏、故事、操作等形式，让学生在“玩”中学，体会数学的实用性、魅力，在学生心中初步建立数感、符号意识、空间观念，为下一阶段的数学学习奠定坚实而生动的基础。

二、小学数学核心素养的维度框架

为了使核心素养的培养更加具体化，我国的义务教育数学课程标准（2022年版）中明确提出小学数学要重点培养的核心素养，并且将其有机地划分为不同的维度，形成一个相互联系、共同发展的有机整体。

小学数学核心素养维度及简述

维度	简要概述	小学阶段培养重点
数学抽象	从具体情境中提取数学概念、关系和模式	经历从具体到抽象的过程，形成初步的数感、形感
逻辑推理	依据事实和规则，通过演绎或归纳得出新结论	培养有序思考和简单判断的能力，发展初步的推理意识
数学建模	将实际问题简化为数学问题并解决、解释、应用	创设生活情境，用数学知识解决实际问题，培养应用意识
直观想象	通过几何图形或空间想象感知、理解并解决问题	动手操作、观察图形，发展空间观念和几何直观
数学运算	在理解算理基础上，按法则和程序求得结果的能力	掌握基本运算技能，理解算理，提倡算法多样化
数据分析观念	收集、整理、描述、分析数据，获取信息并做出判断	体验数据收集过程，制作解读统计图表，培养数据意识

（一）数学抽象与逻辑推理

数学抽象是把具体事物或情境中非本质属性舍弃掉，提炼出数学概念、关系或者模式的过程，比如从三个苹果、三支铅笔中抽象出数字“3”。逻辑推理就是根据已知的事实和规则，用演绎或归纳的方法得出新结论的思维过程。这两者是数学思维的核心，见小学数学核心素养维度及简述。

对小学阶段的学生进行抽象能力以及推理意识的培养十分关键。教学中要引导学生经历从具体到抽象的过程，在认识数、图形、数量关系的时候，充分使用实物、模型、直观演示，帮助学生逐步建立对数学对象的理解。同时通过为什么、你是怎么想的等提问，使学生有条理地表达自己的思考过程，进行简单的归纳和判断，从而培养学生思维的严谨性。

（二）数学建模与直观想象

数学建模就是把现实世界中的实际问题简化和抽象成数学问题，并求解、解释和应用的过程。直观想象是指依靠几何图形或者空间想象来感知、理解并解决问题的能力。它们成为了数学与现实世界的桥梁，具体的内容参考上表。

小学数学教学中，数学建模和直观想象的培养应贯穿始终。

1. 教师通过创设购物、测量、分配等丰富的生活情境，把学生的生活问题转化为数学问题，用已学的知识解决，从而培养学生应用意识和模型思想。

2. 学习几何图形时要鼓励学生动手操作、观察、比较，用七巧板、立体模型等教具来发展空间观念和几何直观。用拼搭、用折叠等方式在直观感受的基础上认识图形的特点和变化。

（三）数学运算与数据分析观念

数学运算是在明了算理之后，依照法则和程序求出结果的能力，既是计算技能，也是对运算对象、意义和结果合理性的认识。数据分析观念就是指学生面对含有数据的信息时，能够主动收集、整理、描述、分析数据，从中获取信息并做出判断的意识。

这两项素养在信息时代就显得格外重要。小学数学教学重视运算技能的训练，同时更应重视算理的理解，使学生知其然又知其所以然。应该提倡算法的多样性来培养学生的思维灵活性。在统计与概率部分，要引导学生亲身体验数据的收集、整理过程，学习制作和解读简单的统计图表，体会数据背后可能隐含的信息，培养初步的数据意识，为未来适应大数据社会做好准备。

第二节 小学数学核心素养的发展特征

一、认知发展规律对素养形成的影响

（一）皮亚杰认知发展阶段论在数学中的应用

让·皮亚杰的认知发展阶段论为理解小学生数学学习过程提供重要理论框架。小学儿童大体处于具体运算阶段，思维有所发展但需具体实物支撑，如能理解守恒，为理解数学关系打下认知基础。教学上，教师用实物、教具演示，让学生动手操作认识部分与整体关系，顺应此阶段儿童认知特点。

在教学实践中应用该理论，教师不应直接教抽象数学概念，而应创设可操作情境。比如教面积概念，引导学生用卡片铺桌面、数数量感受面积含义，将抽象知识具体化，契合儿童学习特点，利于形成数感、量感和空间观念。

部分高年级小学生（11岁后）向形式运算阶段过渡，思维可摆脱具体事物束缚，能进行抽象、假设性逻辑推理。教师要察觉变化，适时提出有难度的思考性问题，引导学生用符号、图示表达推导，形成符号意识和推理意识。所以，按照皮亚杰理论，数学教学是引导学生从具体到抽象、从经验归纳到逻辑演绎的过程，也是数学核心素养螺旋式上升的过程。

（二）小学生从具体运算向形式运算的过渡

从具体运算思维向形式运算思维转变，是小学生认知发展的质的飞跃，也是数学核心素养发展关键期。具体运算阶段思维具去中心特点，逻辑推理需借助具体事物或经验；形式运算阶段儿童能处理抽象命题、进行假设演绎推理，思维更灵活、系统。此过渡是逐步、波浪式推进，小学中高年级特征明显。以鸡兔同笼问题为例，低年级用画图、列表试错法解题，属具象思维；高年级在教师引导下用假设法，初步体现形式运算思维。数学教学在过渡时期起“脚手架”作用，教师应设计促进思维转化的教学活动，用具体数字、符号、字母表示数或变量，培养学生从具体到抽象能力，利于学生认识符号概括性作用，是培养符号意识、模型思想的重要途径。

因此，教师应该充分认识并利用好这一过渡期，在创设“半具体、半抽象”的问题情境的基础上，引导学生在解决问题的过程中摆脱实物束缚，更多地依靠内在智力操作来思考。通过比较不同解法的好坏来引导学生体验抽象思维的简洁

高效,进而自觉地向更高层次的思维发展,为进入中学阶段更加系统、更加抽象的数学学习打下坚实的基础,全面促进学生核心素养的发展。

(三) 数学认知结构的建构过程特点

小学生数学认知结构在同化和顺应作用下,与环境相互作用主动建构而成。认知结构指学生头脑中数学知识、思想、方法等元素相互联系形成的有机网络,建构过程并非教师所授知识的简单复制,而是学生依据已有知识经验对新信息编码、重组并赋予意义的过程,该过程有以下特点:

1. 主动性和经验依赖性。学习强调发挥个体潜能、实现发展方向,知识或技能的获得是主动探究的结果。学生是学习主体,积极探究建构新知识,新知识建立在已有知识经验基础上。如学习分数会调动分苹果、分蛋糕的经验,若无相应经验和旧知,新知识建构就成无源之水。

2. 非线性、螺旋式上升。数学认知结构建构非线性累积,而是螺旋上升、波浪前进。学生对概念的理解多次反复、逐渐加深,从初步、直观认识到精确、深刻认识。以圆为例,低年级辨识圆形物体,中年级用圆规画圆,高年级探究周长、面积公式,认识结构不断重组完善,更系统严密。

3. 情境性和社会互动性。知识建构离不开具体情境和与他人交流。有意义的数学学习情境能调动学生积极性,让其体会知识现实意义。交流合作中,学生接触不同观点和解题方法,思维碰撞使认识更清晰、纠正错误,从而优化重构认知结构,这对培养学生数学应用、创新意识和交流能力十分重要。

二、不同学段素养发展的递进性

小学数学核心素养的培养是连续的、逐步加深的过程,它和学生年龄、认知发展水平相关。按照义务教育数学课程标准的精神,各个学段的培养目标各有侧重,但是又构成了一个螺旋式上升的整体,很好地体现了素养发展的递进性。下表为小学各学段核心素养的发展重点:

小学各学段数学核心素养发展侧重点

学段	主要特征与认知特点	核心素养培养侧重点
低学段	具体形象思维为主，依赖直观感知和直接操作	感性积累，萌发兴趣；培养数感、量感、几何直观、空间观念的基础。
中学段	思维由具象向抽象过渡，理性萌芽，初步分析、比较、综合和推理	理性萌芽，习惯养成；发展运算能力、推理意识；符号意识、模型思想开始萌芽。
高学段	抽象思维发展迅速并逐渐成熟，能进行复杂逻辑推理和形式运算	抽象思维发展，综合应用；提高分析解决现实问题能力；培养应用意识、创新意识。

从上表可以看出，不同学段的素养培养目标呈现出清晰的递进关系。

（一）低学段：感性积累与兴趣萌发

低学段（一、二年级）是儿童开始学数学、核心素养萌芽的重要时期。此阶段儿童以具体形象思维为主，学习靠直观感知和直接操作。素养培养主要是通过数学活动，让他们在感性层面初步认识数学世界，激发对数学的兴趣。

本学段数感、量感、几何直观和空间观念培养是基础。教师要创设大量直观学习情境，用数小棒、摆积木等操作让学生认识 100 以内数，培养数感；通过脚步量教室、瓶盖盖课本等活动，让学生感受长度、面积，培养量感；从触摸、搭建、分类物体开始认识图形，在游戏中感受点、线、面、体特征，发展几何直观和空间观念。

该阶段教学不应过早要求计算速度和技巧，应关注学生是否喜欢参与数学活动、是否愿意表达对数学的理解。教师更像组织者、引导者，用故事、游戏、任务让学生感受数学好玩。“玩中学、学中乐”体验是保证学习积极性、为后续学习和素养发展打情感基础的重要因素。

（二）中学段：理性萌芽与习惯养成

进入中学段（三、四年级），学生思维从具体形象思维向抽象逻辑思维转变，是理性思维萌芽阶段。虽认知仍需具体物体支持，但已能进行初步分析、比较、综合和推理。此阶段数学核心素养培养重点是引导学生有条理思考，养成认真审题、清晰表达、规范书写、自觉检验等学习习惯。

本阶段，运算能力和推理意识培养很重要。运算教学重心由理解算理、掌握算法转为准确、灵活运算。以多位数乘法为例，学生会竖式计算后，要引导其发现、理解乘法分配律等运算定律以简便运算，提高运算能力。推理方面，教师要引导学生说理，阐述解题思路。探究规律教学不能仅停留在发现规律，要让学

生解释规律成因。

同时,符号意识、模型思想开始萌芽。学生学会用符号表示未知数,解决应用题时用方框或字母表示未知量,用线段图分析数量关系,这表明他们开始研究问题背后的数量关系和变化规律,是建立数学模型思想的开端。教师应引导学生用不同方法表征问题,体会数学符号、图表的简洁性和概括性,为高层次抽象思维发展打基础。

（三）高学段：抽象思维与综合应用

高年级（五、六年级）小学生抽象思维发展加快且渐趋成熟,可脱离具体事物进行复杂逻辑推理与形式运算。本阶段数学核心素养培养目标是深化学生抽象思维,提高其运用数学知识与方法分析、解决实际问题的能力,即培养数学应用与创新意识。

抽象思维发展主要体现在理解较复杂的数学概念及关系,如因数与倍数、分数与百分比、正比例与反比例的关系。教学中引导学生分析复杂数字与现象中的数学本质并提炼概括。学习比例时,要引导学生理解其作为对应关系的本质,在现实情境中识别和应用比例关系,加深对模型思想和推理能力的理解。

综合应用能力培养需打破知识点壁垒,加强知识点间及与现实生活的联系。教师可设计综合性、实践性、探究性的项目式学习活动。如以家庭一个月水电费为对象开展数据调查与分析,学生综合运用统计图表、平均数、百分比等知识收集、整理、分析数据并提出节约建议。通过此类活动,学生各方面能力得到锻炼和提高,体会到数学的价值和力量。

第三节 差异性培养的理论依据

一、因材施教思想的现代演绎

“因材施教”是古代中国教育思想中的瑰宝,在历经千年的洗礼之后,在现代教育背景之下依旧散发着智慧的光芒。主张教育要以学生的实际情况为出发点,承认并尊重个体差异,用多种方法引导教育。在小学数学教学中,这就意味着教师不能用一刀切的标准化模式来对待学生,而应该了解每一个学生认知特点、思维习惯、知识基础,从而进行有针对性的教学设计和个性化辅导。

（一）孔子教育思想的当代价值

孔子被奉为因材施教思想的集大成者，他的教育实践给现代差异化教学提供了一份非常有启发性的历史参照。据《论语》记载，孔子对不同的弟子提出的关于仁的疑问给出了不同的回答，这正是因为他对于每个弟子的性格、学识和志向有很深的了解。该种教育智慧对于现今的小学数学课堂有很强的现实指导意义。教师应当效仿孔子，成为学生学习过程中出现的疑问和亮点等现象的观察者、理解者，精准地把握住每个学生的疑问与亮点。

孔子的教育目的是培养全面发展的人，而不是培养只会一种技能的“器”。这就给我们的启示是：数学教育不应该仅仅停留在知识的传授和解题技巧的训练上，而应该着眼于学生数学核心素养的综合培养，即逻辑推理、数据分析、应用意识、创新精神等各个方面。不同的学生有不同的特点，培养的侧重点也应有所不同。思维活跃，富有想象力学生多设探究性的、开放性的题，鼓励他们大胆猜想、勇于创新；学习习惯好、计算能力强的学生应该引导他们去探寻数学知识的内在规律与结构，培养科学精神。

（二）尊重学生个体差异的教育伦理

尊重学生的个体差异，既是现代教育伦理的基本要求，也是开展差异化培养的道德基础。每个学生都是一个独特的生命个体，生来就存在着不同的潜质、兴趣和发展的速度。教育的使命就是发掘并培养这些多元潜能，而不是把它们生硬地“削足适履”，强行塞进一个僵化的模式里。小学数学教学中尊重主要指包容、关注学生各种不同的学习方式、认知水平、情感需求。教师应该认识到学生在数学学习中表现出的快慢、好坏不是衡量学生水平的标准，而只是个体差异的自然流露。因此，教育者有责任给每个学生创造一个包容、支持、安全的学习环境，使学生在各自的起点上都能取得进步，体验到学习数学的乐趣和成就感，从而保护和激发学生内在的学习动机和自信心。以尊重为基石的教育本身就是一种深沉的人文关怀，它并不只是知识的传授，而是直接指向健全人格的养成和发展。

（三）促进每一个学生发展的公平观

差异性培养所追求的并不是结果的均等，而是起点和过程的公平，其最终目的就是促进每一个学生个性化的发展，这与现代教育公平观的深刻内涵不谋而合。真正的教育公平不是指所有的学生达到同样的水平，而是在承认和尊重个体差异的基础上，给每个学生提供最适宜其发展的教育资源和机会。这就意味着教育理

念要从“保障所有学生享有平等的受教育权利”提升为“保障每个学生都能获得使自己潜能最大限度发挥的教育”。

在小学数学课堂中践行这一公平观，要求我们必须打破“一把尺子量到底”的僵化评价体系。

1. 机会公平的实现：教师应当设计多层次、可选择的学习任务，保证不同水平的学生能参加到有意义的活动当中。无论是基础不好的学生，还是学有余力的学生，都能从中找到适合自己难度的挑战，并且获得成功的体验。

2. 过程公平的保证，在教学过程中教师要对不同的学生给予不同的关注和支持。对学习有困难的学生要给予具体的、及时的“脚手架式”的指导；对学有余力的学生要给与更广阔的探索空间和更高阶的思维挑战，以免出现“吃不饱”导致学习兴趣下降的情况。根据不同的情况采取不同的对待方式，差别化的策略实质上是为了达到更高的公平程度，使每一个学生都能从教育过程中获得最大的收益。

二、最近发展区理论的指导意义

（一）确定学生现有发展水平

最近发展区理论的出发点是准确地界定学生的两种发展水平：一是“现有发展水平”，即学生能够独立完成任务的水平；二是“潜在发展水平”，即学生在别人的帮助或合作下能够达到的水平。两者之间所处的区域称为最近发展区，其核心概念如表所示。

最近发展区理论核心概念表

概念	定义	特点 / 意义
现有发展水平	学生能够独立完成任务的水平	学习的起点，个体的独立能力
潜在发展水平	学生在他人指导或同伴合作下能达到的水平	通过教学和互动可达到的最高点
最近发展区	现有发展水平与潜在发展水平之间的区域	教学干预和学习发生的最佳区域

准确诊断学生知识储备、思维能力和技能掌握情况，是进行差异性教学的前提。若不了解学生水平，教学起点过高会让学生望而却步，过低则使学生枯燥，无法有效促进智力发展。因此，教师要综合多种方法对学生现阶段发展水平进行动态评价，如课前预习反馈、课堂观察、提问互动等。学习新几何概念前，教师可布置简单动手操作任务，观察学生应用图形知识情况，判断其空间想象能力；

讲解应用题时，通过作业错误类型发现学生理解题意等方面的困难。评价不应仅停留在甄别层面，更应具诊断性和发展性，目的是为后续教学决策提供依据。只有清楚学生真实学习起点和具体需求，教师才能设计出满足全体共性需求、照顾个体差异的差异化教学方案，使教学有的放矢，精准作用于学生最近发展区。

（二）潜在发展水平与教学引导

明确学生目前水平之后，教学的主要任务就是帮助学生跨越最近发展区，达到潜在发展水平。这并不是简单的知识传授，是教师、同伴、教学资源、学生四者共同作用的结果。维果茨基认为，恰当的教学能产生“最近发展区”，从而促进学生的发展。在小学数学课堂上，这就意味着教师要成为学生思维的引导者和促进者，通过精心设计的问题、启发性的点拨以及及时恰当的示范来激活学生的思维、激发学生探索未知的潜能。

教学引导的艺术就在于它的“适度”原则。过度帮助会剥夺学生独立思考、解决问题的机会，使学生产生依赖心理；而帮助不够，则会使学生在遇到困难的时候失去信心，放弃尝试。因此教师提供的引导应该像脚手架一样，在学生需要的时候给予及时的支持，待其能力提升之后再逐步撤回。教师在引导学生解决复杂实际问题的时候，可以先让老师引导学生逐步阅读题目、圈出重要的词来初步了解题目的意思。在理清了思路之后，就应当放手让学生独立地去计算并检查结果。在这个过程中，教师的“扶放”恰到好处，既帮助学生克服了障碍，又最大程度地锻炼了学生独立解决问题的能力。

（三）跳一跳摘桃子的教学支架

“跳一跳摘桃子”是对“最近发展区”理论最形象的比喻。它体现的是教学任务的设计要具备一定的挑战性和激励性，既能够有效地调动学生学习的积极性，又不能超出现实能力范围而使学生感到遥不可及。为了帮助学生成功摘到桃子，教师需要给学生搭建起各种形式的“教学支架”。支架是一种临时的，帮助学生完成不能独自完成的任务而设置的一种支持结构，从而实现从现有的水平向潜在的发展水平的过渡。

小学数学差异化教育的实践当中，教学支架的形式也是多种多样的。这些支架的设计要具有针对性、灵活性，能够适应不同的学生、不同的任务，在恰当的时候逐步撤除，最终促进学生独立、自主的发展。

1. 给学生提供丰富多样的学习材料与工具：教师根据学生不同的认知水平，

给学生提供不同的学具或者辅助材料。在教授分数概念的时候，为形象思维占优势的学生准备分数条、圆形分割板等直观教具帮助学生形成对分数的直观形象；抽象思维占优势的学生提供数轴模型，引导学生理解分数的数值意义。

2. 设计分层递进的问题链，用一系列由浅入深、层层递进的问题来引导学生一步步探究问题的本质。这样一种“搭梯子”的提问方式，把一个复杂的宏大问题分解成学生可以解决的小问题，从而有效地降低了认知负荷，使学生在解决一连串问题的过程中，逐渐对复杂概念形成深刻的认识。

3. 组织合作学习、同伴互助，维果茨基认为，和能力更强的同伴合作学习，对个体发展有积极作用。小组成员能力水平有高低之分，相互启发可以促进优势能力的形成。学习有困难的学生可以从同伴的讲解和示范中得到具体的帮助；而学有余力的学生在向别人解释知识的过程中，加深了自己对知识的理解，同时提高了自己的表达与反思能力。在此过程中，教师应该起到组织者、协调者的作用，保证小组讨论的顺利进行。

第四节 国内外研究现状述评

一、国际差异化教学研究趋势

（一）美国教育科学研究院的个性化教育研究

美国是差异化教学理念发源地，受实用主义哲学影响，研究系统、科学。美国联邦政府教育科学研究院起关键推动作用，用专项资金引领个性化教育科研与实践。主要研究创建以数据为驱动的个性化学习模型，即利用信息技术追踪学生学业、认知、兴趣，分析学习过程数据，为学生创建动态学习路径与资源推荐。在此模式中，技术嵌入教学决策，成为实现大规模个性化因材施教的“智能伙伴”。相关研究重视实证依据，教育科学研究院要求资助项目严格实验设计与效果评估，催生分层教学等基于证据的差异化教学方法。这些方法需依学生预评估结果灵活调整教学内容、方法与成果展示，为不同层次学生提供恰当挑战。研究趋势表明，美国欲将个性化教育变为可操作、测量、优化的科学体系，为班级授课制下的个体差异难题提供新技术途径。

（二）欧洲个别化教学模式的探索

与美国侧重技术、数据驱动不同，欧洲各国个性化教学实践更具人文主义色彩，重视学生主体性。许多欧洲国家在统一课程框架下，给教师和学生较大自由度，以内部差异化满足学生需求。如德国，“内部差异化”是教学原则，鼓励教师在同一课堂给不同学生布置不同学习任务和材料，让学生围绕同一主题学习，重点培养学生自主学习能力与合作精神。

以芬兰为代表的北欧教育模式将个别化支持提升到新高度。芬兰教育理念是“一个都不能少”，教学实践具有高灵活性和及时支持系统的特点。课堂多采用项目式、探究式学习，学生可根据兴趣选课题、决定成果表达方式。学生遇困难时，学校会启动由班级老师、特殊教育老师、心理专家组成的支持小组进行个别辅导。这种模式相信每个学生有发展潜力，教育应创造包容、支持性环境，激发内在学习动机，实现人的全面发展，而非仅追求学术分数提高。

（三）国际数学教育评价（如 PISA）的启示

国际学生评估项目等大型教育评价给考察各国数学教育质量与公平性提供参照系，其对于数学素养的界定以及评价方法，给差异化教学的设计和执行带来很多启示。PISA 所倡导的数学素养指的是学生在真实情境中建构、应用、解释数学的能力，要求远高于传统的数学知识和技能的考察。它要求学生能发现现实问题背后的数学关系，用数学思维进行理性判断和选择。

这为差异化教学实践提供了宝贵的启示：

1. 差异化教学目标要和素养培养要求一致。教学不能仅仅满足于使不同水平的学生掌握不同难度的知识点，而应该致力于使所有学生，不论基础如何，都能够运用数学来解决实际问题的能力。这就意味着教学设计不能仅仅依靠课本，要创设丰富多样的生活化、情境化的问题。

2. 差异化任务设计可以参考素养水平的划分。PISA 把学生的能力划分为不同的等级，很好地体现从做简单的计算到建立复杂的数学模型的层级。按照该框架教师可以设计出不同的认知深度问题，引导学生由模仿解决问题到创造性地建构、反思发展，使差异化教学更科学、更有针对性。

3. 评价结果重视教育公平。PISA 数据分析一再证明，优秀的教育系统可以同时达到质量和公平。学生家庭背景对于学业成绩影响越小，教育系统整体表现通常越好。这说明，分层、分组不合理会固化学生的差异，造成教育不公。差异

化教学应该以每个学生获得最大发展为根本目的，不能有任何形式的标签化、永久性分流。

国际教育评价对差异化教学的启示概要表

启示方向	具体内容	关注点
目标设定	培养解决实际问题的能力	素养导向，而非知识点掌握
任务设计	借鉴 PISA 能力等级划分	提供不同认知深度的问题
教育公平	避免固化差异与标签化	促进所有学生全面发展

国际教育评价对差异化教学的启示概要可见上表。

二、国内核心素养与差异化研究进展

（一）核心素养落地的本土化实践

数学核心素养的提出，是数学教育从“知识本位”向“素养本位”的重大转变。将数学抽象、逻辑推理、数学建模等高度概括的核心素养，转化为可以观察、可以培养、可以评价的课堂教学行为，就是目前本土化实践探索的主要任务。大部分研究都以素养为导向来进行教学设计。这些研究不再把教学目标仅仅定为掌握某一个知识点，而重视学生在解决问题的过程中体验数学思想形成的过程、积累基本活动经验。有研究在低年级阶段用“说数学”等形式培养学生的逻辑表达能力和初步的抽象思维能力。另外一些研究者设计了以真实问题为起点，综合多学科知识，在项目实践中发展学生数据分析与数学建模素养的主题探究活动。

各种实践研究大多重视情境的创设以及思维外显。研究者探索怎样把抽象的数学概念和学生的生活经验、中华优秀传统文化和社会发展问题联系起来，创设出能激起学生探究欲望的真实问题情境。同时利用小组讨论、成果展示、学习档案等手段，使学生能够将内心的思考过程清晰地表达出来，教师就可以观察到学生思维水平的发展而不仅仅是答案的对错。从重视“学会”到重视“会学”的转变，为差异化培养学生的各种核心素养奠定了基础，教学的重点不再是对所有学生统一灌输知识，而是给不同思维品质的学生留有多种探究空间和个性成长支持。

（二）小学数学分层教学的研究现状

分层教学是实施差异化教学的一种操作模式，在国内已经有二十多年的实践与研究历史，是解决班级内部学生差异的经典策略。早期的分层教学研究多按照学生的学业成绩将学生分为 A 组、B 组、C 组等固定组别，并且给不同组别的学

生布置不同的难度的教学内容以及作业。在一定程度上克服了“一刀切”教学模式的弊端，但是由于分层固化、标签效应等问题，许多实践已经偏离了因材施教的原则。

随着对差异教学理念认识的加深，近些年来研究趋向于更加灵活、动态的分层。研究者以及一线教师都在尝试使用班内分层、动态分层等更加细致的方法。所谓班内分层就是指学生仍然在原班级上课，教师主要通过课堂提问、练习设计、小组合作、课后作业等方式对班级进行分层处理，使得所有学生在学习相同的基本知识的基础上，根据自己的能力做不同的拓展或者巩固。动态分层指层次是变化的，教师根据学生在各个知识模块上的表现好坏来调整学生的层次，打破了“一次分层终身定”的局面。更多的研究把学生认知方式、思维特点等作为分层依据，分层教学又回归到尊重学生的个性差异上来。研究程度的不断加深，体现了我国小学数学教育不断追求个性化、公平性的努力。

（三）差异化评价体系的构建研究

评价是教学的指挥棒，传统的、单一的以终结性测试和分数为依据的评价体系，就是制约差异化教学深入发展的主要瓶颈。以核心素养为导向的教学改革必然要引起评价体系的变革。目前，国内关于差异化评价的研究正在从“怎样评价”和“评价什么”两个方面寻求突破，试图构建起全方位、动态的能够反映学生数学素养发展全过程的多元评价体系。

就评价而言，研究的重点也由终结性评价转向过程性评价。研究者认为评价应该贯穿学习的全过程，可以采用课堂观察、学习档案袋、项目作品、学生互评等手段来获得学生学习过程中表现出来的证据。通过建立学生发展性评价档案，对学生的思维亮点、困难、改进过程等各方面进行记录，形成学生素养发展的立体画像，而不仅仅是一个简单的分数。伴随着人工智能等技术的发展，利用大数据对学生在线学习行为进行分析，及时反馈个性化评价也成为了新的研究热点，为大规模的精细化过程评价打下了基础。就“评什么”而言，评价内容正努力摆脱对知识记忆的考查，转而考查核心素养。评价标准不能只有一种，应该更加注重学生思维是否深刻、逻辑是否严密、表达是否清楚、运用是否灵活。有些研究尝试以核心素养的发展水平作为评价量规的基准，对学生在各个素养方面从“初步感知”到“灵活运用”的不同表现层次进行详细说明，为教师提供更加具体可行的评价标准，使评价真正促进每一个学生个性化的发展。

第五节 核心素养与课程标准的关系

一、课程标准对核心素养的要求

（一）课程目标中的素养导向

当代课程改革的核心转向是以核心素养为统领重构课程目标体系。课程标准不再局限于知识与技能的单向传递，而是将学生发展置于中心位置，强调通过学科教学培育学生适应终身发展和社会发展需要的必备品格与关键能力。这一转变体现为课程目标从“双基”（基础知识、基本技能）到“三维目标”（知识与技能、过程与方法、情感态度价值观），再到以核心素养为统摄的整合性目标结构。例如，《义务教育课程方案（2022年版）》明确提出各学科课程要围绕核心素养设计目标，使学生在真实情境中综合运用所学解决复杂问题。这种素养导向的目标设定，不仅明确了“教什么”和“学什么”，更聚焦于“如何用”和“为何用”，从而引导教学从碎片化知识传授走向整体性素养生成。课程目标的素养化重构，也促使教师重新审视教学设计逻辑，由关注知识点覆盖转向关注学生认知结构、思维品质与价值观念的协同发展。

（二）内容标准蕴含的素养价值

课程内容标准是实现核心素养落地的关键载体，其组织逻辑与呈现方式深刻影响着素养培育的实效性。新课标在内容选择与编排上注重学科本质与生活世界的联结，强调大概念、跨学科主题和实践性任务的设计，使知识学习成为素养发展的支撑而非目的本身。例如，语文课程强调“语言建构与运用”“思维发展与提升”等素养维度，其内容标准通过任务群形式组织学习内容，引导学生在真实语境中开展阅读、写作与表达；数学课程则通过“数与代数”“图形与几何”等领域的整合，突出模型思想、推理能力和应用意识的培养。这种内容标准的素养化设计，打破了传统学科知识的线性排列，转而构建以问题解决为导向的知识网络，使学生在探究、协作与反思中实现知识的意义建构与迁移应用。内容标准所蕴含的素养价值，不仅体现在显性的学习要求中，更渗透于隐性的思维方式与价值取向之中，为素养导向的教学提供结构性支持。

（三）学业质量标准的素养界定

学业质量标准是连接课程目标与教学评价的桥梁，其核心功能在于以可观察、

可测评的方式界定学生不同学段应达到的核心素养水平。新课标突破了以往以知识点掌握程度为唯一依据的评价范式，转而采用“素养表现性描述”的方式，明确学生在完成特定学习任务后应展现的能力特征。例如，科学课程的学业质量标准不仅关注学生是否掌握实验操作步骤，更强调其能否基于证据提出假设、设计探究方案并进行批判性反思。这种基于素养的学业质量描述，为教师提供了清晰的教学反馈依据，也为学生自我监控学习进程创造了条件。同时，学业质量标准还体现出层级性和发展性，既设定基础性要求以保障教育公平，又预留高阶发展空间以支持拔尖创新人才培养。通过将核心素养转化为具体的学业表现指标，课程标准实现了从“教—学—评”一致性向“素养—任务—证据”一致性的深层转型。

二、差异性培养与课标理念的契合

（一）面向全体与尊重差异的统一

现代课程标准在坚持“有教无类”教育公平原则的同时，充分承认学生个体在认知风格、兴趣倾向、发展节奏等方面的多样性。新课标强调“面向全体学生”的基本立场，并非要求所有学生以同一速度、同一方式达成统一目标，而是通过设置基础性、共同性的素养底线，确保每位学生获得必要的发展保障；在此基础上，通过弹性化的内容安排与多元化的学习路径，支持学生根据自身特点实现个性化成长。例如，艺术课程标准既规定所有学生应具备的基本审美感知与文化理解能力，又鼓励学校结合地域文化资源开发校本课程，满足不同学生的艺术表达需求。这种“保底不封顶”的设计理念，体现了教育公平与个性发展的辩证统一，使课程标准成为包容差异、激发潜能的制度框架。

（二）不同学生达成课标的路径差异

核心素养的形成具有高度的情境依赖性与个体建构性，这意味着学生达成课程标准的过程必然呈现多样化路径。课标不再预设唯一的“正确答案”或标准化的学习流程，而是倡导基于真实问题的任务驱动、项目式学习、合作探究等教学方式，为不同学生提供适切的学习支架与发展空间。例如，在信息技术课程中，有的学生可能通过编程项目展现计算思维，另一些学生则可能通过数字媒体创作体现信息社会责任；二者虽路径不同，但均指向课程所要求的核心素养。教师需依据学生已有经验与学习风格，灵活调整教学策略，提供差异化支持。这种对路

径多样性的认可，不仅契合建构主义学习理论，也呼应了新时代对创新型、复合型人才的需求，使课程实施真正成为因材施教的实践场域。

（三）弹性课程实施与课标落实

课程标准的刚性要求与教学实践的灵活性之间并非对立关系，而是通过“原则性指导+弹性空间”的机制实现动态平衡。新课标在明确素养目标与质量底线的同时，赋予学校和教师充分的课程实施自主权，鼓励结合地方实际、学校特色和学生需求进行创造性转化。例如，综合实践活动课程并未规定具体内容，而是提供主题方向与实施建议，由学校自主开发贴近学生生活的项目；道德与法治课程则倡导将国家课程与地方德育资源有机融合，增强价值引导的针对性与感染力。这种弹性实施机制，既保障了国家育人方向的一致性，又释放了基层教育创新的活力，使课标从“文本规范”转化为“实践智慧”。在差异性培养理念下，课程实施不再是机械执行标准的过程，而是教师基于专业判断不断调适、优化育人策略的创造性劳动，从而实现核心素养在多样生态中的真实生长。

第二章 小学生数学核心素养的差异性表现

第一节 数学思维能力的个体差异

数学思维是数学核心素养的灵魂，它决定学生对数学知识理解的深浅，也决定学生用数学方法解决问题的广度。小学阶段是学生数学思维能力发展的关键时期，也是学生个体差异最明显、最普遍的时期，主要表现在逻辑推理、直观想象、数学抽象这三个方面。这些差异具体表现如下表所示：

小学生数学思维能力差异表现

维度	能力强学生的表现	能力弱学生的表现
逻辑推理能力	推理严密，归纳演绎灵活，多步推理思维跨度大	推理随意，固着于单一方式，多步推理易中断
直观想象能力	空间观念建立快，几何直观清晰，图形操作灵活	空间观念形成慢，几何直观模糊，图形操作僵化
数学抽象能力	概括速度快，概念理解深广，能把握本质属性	概括速度慢，概念理解肤浅，易受非本质干扰

一、逻辑推理能力的深度差异

（一）归纳与演绎能力的倾向性

归纳、演绎属于逻辑推理中的两种基本方式，小学生的这两种方式运用存在明显的差异。部分学生更擅长归纳推理，可以从一连串具体、特殊的数学事实或者例子（如几个连续的等式、一组变化的图形）中发现它们背后所隐含的共性规律或一般结论。此类学生在探索性学习活动中一般表现活跃，可以很快地做出猜想。例如观察从1开始的连续奇数求和，可以很快得出“从1开始的连续奇数的和等于奇数个数的平方”这样的规律。

但是另一些学生在演绎推理方面更有优势。他们可以以已有的定义、公理、法则或者已被证明的定理为出发点，经过一步或者几步合乎逻辑的推导，来证明或者判断一个具体的命题是否正确。面对像“所有的偶数都是2的倍数，46是偶

数,所以46是2的倍数”这样的典型演绎推理问题,学生能够清楚地把握大前提和小前提的关系,从而得出正确的结论。由于这两种能力的倾向性不同,学生面对不同的数学任务时解决问题的途径和效率也不同,有的在探索规律方面游刃有余,有的在运用规则进行精确计算或证明方面更加出色。

（二）合情推理的严密性程度

合情推理包含归纳、类比,它是学生在数学学习中产生猜想、发现规律、提出问题的重要思维方式,也是创造性思维的源泉。小学生用合情推理时思维过程的严密程度存在较大的差别。一些学生进行的合情推理具有较高的合理性、逻辑性,通过对一定数量的典型观察对象的分析得出猜想,这样的猜想更接近数学本质。探究三角形内角和时,他们不会只测量几个锐角三角形,还会主动去测量直角三角形、钝角三角形,甚至用撕纸拼接的方式进行验证,从而得出三角形内角和是180度这一普遍性猜想,其推理过程体现出初步的严密性。

但是另一些学生的合情推理则很随意、草率。他们由于一两个特殊的事例就轻易推广到一般情况,或者类比的时候没有认识到事物之间本质上的差异,从而造成结论片面或者错误。由正方形周长是边长的4倍类推推出长方形周长等于长和宽的4倍,这就是一种不严密的类比。推理严密性不同,学生数学猜想的质量就不同,进而影响到学生将来用严格证明来检验猜想的意识和能力。严密性强的学生能够提出有研究价值的数学问题,严密性差的学生容易陷入思维定势或者产生错误的数学认识。

（三）多步推理的思维跨度差异

解决复杂问题时需要学生进行多步连续的推理。不同学生在这个过程中所能驾驭的思维跨度,也就是连续思考的步骤数和逻辑链的长度,存在较大的差别。思维跨度大的学生可以把复杂的问题拆解成若干个互相联系的子问题,以最终目的为导向,有条理、分层次地推进多步推导,环环相扣。可以预见后续思路,即使中间步骤繁杂,也能保持思维的连续性、方向性,在复杂的逻辑关系中不会迷失。如解“鸡兔同笼”这类经典问题时能熟练运用假设法,经过从假设全是鸡→计算总脚数→和实际脚数比较→发现差的原因→求出兔、鸡数量的一系列推理步骤。

思维跨度小的学生只能完成一步或者两步简单的推理。当遇到需要多于两步的逻辑转换问题的时候,就会感到力不从心。他们的思维容易被打断,不能把前一步推理的结果作为后一步推理的已知条件。多步推理中会忘记最初的目的,或

者混淆各个步骤之间的逻辑关系,造成推理过程支离破碎,最终不能得出正确的答案。思维跨度的不同,又成为学生数学解题能力分化又一大内在因素。

二、直观想象能力的表现差异

(一) 空间观念建立的快慢

空间观念就是根据物体的特征抽象出几何图形,根据几何图形想象出所描述的实际物体;能想象物体运动、图形运动和变化的能力。小学生形成空间观念的速度有较大的个体差异。一部分学生能够很快地在头脑中形成物体的三维表象,能对物体的位置关系、形态变化做出正确的想象。面对由几个正方体搭成的立体图形,他们能很快从正面、上面、侧面想象出所看到的形状,并可以根据三视图还原出原来的立体模型。学习平移、旋转、轴对称等图形运动时,该类学生可以轻松在脑海里“播放”出图形变换的过程。他们对于方位、位置的感知更加敏锐,能很快地理解地图上的方向,也可以根据前后左右等描述在头脑中建立起物体间的相对位置关系图。

另一些学生在这方面就比较慢。他们很难脱离实物或者教具来进行空间想象,头脑中的图形表象是模糊的、不稳定的。要他们依据三视图去想象立体图形的构成,或是推断一个正方体展开图折叠后的情况,对他们来说是极大的挑战。由于空间观念建立的快慢不同,所以学生在学习立体图形的认识、测量、位置与方向等内容时,接受程度、理解水平也不同。

(二) 几何直观的清晰度水平

几何直观是用图形来表示和解析问题的能力,能够直观地表现出数学对象的性质和关系。小学生的几何直观清晰度水平差别较大。部分学生几何直观能力强,可以画图辅助思考,画出能反映问题本质的清晰、准确的示意图或线段图。解决“和差”、“倍数”等应用题时,他们画出的线段图能清楚地表现出各个数量之间的关系,使抽象的数量关系变得直观可见,解题思路也一目了然。在几何题目中,他们可以找到复杂的图形中的基本图形,并且能准确的添加辅助线将隐藏的条件、关系呈现出来。

而另一些学生几何直观比较模糊。他们画出的图形比例不协调、关系错乱,不能帮助思考,反而会妨碍思考。在理解、运用数形结合思想时会遇到障碍,不能从图形中提取有用的数学信息,也不能把代数问题转化为几何图形来直观理解。

以学习圆面积公式的推导为例,当学生对圆切割、拼接成近似长方形的过程直观较强的时候,他就能想到无限分割之后的图形趋于长方形的形状,从而深刻体会到公式的来源;但当学生对直观能力较弱的时候,可能只能记住该操作过程中的步骤。清晰的差别影响着学生使用数形结合思想解决问题的能力 and 效率。

(三) 图形转换与操作的灵活性

图形转换与操作能力即学生对图形进行平移、旋转、缩放、分割、组合等操作的动态能力,它要求学生不能只静态地认识图形,而应该能灵活、动态地处理图形。学生在这一方面表现的差别也很大。灵活性强的学生,思维具有很强的可塑性,可以在头脑里对图形进行各种变换。计算不规则图形的面积时,他们能熟练地使用割补法、平移法等办法把不规则图形转化为已知的规则图形来计算。他们可以分辨出复杂的组合图形由哪些基本图形构成,也可以把某个基本图形通过变换看做另一个图形的部分。

而灵活性较差的学生思维就会变得僵化。他们看待图形的视角比较单一、固定,不能想象图形经过变换后的新状态。对于需要分割或者重组的图形问题,他们无从下手,不知道怎样移动或者拆分才能使问题简化。在学习轴对称图形时,只能认出竖直或水平的对称轴,对倾斜的对称轴辨认起来比较困难。操作灵活性的不同决定学生解决几何难题、培养几何变换思想的能力高低,是几何学习中能力分层的重要原因。

三、数学抽象能力的层次差异

(一) 从具体到抽象的概括速度

数学学习的过程是由具体到抽象的过程。在这个过程中,学生概括形成数学概念和法则的速度也存在着不同的层次。有些学生能从众多的具体例子中很快地去除非本质的细节,抓住其中的数学本质。在教授乘法交换律的时候,学生通过具体的算式 $3 \times 5 = 15$ 、 $5 \times 3 = 15$ 、 $4 \times 6 = 24$ 、 $6 \times 4 = 24$ 等很快摆脱具体数字的束缚,敏锐地认识到交换两个因数位置积不变的规律,用字母 $a \times b = b \times a$ 来抽象表示。从具体的算式到符号化的表达,他们完成得很快、很自然。

但是另一些学生需要经过一个更长、更曲折的抽象过程。他们要接触大量的、各种各样的具体例子,在教师反复引导、比较之后才能逐渐领悟其共性。他们的思维很容易固定在具体的数值、物品或者情境上,不能摆脱具体事物的束缚。对

他们来说,由三个苹果、五个苹果直接过渡到 $3+5$,最后再过渡到抽象的数,跨度已经不小了。概括速度的快慢直接决定学生新知识的学习效率和数学概念系统。

（二）数学概念理解的深度与广度

数学概念是数学知识体系的基础,学生对于数学概念理解的深浅程度存在着较大的差别。真正深刻理解的学生,不单是对概念的定义有所记忆,更能对概念的内涵和外延有深刻的认识。他们可以复述概念、举出概念的典型事例与反例,并且能辨析相近概念的差异。质数学生知道质数是只有1和它本身两个因数的数,能理解1不是质数、2是唯一的偶质数等深层次知识,并能应用到分解质因数等后续学习中。他们可以将概念放在更宽广的知识网络里,认识它和其它概念(因数、倍数、合数)之间的联系,建构起知识网络。

相反的是理解肤浅的学生,他们只是把概念的定义机械地、表面地记忆。他们对于概念的理解是孤立的、零散的,没有把握住概念的本质。就概念内涵而言,他们只会死记硬背定义,不能举一反三。判断一个对象是否属于某个概念范畴的时候,由于忽略了定义中重要的限定词而产生错误。判断0是不是自然数的时候,由于不了解不同版本教材中自然数定义的演变而产生混淆。理解的深浅、广度决定学生数学基础知识是否牢固,能否进行知识迁移和运用。

（三）本质属性把握的准确性

数学抽象的核心就是把握事物的数学本质属性,舍弃其非本质属性。小学生间的差异很大,直接体现出了抽象能力的好坏。能力强的学生就像拥有慧眼,可以拨开层层现象,直接看到事物的本质数学特征。面对各种不同颜色、大小、材质的球体、正方体时,他们可以很快地忽略这些非本质属性,把它们归类为“球体”、“正方体”等几何概念。分类活动中能够按照形状、数量等数学属性来进行分类,不能用颜色、用途等非数学属性来分类。

能力差的学生容易被事物的非本质属性所迷惑、所干扰。他们的思维很容易停留在事物的表面和直观的特征上,不能够进行抽象的、深层次的思考。当他们面对各种物体进行分类的时候,会先根据“红色”、“蓝色”、“能滚动的”、“不能滚动的”这些非数学标准进行分类。对于“数”的抽象概念,他们常常把数字和它所代表的具体事物(3个手指、3支笔等)联系起来,不能认识到3作为一个独立于具体事物的抽象数量而存在。把握本质属性的能力,是衡量数学思维水平高低的一个重要标准,也是培养学生模型思想等高阶素养的重要一环。

第二节 数学学习风格的分类特征

一、感知通道风格的差异

（一）视觉型学习者的图像识别优势

视觉型学习者主要是通过视觉通道来感知和处理信息的，他们对于图像、图表、符号、空间关系等都是天生的。这类学生有很强的图像识别、空间想象能力，在数学学习上他们善于用观察来学习，能很快从几何图形、函数图像、统计图表中找到重要信息，从而建立起直观的认知模型。对他们来说，一张清晰的图示比一大段文字更具有说服力，也更容易记住。学习分数的时候，视觉型学习者看到圆形或者矩形被分成图形的时候，就能很直观地理解部分和整体的关系，很好地掌握分数的概念。同样，在鸡兔同笼这类经典的题目中，他们会用画图的方法来表示鸡和兔，分析数量关系，找到解题的突破口。

在教学实践中如果能利用视觉型学习者的优势，就会极大地提高学生学习数学的兴趣和效率。教师讲解抽象的数学概念时，应该尽可能多地使用多媒体课件、实物模型、彩色粉笔和生动的板书设计，把数字、符号、公式转化成生动的图像。讲解长方体的表面积时，老师可以将一个长方体纸盒展开，让学生亲眼看到它的六个面之间的关系，视觉冲击力比较强，学生能够产生深刻的印象。引导学生自己动手画思维导图、知识结构图或解题流程图，也是将复杂的数学知识体系化、图像化的好办法，既可以锻炼学生的归纳总结能力，又可以加深学生对知识的理解和记忆。

视觉型学习者需要一个整洁、有序且有大量视觉元素的学习环境。混乱的板书、单调的呈现方式都会影响学生的注意力，降低学习效果。所以教师在教学设计时要注意视觉的清晰度和美感，善于运用色彩、线条、空间布局来突出重点、理清思路。给学生提供丰富的视觉材料，使学生用视觉化的方法解决问题，很好地发挥视觉型学习者的图像识别优势，把形象思维转化为强大的数学思维，促进学生数感、量感、空间观念等数学核心素养全面发展。

（二）听觉型学习者的语言逻辑偏好

听觉型学习者依靠听觉、语言交流来获取和处理信息，他们的听觉记忆、语言逻辑能力比较强。对这些学生而言，在数学课堂上，教师的口头讲解、语言的

抑扬顿挫、逻辑性的言辞表达等很容易引起他们的注意。他们可以通过认真听老师分析、指导，在脑中形成问题逻辑链条，再用复述、讨论、提问的方式加深理解。听觉型学习者把数学公式、定理看成冰冷的符号，认为数学公式、定理是用语言逻辑严密推导、生动阐释出来的知识体系。

这些学生在讨论、辩论上有较高的兴趣。学习运算定律的时候，听觉型的学生会更多地参加小组讨论，用自己语言来表述乘法分配律，和同伴之间交流分析概念，理解。他们擅长把抽象的数学知识和生活语言环境联系起来，或者采用编纂口诀、歌谣的方式记忆复杂的公式、法则，用括号里先计算、乘除法在前边、加减法在后边的口诀来记忆四则混合运算的顺序。将数学知识“声音化”、“语言化”的过程，就是他们内化知识的重要途径。

所以，以听觉型学习者对象的教学实践中，教师要充分地发挥出语言的魅力和逻辑的力量。教学中重视语言的准确性、逻辑性、生动性，用富有感染力的讲解、循循善诱的提问来激发学生的思考。创设小组讨论、合作探究、课堂辩论等活动，给学生提供充分的“说”数学、“听”数学的机会，使学生在语言的碰撞中产生思维的火花。教师可以让学生把解题思路大声说出来，也可以让学生当“小老师”向同学解释某个概念，既可以考查学生对知识的掌握程度，又可以锻炼学生的表达能力、逻辑推理能力。单纯用静默练习的学生效果不好，采用录音、有声读物等听觉材料或者安静的环境下默读，可以提高他们注意力、增加学习效率。

（三）动觉型学习者的操作体验需求

动觉型学习者指的是那些需要亲身参与、动手操作、身体力行才能理解、建构知识的学生。对他们而言，最有效的学习方式就是做中学。这类学生在数学学习过程中，对于静态的听讲、观察容易产生厌倦感，必须依靠实际的触摸、移动、测量、建构来体会数学概念的本质。抽象的数字、符号只有和具体的操作活动相结合才能被他们所理解、吸收。

动觉型学习者在课堂上表现出的好动其实是投入学习的表现。他们的动手能力很强，有很强的实践探索精神。

1. 在学习几何图形的时候，要亲自摸、搭模型，用折叠、旋转、拼接等方式去感受图形的特征。探究圆的面积时，让他们把圆剪开拼成近似的长方形，这样他们就能直观地理解公式推导的原理，任何语言文字的描述和图示都无法达到这样的效果。

2. 在学生形成数的概念时，用计数棒、算盘、数字卡片等教具的操作体验数的分与合，这是培养学生的数感、运算能力的有效途径。

3. 对于应用题，动觉型学习者喜欢用角色扮演的方式模拟问题情境，在学习购物相关的数学问题时，可以创设一个模拟超市，让学生扮演顾客和收银员，在真实的买卖过程中学习和运用货币知识。

因此，对动觉型的学习者来说，其教学策略要以实践性、体验性为主。教师要设计出各种各样的动手操作活动，把抽象的数学知识融入到具体的、可以感知的任务当中。提供充足的学具和材料，积木、七巧板、量杯、天平等，让学生在玩中学习，在操作中发现规律、验证猜想。课堂教学中可以加入数学实验、实地测量、数学游戏等多种形式，使学生在运动、操作中保持高度的注意和参与度。学习平均数的时候，可以让他们用移动不同容器中的水量来直观地体会移多补少的过程。

动觉型学习者的学习过程就是一种身体的记忆。他们依靠动作来思考，依靠体验来记忆。教师评价他们的时候，应该更多地关注他们操作过程中表现出的探究精神、解决问题的能力，而不能只看最终的笔试成绩。创建允许探索、鼓励动手、充满活力的学习环境，可以有效地激发动觉型学习者的探究热情，使动觉型学习者的充沛精力转化为对数学世界的无限好奇心和创造力，在实践中培养动觉型学习者的数学核心素养。

下表总结了感知通道学习风格的主要特征：

感知通道学习风格特征对比表

学习风格	主要感知方式	学习优势	典型表现	教学策略建议
视觉型	视觉信息（图像、图表、符号）	图像识别、空间想象、快速理解直观模型	善用图示、思维导图；理解分数概念、鸡兔同笼问题	多媒体、实物模型、板书、视觉化工具
听觉型	听觉信息（语言、声音、节奏）	听觉记忆、语言逻辑、通过交流深化理解	倾向讨论、复述；编口诀记公式；理解运算定律	准确生动讲解、小组讨论、朗读、有声材料
动觉型	身体参与（动手、操作、体验）	实践探索、操作感知、做中学	亲手搭建模型、测量；用角色扮演理解应用题	动手操作、学具材料、数学实验、情境模拟

二、信息加工风格的差异

（一）场独立型与场依存型的解题特点

场独立型和场依存型是心理学家威特金提出的认知风格理论。场独立型和场依存型指的是在信息加工时对外部参照的依赖程度不同。在小学数学学习尤其是问题解决过程中，这一差别更加明显。场独立型学生属于内部定向者，处理问题时，很容易把问题中重要的要素从复杂或有迷惑性的背景信息（即场）中抽离出来，更多地依靠自己内在的认知结构、逻辑分析能力来组织信息、构建解题思路。善于抽象思维和分析，不容易被无关信息所影响。在几何学习中，他们可以很快地从复杂的镶嵌图形中找到基本的图形，在解应用题时，也能忽略冗长的故事情节，准确地抓住数量关系。

相反的是场依存型学生，他们更像外部定向者，他们的认知活动很大程度上是受外部环境信息和情境线索影响的。他们更倾向于把问题看作一个整体来感知，不容易把问题的各个部分分开。解题时更多地依靠教师的引导、同学的问题所呈现的情境。社交敏感，交际能力好，在合作学习中表现出色，会察言观色、接纳别人的意见。结构清晰、过程明确的教学内容有利于学生跟随、模仿，但是当遇到需要独立分析、重新搭建的复杂任务时，就容易出现困难。面对一道经过变式或者情境包装的应用题，他们由于不能摆脱表面信息的束缚而找不到解题的切入点。

（二）冲动型与沉思型决策风格

冲动型和沉思型是按学生在问题解决过程中反应速度、准确性不同而划分的认知风格类型。由此也影响了学生在数学学习过程中所做的选择和最后的学习效果。冲动型的学生在做数学题时最突出的特点就是反应快，但是错误率很高。背后是审题不充分，没有注意到题目中重要的或者隐含的信息，或者是凭感觉、经验进行简单判断。多步计算时急功近利，不注意运算顺序；解决应用题时，没读完题目就开始根据熟悉的数字或者词语列算式。

沉思型学生和冲动型学生正好相反。他们面对问题时，花的时间多，分析思考多，反应慢一些，但是决策准确率高。他们会仔细地阅读题目，反复推敲问题中的每一个信息，系统思考多种解题途径，在头脑里对这些途径进行评价和筛选，最后才谨慎地做出决定。经过深思熟虑的加工方式，能够使他们对问题的本质有

更全面的把握，有效地防止由于草率而造成的错误。沉思型的学生在面对一些比较复杂的，需要严密逻辑推理的题目时一般会表现得更好，成功的可能性更大。对待学习的态度比较严谨，但是过于谨慎而显得犹豫不决，在有时间限制的测试中也会产生压力。

在教学过程中，对于这两种不同风格的学生要采取不同的引导方法。对于冲动型学生来说，核心就是培养其慢思考的习惯以及自我监控的能力。教师可以教给学生一些审题的策略，比如指读题目、圈画关键词、口头复述题意等，迫使学生放慢速度，保证信息的全面接收。解题后引导学生进行检查、验算，是发现错误、纠正错误、反思思维过程的有效方法。在肯定沉思型学生严谨态度的同时也要鼓励其适当冒险、提高解题的信心和流畅性。限时练习可以提高反应速度，鼓励学生大胆尝试探索性问题，不必要求每一步都正确，找到一种最准确、最高效的平衡点。

（三）整体性与系列性加工策略

整体性加工策略与系列性加工策略是学生在组织、处理信息时的两种不同的倾向。两种策略没有优劣之分，但是它们体现的是学生在建构数学知识体系、解决数学问题时的思维路径的差异。整体性加工策略的学生，在面对新的数学学习任务的时候，会从宏观的角度把握整体框架和主要思想，先形成一个自上而下的全局性的认知地图。该类学生善于联想、发散思维，能很快在不同的知识点之间建立起联系，形成一个大致的轮廓。在学习一个单元的时候，他们就会先浏览整个单元的目录、标题，了解本单元将要学习哪些核心内容以及这些内容之间的联系，然后再去学习每一个具体的知识点。

系列性加工的学生则相反，他们更多地采用自下而上、线性的、序列化的处理方式。按照按部就班、循序渐进的原则，一个细节一个步骤地学习，直到完全掌握一个知识点之后，才进入下一个知识点的学习。他们的思维过程有条理、有顺序，重视逻辑的连贯性、步骤的正确性。解决问题时严格按照逻辑顺序一步一步地推导出答案。稳扎稳打的方式使他们能很好地完成程序化、步骤化的数学任务，比如多位数乘法运算或者解出有固定模式的应用题。能够准确无误地完成每一个步骤，不出现错误。

第三节 数学问题解决能力的层次差异

一、问题表征方式的差异

（一）文字理解与信息提取能力

数学问题一般用文字的形式来表示，良好的文字理解、信息提取能力是打开解题大门的第一把钥匙。学生在这方面的差异形成了问题解决能力的第一层次的分化。这不单是要求学生认识字词，更深层次的要求就是学生能透过文本表面的叙述，准确地发现文本里蕴含的数学关系和运算指向。

能力强的学生面对文字问题时，有很强的信息筛选、整合能力。可以快速浏览题干，排除和数学核心无关的干扰信息，准确地找到关键词，比如“增加到”和“增加了”只差一个字，但是本质是不一样的。他们善于把分散在各句话中的条件连接起来形成一个逻辑链，即使遇到叙述方式比较复杂、曲折的题目也能很快把握整体结构和主要数量关系。该类学生基本上已经具备了读懂数学文本、从数学文本中提取数学模型所需数学阅读能力。

与文字理解、信息提取困难的学生不同的是。他们阅读问题时一般逐字逐句，很容易被一些无关紧要的情景细节所迷惑，不能提炼出真正有用的数学信息。他们对于数字和单位很敏感，但是常常忽略或者误解连接这些数字的关系词。在多步应用题中，学生只能提取局部孤立的条件，不能把它们有机地组织在一起进行思考，这就很容易造成解题思维断开甚至一开始就偏离题目的开始。造成这种差异的根本原因，就是学生能否把日常生活语言顺利地转化为严谨的数学内部语言。

（二）数量关系图示化的能力

将抽象的数量关系用画图等方式进行可视化、具象化，是小学生解决数学问题，特别是复杂应用题的一种非常重要的方法。图示化能力既是对理解的一种辅助，又是深入思考的一种体现。学生能否主动、准确地使用图示来表征问题，直接体现学生思维由具体形象到抽象逻辑过渡的好坏。

数学思维水平较高的学生，在面对复杂的数量关系的时候，一般会主动地、创造性地使用图示化的策略。不拘泥于教材里常见的小棒图，而是根据题目具体情况选择适合自己的集合图、示意图或者列表来进行思考。他们所画的图示结构清楚、关系明确，可以正确反映题目中各个量之间的包含、并列、比较等关系。

对于他们来说,画图并不是一件额外的事情,而是一种内在的思维过程,是整理思路、找到解题关键的一种方法。用图示的形式将复杂的问题直观地表现出来,其中隐含的等量关系也变得一目了然。

一部分学生处在中间发展阶段,具备一定的图示化能力,但是主动性差,准确性有待提高。学生常常要等老师明确要求或者提示之后,才会尝试画图。绘制时需要老师不断引导和纠正,才能比较准确地表示出数量关系。他们的图示比较刻板,缺乏针对性,只是机械地模仿范例,没有真正把图示作为推动自身思考的工具,导致图示与解题过程存在一定的脱节。

图示能力较差的学生会感到非常困难。他们一般会直接对题目中出现的数字进行计算,认为画图是浪费时间,甚至不知道从何入手。即使被要求画图,他们也只是简单地罗列数字,或者画出与数量关系不符、比例严重失调的图形。不但不能帮助学生理解题意,还会干扰学生思维。这就说明他们的思维仍然停留在比较初级的、依靠直接感知的阶段,不能建立起符号、图形、抽象数量关系之间的稳定联系。

(三) 问题复述与转化的水平

问题复述和转化可以检验学生是否真正理解问题。要求学生用自己语言重新表述问题或者把原问题变成更简单、更熟悉的形式。直接体现了学生对于问题本质的理解程度以及思维的灵活性。

学生在此项能力上的差异,大致可以划分为以下几个水平:

1. 水平高的学生可以对问题进行深层次的处理和再构造。他们不仅能够简明扼要的复述题目所给出的信息,抓住题干的主要矛盾,还能将问题的表达方式灵活地转变。他们可以把复杂的行程问题简化成单一的追及或相遇模型,也可以把鸡兔同笼的问题用假设法重新表述,从而把抽象的数学结构从具体的情境中抽离出来。转化能力体现了学生初步的数学建模思想,可以在不同的题目间建立联系并活学活用。

2. 中等层次的学生可以比较完整地复述出问题的原始信息,能说出已有的条件和需要解决的问题。但是他们复述时还是以原题的字句为主,没有个性化的提炼和概括。在问题转化方面,能在教师的指导下理解和完成一些简单的转化,比如把减法问题变成加法问题。他们对问题的理解是正确的,但是不深入,思维的灵活性和抽象概括能力有待提高。

3. 初层次水平的学生在问题复述上存在很大的困难。他们常常机械地、一字不落地背诵原题,一旦要求用自己的话来表述,就会出现语无伦次、漏掉重要信息、曲解数量关系的情况。这就说明问题信息并没有在他们的头脑中形成一个有意义的整体,而只是作为零散的碎片被短暂地记住。由于找不到各种问题形式下共同的数学本质,也就不能独立完成问题的转化。

二、解题策略选择的差异

(一) 算法多样化与最优化的选择

小学数学中很多问题都有多种解法,即算法的多样化。比多样化更高一个层次的要求,是根据问题的具体条件以及自身的认知特点,从多种算法中选择一个相对最优的方案。学生之间存在的差异,实际上体现的是学生思维的经济性原则以及评价反思能力。

具有较高数学素养的学生头脑里一般都会储存着很多算法库。面对一个问题的时候,能很快想到多种解题途径。对于简单的“和差问题”,既可以用算术方法解决,也可以画出线段图解决,甚至能用含有未知数的等式求解。他们最不愿意接受的是找到一个办法就心满意足,而会比较不同的算法的好坏。他们会考虑哪一种方法步骤最少、出错的可能性最小,哪一种方法适用的范围最广,从而作出最佳的选择。追求最优解的意识,说明学生已经从一个单纯解题者成长为有意识的数学思考者。

中等水平的学生也会有不同的解法,但是这些解法在他们的知识体系里往往是孤立存在的,并没有有机地联系在一起。选择算法的时候,不是以最优为标准,而是根据直觉或者选择最近学习、练习最多的方法,带有一定的随机性、盲目性。尽管最后能够解决问题,但是过程中有可能走弯路,用繁琐的或者效率低的方法来解题,在解题过程中也缺少主动地监控、评价自己解题过程意识。

解题策略单一的学生就存在明显的思维定势。他们倾向于把每一种题型和某一种解题办法固定在一起,形成一种“一个萝卜一个坑”的僵化模式。他们的安全感依靠的是严格遵守标准程序来获得。当问题情境或者设问方式发生改变,使他们熟悉的算法不再适用的时候,他们就会手足无措。此类学生很少主动去探索其它可能性,也很难理解不同的算法之间的内在联系,对于“算法优化”的概念更是陌生且难以掌握。

（二）常规模式与创新思路的运用

数学学习过程，不只是对常规解题模式的掌握，而且是去探索、创新未知问题的过程。学生面对一般问题与非常规问题时的不同反应，就直接体现了学生思维广度和创造性水平。掌握常规模式属于基本素养，创新意识才是一种高级素养的体现。

能力全面的学生可以高效地识别并运用各种常规模型，也能在面对新问题的時候表现出思维的独创性。他们熟悉各种典型的数学模型，例如植树问题、盈亏问题等，可以很快地将问题“对号入座”，然后使用经典的策略来解决。但是他们的思维并不被这些固有的模式所束缚。面对没有现成模式可以套用的新问题时，他们不会轻易放弃，而是调动各种基本的数学思想，比如转化、类比、归纳、假设等等，从不同的角度去尝试，形成新的解题思路。他们喜欢挑战性的问题，把解决非常规问题当作一种乐趣。

很多学生更擅长按常规路径去做。他们在模仿与掌握方面表现得很好，对于老师反复讲解并练习过的典型题目，可以做到举一反三、熟练解题。他们的优点是精确性好，速度较快。这类学生的学习方式很大程度上依靠的是归类和记忆。因此当遇到结构稍有变化或者全新的开放性问题时，就会感到无能为力、不知所措。习惯性地用记忆中的某个模型去套用，如果套不上就会陷入僵局，不能独立分析问题，创造性地解决问题。

（三）逆向思维与发散思维的灵活性

逆向思维、发散思维是两种重要的创新思维形式，二者一起构成了思维灵活性的主要部分。逆向思维就是从结论或者目标出发，反向推导出需要的条件或者初始状态；发散思维是围绕一个题目，从不同的角度、不同的层次去寻找多种解决办法或者可能性。这两种思维能力是评价学生思维是否深刻、是否具有创造性的重要标准。

思维灵活的学生可以就问题特征，在正向思维、逆向思维之间进行切换。他们解决还原问题或者验算的时候，可以很自然地运用逆向推导的逻辑。对于条件或结论不唯一的开放性问题，能充分发挥发散思维的优势，有条理、无遗漏地找到所有可能的答案，甚至可以由一个情境提出多个有价值的数学问题。他们的思维是多向的、非线性的、活跃、富有探索性的。

相反的，学生养成了单向、线性的正向思维模式，即只知道已知推未知。该

种思维方式在解决大量常规、封闭性问题的时候是有效的，但是也固化了他们的思维路径。当他们要从结果倒推原因的时候，就会产生逻辑上的混乱和不适。开放式问题会让他们感到不安，因为他们的习惯是追求标准答案，找不到最明显的一个就不知道怎么办。单向性、收敛性很大程度上阻碍了数学思维向更高的层次发展。

学生数学问题解决能力差异表现概览表

维度	高水平学生表现	中等水平学生表现	初水平学生表现
问题表征能力			
文字理解与信息提取	快速筛选，精准提炼核心信息，构建逻辑链条，具备数学阅读能力。	易受无关信息干扰，对关系词敏感度不足，局部提取，思维易中断。	逐字逐句，无法提炼关键信息，对关系词忽略或误解，无法组织整体。
数量关系图示化	主动创造性运用多种图示，结构清晰，关系明确，视为思维工具。	被动画图，准确性待提高，刻板模仿，图示与思考脱节。	认为画图浪费时间，或画出与题意不符的图形，干扰思维。
问题复述与转化	简洁明确复述，灵活转化问题形式，具备初步建模思想。	完整复述原始信息，以原题字句为主，转化需引导，思维灵活性不足。	机械背诵，无法用自己的话表述，信息碎片化，不能独立转化。
解题策略选择			
算法多样化与优化	拥有丰富算法库，能比较评估，选择最优解，有经济性原则。	算法孤立，选择随机盲目，易走弯路，缺乏监控评价意识。	思维定势，一题一法，情境稍变即手足无措，不理解算法优化。
常规模式与创新	高效运用常规模型，面对新问题能独创思路，调动多种数学思想。	善于模仿和掌握典型题，结构稍变或开放性问题即无力，依赖归类记忆。	难以识别和运用常规模式，更无创新思路，固守已知套路。
逆向与发散思维	正逆向思维灵活切换，开放性问题能系统寻找多种可能，思维多向。	习惯单向正向思维，从结果倒推易混乱，开放题不安，追求标准答案。	仅能进行单向正向思维，无法倒推，面对开放性问题不知所措。

从以上学生数学问题解决能力差异表现概览表可看出，学生在数学问题解决能力的各个方面即问题表征、选择解题策略都存在分层现象。差异不是简单的能力强弱之分，而是在思维品质、认知习惯、策略运用等诸多方面表现出的差异。教师在教学中应该充分认识这些差异，用精心的设计和引导来使不同层次的学生各自获得成长与进步。

第四节 数学情感态度的多样性表现

一、数学学习动机的差异

（一）内部动机与外部动机的驱动

小学生数学学习动力来源存在较大的个体差异，主要是内部动机和外部动机的驱动。内部动机来源于学生对数学活动本身的好奇心、求知欲，当学生被数学知识的奥秘、解题的乐趣和挑战所吸引的时候，就会产生强大的内驱力。由内在兴趣驱动的学习行为往往更持久、更富有探索性，学生因为欣赏到优美的数学公式或者解出一道难题而心情愉悦，进而更加热情地去学习。缺少内部动机的学生在学习上表现出较低的投入度以及满意度。外部动机是由于外部的奖励或者惩罚、社会评价而产生的。为了得到老师的表扬、父母的奖励、同学的羡慕，或者避免考试不及格带来的惩罚，都属于外部动机。许多学生学习数学的动力来自于期望将来能找到一份好工作，或者满足父母“成为工程师是值得骄傲的事”这样的期望，这些都清楚地体现了外部动机的作用。有研究表明，从小学到中学阶段，学生内部动机呈持续下降趋势，与学校环境越来越重视评价、规矩、竞争不无关系。随着年级的升高，教育的重点也从重视学习过程转向评核成果，学生更倾向于受外部因素的驱动。确实有研究表明11岁学生数学学习的内在动机比15岁学生高，说明年龄和动机类型变化的关系远比想象中的要复杂。在教学实践中，教师和家长应该认识到，外部动机在某一时间段内可以起到一定的激励作用，但是效果是短暂的。过分地依靠外界的奖励会减弱学生对于数学本身的兴趣。因此教育者所面临的重要任务就是，怎样引导学生使学习动力由外在驱动转变为内在驱动，即通过创设生动有趣的学习情境、展示数学在生活中的广泛应用等各种方式，使学生真正体会到数学的魅力，从而点燃他们内在的学习热情。

（二）自我效能感的高低水平

数学自我效能感，即学生对自己能否完成数学任务、学好数学的自信程度，是影响学生学习数学的行为以及成绩的重要的个人因素。信念上的差别，直接导致学生面对数学难题时态度和行为大相径庭。数学自我效能感高的学生对自己数学能力有积极预期，相信通过努力就可以掌握知识，解决难题。由内而生的自信心，使学生在学习中表现出更强的主动性、参与度，选择任务时敢于去挑战，面

对困难时更有坚持性。研究表明，学生的自我效能感水平越高，就越容易取得好的学业成绩。成功的解题经验会加强学生的胜任感，从而形成一个良性循环，高自我效能、高努力、高成就、更高自我效能。对学习过程有更强的掌控感，对数学的态度也更积极。数学自我效能感低的学生对学习数学能力持怀疑甚至否定的态度。有失败的恐惧感，在数学上有畏难心理，面对困难容易退缩，遇到难题就放弃。不自信会大大降低其学习投入，甚至造成学习拖延。课堂上他们表现出来的是一种被动的、沉默的、不敢提问的行为，害怕自己的无能被暴露出来。长此以往，他们面对自己本来可以完成的任务也会因为预期的失败而不去尝试，从而陷入低自我效能、低努力、低成就、更低自我效能的恶性循环中。影响学生自我效能感的因素有很多，包括自身成功与失败的经验、他人榜样示范、社会说服以及个体的情绪和生理状态等等。教师的支持在这里起着非常重要的作用。教师的鼓励、信任、创设支持性的教学环境，对学生自我效能感的提升起着非常大的作用。有研究显示，随着年级的升高，数学课程难度增大，教师的支持对学生自我效能感的积极作用也越大。

（三）成就归因方式的倾向

学生经历数学学习成功或者失败之后，对于结果原因的解释方式，即成就归因，都会影响到他们未来学习期望、情绪反应和行为。根据心理学家韦纳的归因理论，学生一般把成败的原因归结为能力、努力、任务难度、运气这四个主要方面。归因因素可以从原因的内外性、稳定性和可控性这三个方面来分析，具体的分类和属性见下表。

学生成就归因维度与常见因素表

归因因素	内外性	稳定性	可控性
能力	内部	稳定	不可控
努力	内部	不稳定	可控
任务难度	外部	稳定	不可控
运气	外部	不稳定	不可控

因此学生的归因倾向存在巨大差异，形成了积极归因和消极归因两种典型的模式。持有积极归因的学生一般被称为成就型学生。他们把成功归因于内部的、不稳定、可控的因素，即自己的努力。即使失败了，也会把原因归结为努力不够、方法不合适等内部的、不稳定的因素，而不是简单地认为自己天生愚笨。这样归

因可以保持积极的自我评价、对将来成功的期望,把失败看成是需要加倍努力的信号而不是对能力的终极评判。把失败归因于努力不够的思维方式,有利于学生在受挫之后迅速振作,继续投入学习。相反的是消极归因的学生,心理学家称之为避败型学生或者具有习得性无助特征的学生,其归因模式与前者大相径庭。他们一般把成功归因于外部的、不稳定的因素,比如运气好、题目简单。因此,即使成功了也很难获得成就感和自信心,因为他们认为成功不是由自身能力决定的,也不能复制。而一旦失败,就会将其归结为内部的、稳定且不可控的因素,即能力不足。他们就会产生缺乏数学天赋,产生羞愧、无助、绝望等一系列的负面情绪。由于能力是稳定的、难以改变的特质,学生会对未来的数学学习产生悲观预期,认为无论如何努力也无法改变失败的命运,进而导致学习动机降低,甚至彻底放弃学习。研究结果证明,持积极的数学归因观的学生,其数学焦虑水平低,数学态度积极,数学成绩也高。教师的反馈对学生归因模式的形成起着重要的作用,有目的地进行归因训练,使学生把失败的原因从能力欠缺转变为努力不足,从而有效地改变其学习动机。

二、数学学习价值观的差异

(一) 对数学实用性的认识

小学生对于数学实用性的认识存在较大的差异,从而影响到他们学习数学的内在动力以及态度。一部分学生能够清楚地认识到数学在日常生活、未来社会中所具有的广泛的应用价值,把数学看作一门非常实用的学科。购物计算、时间管理、物体测量等生活经验,可以让孩子直观地体会到数学的工具性作用。教师如果能够在教学中主动创设与生活紧密联系的问题情境,设计家庭预算、规划公园路线等,就可以使学生把抽象的数学概念同现实世界紧密联系起来,充分认识数学的实用价值。学生认识到数学是解决实际问题的有力工具之后,学习目标就会更加明确,学习兴趣也会更加浓厚,不再把数学看作是枯燥无味的符号游戏。另一部分学生对于数学实用性的认识是模糊且局限的。他们把数学学习仅仅看作完成学校任务的手段,为应试而学,很少去了解数学知识背后的应用场景。由于认知的不同,学生不能体会到学习数学的实际意义,从而产生学数学到底有什么用的困惑。有研究认为学生在学校环境里习得的规范化数学技能与实际工作、生活中运用的直观数学技能存在较大差异,这说明教育实践要更好地弥合这种差距。

帮助学生建立起数学与现实世界的联系,使学生认识到生活中处处有数学,对培养学生积极的学习价值观十分重要。

（二）对数学美学的感知体验

学生对于数学内在美感的感知和体验,是数学价值观里一个更深层次并且存在差异化的部分。数学本身就包含着许多的审美因素,例如概念的简洁美、公式的对称和谐美、证明的严谨逻辑美、图形的结构美等等。有些学生在教师的引导下或者依靠自身的敏感度,能体会到这种独特的美。他们可以从一个巧妙的解题方法中体验到创造的喜悦,也可以从简单的公式解释复杂现象的时候体会到数学的深邃与优美,更可以从几何图形的变换和组合里看到形式的美感。学习数学不只是为了求知,更是为了享受美,从而引起内心深处的学习兴趣。经过不断的审美体验的积累,最终可以形成稳定的数学审美能力。但是另一些学生却无法体会到数学的美学价值,在他们看来,数学是无趣的、抽象的、繁琐的、刻板的。部分原因在于传统的教学重视知识的灌输、技能的训练,但是忽略了数学文化、美学价值的挖掘和渗透。数学美不是依靠感官直接的刺激来感知的,它需要经过认知,穿透现象的遮蔽才能到达本质的和谐与澄明之境。引导学生感受数学之美,教师需要转变教学观念,在教学中有机关地把数学史、数学与艺术、自然联系的内容融入其中,使学生在探究规律、欣赏图形、理解概念的过程中慢慢形成对数学美的深刻认识。通过绘画、摄影等艺术形式来表现数学,也是培养学生发现和创造数学之美的有效途径。当学生能真正感受到数学无穷无尽的趣味性、无限的价值时,其学习态度就会发生质的转变。

（三）未来从事数学相关职业的意愿

虽然小学生对未来职业的畅想天真烂漫,但是他们在数学学习中形成的价值观,已经开始对他们的职业意愿产生潜在的影响。影响是不一样的,不同的个体。对数学有浓厚兴趣、价值观积极的学生会比其他同学更早地表现出对科学、技术、工程、数学等领域的向往。当他们明白到数学是许多科学研究和技术创新的基石时,就会萌生出成为科学家、工程师或者数据分析师的愿望。教师在课堂上讲数学家的故事,可以极大地调动学生求知的热情。这些故事既表现出了数学知识产生的过程,又表现出科学家们求真务实、不畏艰难险阻的求索精神,从而激发学生投身科学研究的志向。学生若能了解到数学在金融、信息技术、人工智能等前沿领域所具有的巨大应用价值,就会预见到学习数学的广阔前景,从而提高将来

选择从事相关职业的愿望。但是，那些经常在数学学习中受挫、无法体会到数学的价值学生，就会下意识地吧数学当作畏途，在憧憬未来的时候，也会倾向于避开那些需要大量使用数学知识的职业。早期消极的经历以及价值观会在无形的当中限制他们的职业选择范围，即使他们在其他方面具备从事这些职业的潜力。因此，在小学阶段利用多样化的教学活动和正确的价值观引导，使学生产生对数学的积极情感、正确的价值观，不仅是为了眼前学习成绩的好坏，也不仅仅是为了学生未来的个人发展，更是为了呵护学生未来无限的发展潜力，为学生打开通往更广阔职业世界的大门。

第五节 不同学段学生的素养发展特点

小学生各个年龄段身心发展的规律不同，也就决定了其数学核心素养形成和发展有明显的阶段性。深入分析这些特点，是实行差异化教学、促进学生个性发展的基础。本节从三学段出发，阐述素养发展的特点，为差异化培养体系的建立提供理论依据。各学段素养发展特点见下表。

小学生数学素养发展阶段特点表

学段	年级	思维特点	注意力 / 兴趣	数感 / 量感	其他发展
第一学段	1-2 年级	具体形象思维为主	注意力短、兴趣驱动	初步形成数感和量感	依赖直观操作
第二学段	3-4 年级	形象思维向抽象思维过渡	独立意识增强、学习分化	逻辑推理能力萌芽	需“搭桥”教学
第三学段	5-6 年级	抽象逻辑思维占据主导	批判性、创造性思维发展	综合问题解决能力	思维严谨性、深刻性

一、第一学段（1-2 年级）的素养特点

第一学段是学生数学学习的启蒙阶段，他们的思维方式、学习习惯、情感态度都具有低龄特征。该时期数学教育必须紧密联系其认知规律，用他们喜欢和理解的方式打开数学世界的大门，为其未来数学学习生涯打下坚实积极的基础，这一点十分重要。

（一）具体形象思维为主，依赖直观操作

刚踏入小学校门的一、二年级学生，他们的思维活动很大程度上仍然停留在

具体的形象层面,具有明显的“前运算阶段”的特点。他们对于世界的认识主要依靠看、听、摸等直观的感知来完成。对抽象的数学概念,仅仅依靠语言是很难建立理解的。没有具体的物体或者图像,他们就会迷茫和无助。理解 $3+2=5$ 需要看到 3 个苹果和 2 个苹果合起来是 5 个苹果或者通过掰手指来计算,不能直接进行抽象的符号运算。这是该年龄段普遍存在的思维特点,不能被理解为能力不足。

直观操作依赖性决定了该阶段的教学要以动手实践为主。教师应该给学生提供充分的、可操作的学具,如小棒、计数器、积木、七巧板等,让学生在摆弄、拼搭、测量的过程中亲自去感受数学知识的形成过程。学生在经过操作之后,把外部的动作转化为内心的思维活动,抽象的数学关系在具体的情境中变得可以理解、可以掌握。不注意此特点,直接用符号化的灌输式教学,不但效果不好,还会严重影响学生学数学的积极性和自信心,甚至造成数学焦虑。

因此在培养模型思想、运算能力等核心素养的时候,教学设计应该重视创设生动、具体的问题情境。在认识图形时,可以让学生从生活中常见的各种包装盒、玩具中寻找长方形、正方形,而不是一开始就给出定义。在教授加减法的时候设计小猴子分桃子、排队买票、商店购物等故事情境,学生在解决生活问题的过程中自然而然地体会运算的意义,数学素养便在具体形象的生活中扎根了,知识与经验有机地结合在一起。

(二) 注意力集中时间短,兴趣驱动明显

第一学段学生神经发育还不完善,有意注意持续时间一般只有 10 至 15 分钟。长时间、单调的听讲或者练习会使学生感到疲惫、厌烦,从而产生坐立不安、东张西望等注意力不集中的行为。他们的学习活动主要是被无意注意所控制,新颖的、有趣的、色彩鲜艳的东西很容易引起他们的注意。兴趣是最好的老师,也是促使学生参与学习活动的最重要的内在动力。当对某项活动失去兴趣以后,学习效率就会一落千丈,甚至产生抵触心理。因此教学活动设计要考虑趣味性、多样性。

因此教师在课堂教学中必须善于利用各种教学手段来激发、保持学生的兴趣。教学语言要生动活泼、富有趣味,不能是成人化的说教。教学环节的设计应该动静结合,张弛有度,在讲解之后穿插数学游戏、小组竞赛、动手操作、角色扮演等各种形式的练习,使学生的大脑在不同的活动方式下得到交替休息。利用多媒体课件展示动画、图片或者把数学知识融入歌曲、童谣、故事里,都是吸引学生注意的有效方式。差异化教学在这里表现为关注学生兴趣点的不同,给不同的学

生提供多样的学习路径和表现机会，比如有的学生喜欢绘画，可以让他们用画图的方式来表达对数学问题的理解，使每个孩子都能在自己感兴趣的领域里体验到数学的乐趣和成功。

（三）初步形成数感和简单量感

经过幼儿园初步接触、小学一二年级系统学习，学生开始对数有初步的认识，即数感。这并不是简单的会数数、会计算，而是一种对数的基本意义、相对大小、表示方式以及在生活中应用的内在、直觉性的把握。看到一堆糖果可以大致估计出糖果数量的范围，能够理解 5 既可以表示 5 个同学，也可以表示第 5 名，能够感知到 10 比 3 大很多，100 是一个比较大的数。

伴随着数感的发展，就出现了一种对量的初步感受，也就是量感。开始接触长度、质量、时间、人民币等计量单位，通过丰富的体验活动感受这些量的实际意义。用铅笔和尺子分别量课桌的长度，体会统一计量单位的必要性；用双手掂一掂一公斤棉花和一公斤铁块，对质量单位“千克”形成初步的、非抽象的认识；认识钟面、学习看时间，建立起初步的时间观念，并与自己的作息安排联系起来。

该阶段数感、量感的培养也需要生活实践、直观体验。教师要引领学生去关注生活中蕴含的数学信息，门牌号、公交车线路、商品价格、日历等，促使他们用数学的眼光去观察、描述身边的世界。在教学中，估算能力的培养尤其重要，它能很好地促进学生数感的发展。学习 100 以内数的认识时可以开展抓一把黄豆猜有多少粒的活动。看似简单的活动，却对培养学生对数与量有亲切感、奠定数学核心素养基础有无法计量的巨大价值。

二、第二学段（3—4 年级）的素养特点

三年级、四年级是小学生认知发展的重要转折期，也是第二学段。他们的思维、自我意识以及学习能力都在发生变化。本阶段的数学教学要把握好学生从具体到抽象、从依赖到独立的过渡特点，因势利导，使学生核心素养不断进阶，为以后的数学学习打下良好的基础。

（一）形象思维向抽象思维过渡期

三年级到四年级学生最明显的思维发展特点，就是从具体的形象思维过渡到抽象逻辑思维。他们不像低年级学生那样完全依靠实物、操作来思考，而是可以借助表象、图示、语言来进行思考。学生可以利用方阵图理解乘法交换律，不必

每次都用小棒摆。他们能够理解抽象的数学概念如平均数、周长、面积等，能做多步运算。此时期的思维既有形象性又有抽象性，是形象和抽象相交织的过渡。他们还需要直观的支持，但是已经能够并且愿意做初步的抽象概括。

过渡特征要求数学教学要架起从具体到抽象的“桥”。教师在教学中应该引导学生从具体的情境出发，经过数学建模的过程，最后达到抽象符号的理解。线段图、示意图、关系式等半形象、半抽象的工具在这个时期应该被广泛使用。在教学复杂的和差问题、和倍问题时，用画线段图的方式来分析数量关系，就成为帮助学生理清思路、建立方程思想的有效方法。小数、分数等抽象的概念教学要依靠充足的直观模型（在数轴上表示小数，用圆形图表示分数），利用生活中的实例来摆脱学生对具体实物上的依赖，达到思维层次上的飞跃。根据学生抽象思维发展的不同水平，给予不同层次的直观支持，有的需要实物，有的只需图示，这就是差异化培养的重点。

（二）独立意识增强，开始产生分化

年龄增长，认知能力提高，使得三四年级学生自主学习的能力越来越强，独立意识也越发明显。他们不再像以前那样事事都依靠老师，开始希望通过自己的思考和探索来解决问题，从中获得成就感。课堂上学生开始有自己的看法，敢于质疑老师。独立性的萌芽给培养学生创新精神、实践能力创造了极好的条件。

同时学生在数学学习上分化并且不断扩大。分化不单单体现在学业成绩上，更深层次地体现在数学思维品质、学习兴趣、自信心等各方面。

1. 部分学生思维敏捷，能够很快的掌握抽象的概念、进行逻辑推理，有较强的数学兴趣，希望能够接触更有难度的题目。

2. 另一部分学生由于前期基础不牢或者思维方式转换困难，开始对数学感到吃力，产生畏难情绪和厌学心理，自信心受到打击。

面对越来越大的差异，一刀切的教学模式显然是行不通的，甚至会加剧分化。差异化的教学这时就显得十分必要。老师用观察的方法，多样的评价方式，正确地认识学生长处与短板。教学中可以设置难易不同的练习题，组织合作学习小组，使不同能力的学生互相帮助共同进步；开展数学兴趣班或者进行个别辅导，满足优等生的发展需要与后进生的补差需要；使每一个学生在其最近发展区得到成长。

（三）逻辑推理能力开始萌芽

第二学段学生思维由形象向抽象过渡的时候，逻辑推理能力也开始萌芽。他

们不再只想要知道事物是什么,而是想要探究它的原因。在学习的时候学生会试着做一些简单的分析、比较、判断、推理。学完长方形周长公式之后,能推理出正方形是特殊的长方形,其周长公式也可以从长方形的公式推导出来;解决问题时,能条理地说明自己的解题思路和步骤。

初级逻辑推理大多表现为简单的归纳、类比。他们可以对一系列特例进行观察,从中发现规律并做初步的归纳。计算 $8 \div 2=4$ 、 $80 \div 20=4$ 、 $800 \div 200=4$ 等几个不同的“商不变性质”的例子,他们能模糊地感觉到被除数和除数同时乘或者除以同一个数,商不变的规律。他们能够进行简单的类比推理,把已经掌握的知识迁移到新的情境中。由整数加法的运算定律类推出小数加法的运算定律。这些都是逻辑思维发展过程中产生的火花。

教师应该敏锐发现学生逻辑思维的萌芽,细心加以保护。在课堂中应该设置探究性、开放性的问题,使学生大胆猜想并给出理由。讲解知识时不能只给出结论,要展示知识的来龙去脉和内在的逻辑关系,使学生知其然,更知其所以然。在讲解习题的时候不重对错,而重视学生思维表达的过程,发现学生思维的误区,从而提高学生的思维条理性 and 严谨性。经过有意识的训练,学生的推理意识和推理能力就会得到良好的发展,为更高阶段的数学学习打下良好的思维基础。

三、第三学段(5-6 年级)的素养特点

五年级、六年级是学生将要结束小学阶段学习的心理成熟时期。本学段是学生数学核心素养发展的综合提升期,学生的思维能力、问题解决能力、综合品质都会达到一个新的高度,为顺利衔接中学数学学习打下坚实基础,其重要性不言而喻。

(一) 抽象逻辑思维占据主导

与中低年级学生不同的是,第三学段的学生思维活动基本不再依靠具体的事物、直观的形象,抽象逻辑思维开始占主导地位。他们可以熟练地运用概念、判断、推理来进行思维和思考,可以理解、掌握更为复杂的数学知识,如负数、比例、方程等。他们不再依赖大量学具操作来建立数学模型,而是更多地用演绎推理和逻辑证明来推演。在理解用字母表示数的普遍意义的基础上,再进行代数式的运算和变形,就说明他们的思维水平实现了质的飞跃,由“算术思维”转向了“代数思维”。

这时的思维方式的改变使得数学教学应该更加重视思维的严谨性、深刻性。教学内容可以更加抽象,更具挑战性,教学过程更应该重视引导学生进行系统的分析、论证和反思。教师应该引导学生用准确的数学语言来表达自己的思想,养成言之有理、论之有据的习惯。在教学过程中适当引入一些初步的证明思想,用穷举法、反证法等解决一些简单的问题,使学生体会数学逻辑的力量和理性之美。对不同思维水平的学生来说,差异化主要体现在推理过程的详略和逻辑链条的复杂程度上,教师要给不同层次的学生提供不同的思维挑战,从而提高所有学生的思维品质。

（二）批判性思维和创造性思维发展

随着知识积累的增多,思维能力得到提高,五六年级的学生也不再满足于被动接受知识,自我意识、独立思考能力也有进一步的发展,批判性思维迅速发展起来。会审视书本知识、教师讲解、同学观点,敢于质疑,喜欢辩论。他们会考虑这个方法是不是最好的。老师的教学是不是完全正确、没有瑕疵的?他们不再盲从权威,还会追问还有没有其他的可能性。在小学语文教学中,课堂提问是激发学生学习兴趣、培养思维能力的重要手段

伴随着批判性思维的兴起,就是创造性思维明显提高。遇到数学问题时常常有新意、有独特性,寻求多种解法,追求最佳途径。开放性的问题可以从不同的角度提出创造性的解决办法。学生在计算不规则图形的面积时会想到分法、添补、平移、旋转等方法,甚至会想到等积变形等方法,思维的灵活性、创造性就是高阶思维能力的一种体现。

教师要重视并积极创设环境来培养学生的这两种高级思维品质。教学中不应只给学生一种“标准答案”的唯一途径,应该设置一些一题多解、一题多变的题目,让学生开展发散性思考。可以组织专题辩论会,圆的周长和面积哪一个在生活中应用更广泛,促使学生从不同的角度去思考问题。即使学生提出的是不成熟的质疑与想法也要给予尊重,鼓励他们去探索。营造民主、宽容、开放的课堂氛围才能激发学生批判性的思维和创新的火花,从而把数学学习从接受知识提升到智慧创造的层次。

（三）综合运用知识解决问题的能力提升

第三学段是学生系统掌握小学阶段全部数学基础知识的时期。随着知识不断丰富、认知水平不断提高,多领域、多模块知识综合分析解决问题的能力就越强。

他们所面对的不再是一个知识点对应的一个简单问题，而是需要调动数与代数、图形与几何、统计与概率等各方面的知识才能解决的综合性、应用性问题。此类问题既是对学生知识的考查，也是对学生信息处理能力、建模能力、策略选择能力的考查。

这种能力的提升，具体表现在学生解决问题的过程更加系统化和策略化。

1. 审题与信息提取，从复杂文本、图表、生活中的情境等中提取出关键的数学信息，排除无关的干扰，找到问题的重点。

2. 分析和建模：可以对问题中存在的数量关系或者空间关系进行深入分析，并转化为方程、比例关系、几何图形组合等数学模型。

3. 根据问题的特点，选择合适的解题策略（列表、画图、假设、倒推、转化等），有条不紊地执行解题计划。

4. 检验与反思，得出答案后，检验和反思结果的合理性，思考有没有更好的方法，使问题解决的过程成为一个闭环。

教师此时应该多给学生生活化、有真实背景的综合性的项目式学习任务，例如“家庭月度开支分析”、“校园绿化方案设计”等，让学生在实践中整合知识、锻炼能力，从而达到数学核心素养全面发展的目的。

第三章 差异化培养的教学目标设计

第一节 基于核心素养的目标体系构建

一、宏观层面：课程整体素养目标

（一）小学六年数学素养发展的总蓝图

小学六年数学素养发展的总蓝图，是按照学生认知发展规律，对数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算、数据分析这六个核心素养进行整体规划的成长路线图。这份蓝图用螺旋式上升的方式，给不同学段的素养发展设定了具体而连贯的期望。

低年级阶段的教学主要是以直观材料、生活情境为依托，培养学生数感、符号意识、空间观念、数据意识的萌芽。通过数数、分类、比较等活动，让学生对数学有一个初步的认识，知道数学的作用和乐趣。本阶段的主要任务就是激发学习兴趣，建立初步的数学直观。

随着年级的升高，在到了中年级的時候，素养目标就从具体的感知转向抽象的思维。逻辑推理、数学运算的重要性也越来越突出。学生要从具体的情境中提炼出数量关系，学会用四则运算解决实际问题，开始接触简单的几何变换、数据统计图表。教学目标的设计要促使学生由“只会计算”向“理解为什么这样计算”转变，培养初步的有条理的思维和表达能力。差异化是指给学生提供不同的策略来解决同一个问题，或者引导学生对问题进行更深层次的探究；而对另一部分学生来说，则更加注重基础运算的准确性和熟练度。

高年级为六大核心素养综合应用、初步整合的阶段。数学抽象、数学建模能力成为培养的重点。学生可以从实际问题出发，用数学建模的方法来解决问题，用学到的代数、几何、统计与概率的知识去分析结果是否合理。差异化目标设计更加复杂，既要给学有余力的学生留出探究开放性问题、开展跨学科项目式学习的时间，发展学生的创新意识和综合能力；也要为学习有困难的学生提供结构化的帮助，使他们掌握基本的概念和核心思想方法，保证获得基本的数学素养。六

年总蓝图就如一幅精心绘制好的画卷，使每个孩子都能找到适合自己的途径去攀登数学素养的高峰。

（二）数与代数领域的核心素养侧重

数与代数是小学数学的主要内容，它的核心素养的培养一直贯穿其中，随着年级的升高逐步加深，具有层次性、侧重点不同的特点。在宏观目标的设计中，该领域特别重视数感、符号意识、运算能力、模型思想逐级发展，以此为标准来设置不同的培养途径。

小学低段核心素养的重点是建立数感。目标设计就是让学生通过具体的动手操作和生活经验来认识数的意义，能估计数量、感知数的大小关系。一年级教学目标可以设定为：能结合实物数出 100 以内的数，能用数描述生活中事物。对发展较快的学生，可以引导学生思考百数表中隐藏的规律，既能保证基本目标的实现，又能给数感好、思维活跃的学生留出探究的空间。

中高年级的符号意识和运算能力培养的权重增大。符号意识不单是运算符号、关系符号的认识与使用，更是在此基础上对用字母表示数的理解，这是算术思维到代数思维的一次飞跃。教学目标由整数四则混合运算过渡到用字母表示简单的数量关系，并会解简易方程。差异化的培养就是对一部分学生来说，目标是理解方程的等价变形；对另一部分学生来说，目标就是运用方程思想解决更具挑战性的“鸡兔同笼”问题，初步感受模型思想的力量。

运算能力的培养不能只是单纯的技能训练，应该和数感、推理能力相结合。宏观目标是指学生在进行计算时，不能只满足于算得准确、算得快，还应该根据数据的特点和运算的情境来灵活地选择算法，进行估算，并能判断运算结果是否合理。学习小数乘法的基础目标是掌握计算法则，较高层次的目标是能够运用它来估计积的大小，并能解释为什么一个数乘以小数后结果会小于该数。融合素养的考量使得运算学习不再只是机械重复的智力活动，而成了有思维挑战性的智力活动，满足不同学生不同的思考深度。

（三）图形与几何领域的核心素养侧重

图形与几何领域旨在引导学生认识、理解、欣赏我们生活的空间，核心素养主要是空间观念、直观想象、几何推理的培养。宏观目标的设计要遵循由浅入深、由认识到应用的认知规律，为不同学生创建可供探索的几何世界。

小学阶段初期，需要完成空间观念的培养。教学目的主要是认识物体的形状、大小和位置关系。

图形与几何领域核心素养培养阶段性目标

阶段	核心素养侧重	典型教学目标示例	差异化培养举例
低年级	空间观念：认识物体的形状、大小、位置。	能辨认长方体、正方体、圆柱、球等，并从不同方向观察物体。	空间感强的学生：用积木搭建复杂结构，并尝试画出多视角视图。
中年级	图形特征探究：认识、度量、发现图形间联系。	知道三角形内角和为 180 度，并能进行验证。	基础：掌握定理。拓展：通过操作验证并尝试解释，进而探索多边形内角和。
高年级	几何推理：将定性表述转化为逻辑证明和计算。	理解圆面积公式的推导过程，并能运用公式解决实际问题。	基础：掌握公式应用。高阶：思考分割无限细的极限思想。

从上表可以看出，低年级学生要依靠观察、触摸、搭建等方式去认识常见的几何体和平面图形，形成基本的方位感。目的是可以辨认出长方体、正方体、圆柱、球等各种物体，能从不同的方向观察物体看到不同的形状。对空间感强的学生，可以让他们用积木搭建复杂的结构，然后试着从不同的角度画出自己看到的图形，在具体的操作中加深对直观想象的认识。

进入中年级，教学目标就重视对图形特征、性质的探究。学生需要认识图形，同时学会度量，还要发现图形之间的联系。以学习三角形为例，基本目标就是知道三角形内角和是 180 度；而拓展性的目标就是通过撕、拼、折、量等多种方法去验证三角形内角和的定理，并试着解释其中的原理，甚至可以引导学生思考四边形、五边形的内角和是多少，初步渗透归纳推理的思想。

高年级时，几何推理能力的培养就更加突出。学生要把图形的定性描述转成简明的逻辑证明、计算。宏观目标是使学生能够用学过的几何知识来解决实际问题，发展初步的演绎推理能力。学生在学习圆的面积时，要理解公式推导过程，用“化曲为直”的思想把圆转化成学过的平行四边形或者长方形。对思维水平较高的学生可以引导他们去思考分割成无限细会怎样，从而体会极限思想。层次化的目标设计，使每一个学生都能在自己的最近发展区内，体验几何学习的严谨与美感，逐步形成结构化的几何知识体系以及相应的素养。

二、微观层面：课时课堂素养目标

（一）课时目标的具体化与可测性

把宏观的素养目标转化为具体的、可测的课时目标，是差异化教学有效实施

的前提。抽象的“培养数感”“发展逻辑推理能力”等目标必须分解成学生在课堂上可以观察、表现、评价的行为。这就意味着课时教学目标要用精准的动词来表述学生的学习结果，而不是教师的教学过程。模糊的目标“让学生理解小数的意义”应该具体化为，学生能结合具体量（元角分、米分米厘米）说出一位、两位小数的实际意义；能用小数表示生活中的一些量；能在数轴上指出简单小数的位置并比较大小。这样的目标清楚地指明了“理解”所对应的外显行为，给教学设计和学习评价提供了明确的依据。

为了使目标具有可测性，在制定目标时，教师就要考虑：怎样来判断学生是否已经达到了这个目标？这就要求教师在备课时就要预设好评价任务和评价标准。评价任务可以是课堂提问、小组讨论的汇报、练习题的作答，也可以是操作演示或者作品展示。在轴对称图形的学习中，一课时目标为：学生能够用折叠的方法判断一个图形是否是轴对称图形，并且能动手剪出简单的轴对称图形。目标的可测性表现在：教师可以观察学生折的情况来了解其掌握情况，也可以展示学生剪出的作品来评价其掌握情况。评价标准也应该分层，基础要求是能正确判断和模仿；较高要求是能自己设计出新的轴对称图形。

具体化、可测化的目标确定，使教学不再只是凭感觉去做，而是成为有依据的科学的实践。它使教师能够把注意力集中在学生真实的学习情况上，及时得到反馈信息。当学生达不到预期目标时，教师可以对教学策略做出调整，给予必要的指导；超额完成任务的学生可以得到更有挑战性的延伸活动。因此课时目标就如同一把精准的尺子，既可以衡量学生学习的成果，也可以衡量教学的有效性，让差异化培养真正落地。

（二）知识技能与素养目标的融合

在微观的课时目标设计当中，达成知识技能目标同核心素养目标的融合，属于重要的环节。从而避免素养培养变成一项额外的任务或者一个空洞的口号。素养的生长要依靠知识技能的学习过程，两者不是两张皮，而是两面合一。因此每一节课的教学目标都应该体现以知识为载体、以素养为灵魂的设计思想。

一堂成功的数学课，其目标的设定一定是复合型的。在教学“认识钟表”的时候，知识技能目标是，学生能认识整时和半时，在钟面上拨出相应的时间。如果只停留在这一点上，教学就会变得机械化。融合素养目标之后可以表述为：学生通过观察、操作、讨论能认识整时和半时，初步形成时间观念；能用准确的语

言描述钟面上的时间,发展初步的符号意识、表达能力。这样的目标将认识时间这个知识点作为培养学生时间观念、符号感、沟通能力的载体,使教师在教学中不只是关注学生“会读时间”,更关注学生是否将时间和自己的生活经验联系起来,是否理解时针和分针之间的运动关系。

为了促进融合,教师在设计目标的时候可以使用“知识+动词+素养”的句式结构。学习长方体的认识时,目标可以设定为“通过观察、触摸、测量长方体实物和模型(知识载体),学生能发现长方体的面、棱、顶点的特征(动词-探究过程),发展空间观念和初步的归纳推理能力(素养目标)。这样的目标表述本身就预示了教学活动的设计方向,即教学不应是教师的简单告知,而必须为学生提供充分的探究活动,学生在“做数学”的过程中亲历知识的形成,素养的生长也就自然发生了。差异性体现在,对于一部分学生来说,素养目标是观察和发现;对于另一部分学生来说,可以引导他们去验证“相对的面完全相同、相对的棱长度相等”等结论,发展他们的逻辑思维严密性。

最终的融合式目标设计,是要改变传统的教学范式。教师关注的重点由原来的“今天要教什么知识”变为现在的“学生通过学习这些知识能获得怎样的能力、品格发展”。这就使课堂教学由原来的单纯的知识传授上升到启智育人的更高层次。学生在掌握数学知识与技能的时候,思维品质、应用意识、创新精神等也会随之发展,从而实现知识学习和素养发展同频共振的效果。

(三)弹性目标的预设与生成空间

差异化培养的教学实践当中,刻板单一的课时目标不能适应班级内学生多种认知的现实。设计出有弹性的目标,既做好充分的预设,又给课堂的动态生成留有足够的空间,才是实现“因材施教”现代化的关键。弹性目标体系一般是由保底目标、拓展目标、生成性目标三部分组成,形成一个开放的“保底不封顶”的结构。

保底目标是面向全体学生的最低要求,它对应的是课程标准中最重要的概念和最基本技能。这是每位学生都应努力达到的学习底线,以保证教育的公平性以及数学学习的共同基础。学习“圆的周长”时,保底目标就是“理解圆周率的意义,掌握圆的周长计算公式,能解决简单的实际问题”。教师的教学设计要以该目标的实现为重心,用多样化的教学手段和个别化的辅导,帮助所有的学生,尤其是学习有困难的学生,跨越这一道坎。

拓展目标是给学有余力的学生设计的挑战性任务，它的指向是知识的深度、广度以及综合运用。这些目标一般与较高层次的思维能力有关，即分析、评价、创造等。接续上文圆周长的例子，拓展目标可以是：探究圆周率近似值的历史，体验人类探索精神；或者设计一个测量不规则曲线长度的方案，用化曲为直的思想来解决问题。拓展目标不是附加题目，而是自然地渗透到教学中，在小组合作或者自主探究环节里给学生提供不同的选择性学习。课堂教学因此有了丰富的层次，优秀的学生可以“吃得饱、走得远”。

最重要的是弹性目标的设计要为生成性目标留出空间。生成性目标是指课堂互动中由于学生提出疑问、发现独特之处或出现意外错误而产生的新学习方向，不在教师预案中。一个充满生机的课堂必然会带来这样的美丽意外。例如，在讨论圆周长的时候会有学生提出“ π 为什么是无限不循环小数”的问题。车轮滚动一周的距离就是它的周长，那椭圆形轮子呢？优秀的教师不会回避或者压制这些问题，而会敏锐地发现其中蕴含的教育价值，并把它们转化为全班或者部分学生进一步探究的生成性目标。好奇心、探索精神就是创新素养最宝贵的来源。预留生成空间，即教学设计不能过满、过死，要留有适度的“留白”和“节外生枝”，这就考验着教师的教育智慧和专业功底，也是差异化教学由技术走向艺术的体现。

第二节 分层教学目标的制定原则

一、科学性原则

（一）符合数学学科的逻辑体系

数学是一门逻辑性很强的学科，知识体系有很强的结构化、系统性。知识点之间互相联系，前者为后者打下基础，后者为前者作进一步的拓展。因此，在制定分层教学目标的时候，一定要尊重并体现数学知识的内在逻辑顺序和结构关系。在数与代数领域中，学生首先要建立数的概念，然后学习数的运算，再探索运算规律和代数式，这一过程层层递进，不能跨越。如果教学目标设计违背了这样的逻辑体系，即在学生还没有完全掌握整数四则运算的时候，就给学生设定了过高的分数混合运算的目标，就会造成学生知识体系的断裂，使学生认知混乱、学习受阻。

教师在制定目标之前要研究课程标准和教材,准确把握教学内容在数学知识体系中的位置,清楚它的承上启下的作用。教学设计要把新知识融入学生已有的认知结构里,在新的知识与旧知识的联系和比较中建构出完整严密的知识网络。在教学圆的认识时,可以从学生已经熟悉的直线图形(正方形、长方形)的对称性入手,引导学生探索圆是轴对称图形、中心对称图形的特性,从而在学科逻辑的基础上实现知识的自然过渡和深化。

另外,符合学科逻辑体系还要求教学目标要准确体现数学学科的本质。数学教育不能只教给学生知识、技能,更重要的是培养学生数学思维,即逻辑推理、抽象概括、模型思想等核心素养。因此教学目标不能只停留在“是什么”、“怎么做”的层面,而应该引导学生去思考“为什么是这样的”,探究知识背后数学原理和思想方法,使学生在掌握知识的同时,其逻辑思维能力、科学探究精神也得到同步发展。

(二) 遵循学生认知发展规律

小学生,尤其是低年级学生,正处在从具体形象思维到抽象逻辑思维过渡的时期。瑞士心理学家皮亚杰的认知发展阶段理论认为,儿童的认知发展是分阶段的,教育教学要适应儿童所处的发展阶段。这就要求小学数学分层教学目标的确定要考虑到学生的年龄特点、思维水平、已有的知识经验,保证目标的可接受性。教师不能脱离学生实际,把过高或过难的目标强加给学生,否则就会挫伤学生学习的积极性,甚至使学生产生畏难情绪。

低年级学生的学习更多依靠直观的教具操作、情境模拟、动手体验。因此,在为他们设置教学目标的时候,应该更多地包含“能用学具摆一摆”“能用自己的话表述”“能画图表示”等具体的操作性要求。在学习10的认识时,对低层次学生来说,下限目标可以是“能通过数小棒、摆图片等方式正确数出10以内的数”,对高层次学生来说,上限目标可以是“能用不同的方式对10进行分与合,并说出相应的算式”。既尊重学生认知的起点,又给不同的学生提供不同的挑战。

随着年龄增长学生的抽象思维能力也越来越强。教学目标的设定也要随之改变,逐渐提高抽象概念理解、逻辑推理、问题解决等能力的要求。到了高年级学习植树问题或者行程问题时,教学目标就要从具体情境的分析过渡到数量关系的模型的抽象、构建,用模型解决一系列相关的问题。教师应该在课前预判学生知识的薄弱点、认知障碍,并利用信息技术等手段分析学情,从而更好地找到不同

层次学生最近发展区的边界,使教学目标更加有针对性、有效性。

遵循学生认知规律,还要理解学习是主动建构的过程。教学目标不应该被当作教师单向灌输的终点,而应该成为引导学生主动探究、发现的新起点。目标设计要能激发学生的好奇心和求知欲,让学生去观察、实验、猜想、验证,体验知识的形成过程。用一系列有启发性的问题链来引导学生解决问题,在解决问题的过程中不断打破原来的认知平衡,形成新的、更高级的认知结构,达到真正的理解和发展的目的。

(三) 目标表述的准确与规范

教学目标的表述体现的是教学思想,准确、规范的教学目标表述是教学活动可操作、教学评价有效的先决条件。一个明确具体的教学目标可以为教师的教学和学生的学习指明方向。分层教学中分层目标的准确表述,可以使学生对自身学习任务、努力方向有明确认识。

1. 行为主体明确,即确定的主体进行。教学目标的主语是学生而不是教师。表述时不能用“使学生掌握”“培养学生能力”等以教师为中心的词语,而应该用学生能……、学生可以……等表达学生学习行为的句式。将“让学生了解垂径定理”改为“学生能用自己的语言描述垂径定理的内容”,这样的表述把重点从教师的“教”转移到了学生的“学”上,突出了学生的主体地位。

2. 行为动词具体。教学目标要使用行为动词,行为动词要具体、明确,可观察、可测量。诸如了解、理解、掌握等词语比较含糊,不能做客观评价。按照学生的认知水平,应该使用布鲁姆认知目标分类学修订版中更具体的行为动词来表述。记忆层面可以用识别、回忆、列举,理解层面可以用解释、分类、举例、总结,应用层面可以用运用、计算、解决,更高阶的分析、评价、创造层面可以用比较、组织、论证、设计等动词。把模糊的目标“理解小数的意义”具体化为:能结合具体情境和直观模型,说出小数的含义(理解);能正确读、写小数(记忆);能比较两个小数的大小(应用)。这样就使教学活动和评价标准都变得清楚可见。

3. 结果可预知,可评价。目标的表述要明确学习结果和评价标准,便于教学结束后检查目标完成的情况。初步学会用垂径定理解决问题这样的目标还是不够具体的。可以分为能运用垂径定理完成教材中关于弦长、半径、弦心距的基础计算题,正确率达到80%以上。包含具体条件和成功标准的表述,既让学生清楚

地知道达到什么程度才算合格，又给教师实施形成性评价和终结性评价提供客观依据。

分层目标的表述要体现出梯度。在三角形的认识这节课中可以这样表述不同层次的目标，A层（下限）的学生能识别出三角形及其底、高的名称，B层（中限）的学生能用工具画出任意三角形指定底边上的高，C层（上限）的学生能解释三角形具有稳定性的原因，并举例说明生活中的应用。用动词递进、任务难度递增来确定不同层次的学生应该达到的认知程度和能力水平。

二、层次性原则

层次性原则是差异化教学的基础，要求教学目标的设计要考虑到学生在知识基础、认知能力、思维品质等各方面存在的差异，把统一的教学要求分解成有梯度、有弹性的多级目标体系。这样的目标体系既保证所有学生达到课程标准的基本要求，又给学有余力的学生留有发展空间，使每一个学生都在自己的“最近发展区”内学习、进步。分层教学目标类型与特点一览表如表所示。

分层教学目标类型与特点概览

目标类型	定位对象	认知层次（布鲁姆分类）	主要内容
下限目标	全体学生	记忆、理解	核心概念、事实性知识
中限目标	大多数学生	应用、分析	基本技能、解决常规问题
上限目标	学有余力学生	分析、评价、创造	知识迁移、探究性任务

（一）下限目标：基础知识的掌握

下限目标，又称为基础目标或保障性目标，是为全体学生设定的最低学习要求。它的主要任务就是保证每一个学生都能掌握本节课最核心、最基本的数学知识和概念，达到课程标准规定的最低要求。该层次的目标为整个分层教学打下基础，也是保证教育公平、防止学生落后的有力保障。对于学习有困难的学生来说，达到下限目标就是他们建立学习自信、获得成功体验的途径。

下限目标指向数学学科的事实性知识和概念性知识。事实性知识即数学术语的识记、公式法则的记忆、基本概念的描述等，例如能背诵九九乘法表、能说出圆周率的近似值等。概念性知识即对基本定义的理解，例如，能用自己的话解释什么是平行四边形、能辨认出一个算式中的各个部分等。这一层次的目标主要是对知识的记忆和初步的理解，在布鲁姆的认知目标分类中，主要对应的是记忆和

理解这两个较低的认知层次。

在制定下限目标的时候,教师要对教材内容进行深入分析,准确地找出那些对后续学习起决定性作用的“关键知识”。这些知识为学生建立数学知识体系打下了基础,必须使每位学生都能掌握。目标表述要简单、明确、具体,不能有含糊不清的词汇,使学生一看就知道自己应该做什么、达到什么要求。学习长方体的认识时,下限目标为,能识别长方体实物和模型,说出长方体有6个面、12条棱、8个顶点。学生能说出长方体相对面大小相等、相对棱长度相等。这样的目标具有很强的可操作性、可检测性,便于教师在课堂上及时诊断、反馈,保证基础知识的有效落实。

同时下限目标也不是降低标准,而是保证核心基础的扎实。它是学生进一步学习和发展开始,而不是结束。教师在教学过程中要关注学习困难的学生,给学生提供更多的学具操作机会、直观的教学演示、耐心的个别辅导等,帮助学生克服障碍,顺利完成下限目标。托底式的教学设计是对学生个体差异的一种尊重,也是对教育本质的一种坚守。

(二) 中限目标: 基本技能的运用

中限目标,也叫做标准目标或者发展性目标,是在下限目标的基础上给大多数学生提出的要求。本目标就是希望学生在掌握了“是什么”之后进一步探究“怎么做”,把学到的数学知识、概念转化为解决实际问题的基本技能。它是知识掌握与能力发展的一个桥梁,也是培养数学核心素养的环节。大多数中等水平的学生经过努力可以达到此目标。

中限目标的重点在于应用,即把学到的程序性知识用在具体的情境里解决问题。程序性知识就是解题步骤、算法执行、方法应用等。本层次学生应该把抽象的数学概念、公式法则同具体的问题情境联系起来,在模仿、练习、简单的变式训练的基础上形成解题技能。在学习了圆的面积公式之后,下限目标就是记住公式,中限目标就是用圆的面积公式 $S=\pi r^2$ 来计算已知半径或者直径的圆的面积,并解决简单的实际问题(如计算圆形桌布的面积)。

中限目标确定要具有一定的灵活性、综合性。它不再只是简单的知识点再现,而是多个知识的综合应用。教师在设计这样的目标时,要重视创设真实、有挑战性的问题情境,使学生把知识“活学活用”。在小数初步认识教学之后,中限目标可以设定为:学生能在模拟购物环境中正确识别商品标签上的小数,并能进

行简单的小数大小比较和加减运算。既可以巩固基本技能,又可以使学生感受到数学与生活的联系,培养学生的应用意识。

中限目标也成了培养学生规范表达和逻辑思维能力的一个重要途径。教师在解决问题时要求学生不能只得出正确的答案,还要能清楚地说明自己的解题思路,书写规范的解题过程。有利于学生把内隐的思维过程外化出来,促进学生思维的条理性、严谨性。用不同的解题思路来比较分析,培养优化思想意识,为进一步提高思维层次打下基础。中限目标达成之后,学生就具备了基本的数学应用能力,可以独立完成大部分常规的学习任务。

(三) 上限目标: 数学思维的拓展

上限目标又叫拓展性目标或者挑战性目标,是为学有余力、思维活跃的学生设定的最高层次的学习目标。目的在于突破基础知识、基本技能的局限,把学生引向更深层次的认知活动,即分析、评价、创造。该目标并不要求所有学生都达到,它给学生留出一个开放的探索空间,促使学生发挥自己的潜能,培养学生的批判性思维、创新意识、问题解决能力等。

上限目标内容多为综合的、探究的、开放的。可以是知识迁移重组、多种思想方法灵活运用、复杂问题建模分析、提出新问题。布鲁姆认知目标分类中上限目标对应的是分析、评价、创造等高阶思维层次。在学习三角形内角和是 180° 之后,上限目标可以设置为 1. 学生能用撕、拼、折、量、推理等多种方法来验证三角形内角和定理; 2. 学生能探究并提出四边形、五边形等多边形的内角和猜想,并尝试验证。这样目标的设计,就是要把学生由知识的接受者转变成知识的探索者和创造者。

为了达到上限目标,教师要设计出有启发性的探究性任务。任务一般没有唯一的答案,需要学生自己去查阅资料、小组合作、辩论讨论。在学习统计图表之后,可以布置一个项目式学习任务,调查本班同学最喜欢的课外活动,选择最合适的统计图来呈现数据,根据图表分析结果,为班级活动提出合理的建议。学生要综合运用数据收集、整理、分析、表达等各方面的能力,解决实际问题的能力、数据意识都会得到极大的锻炼。

上限目标的设定与执行,给教师提出更高的要求。教师应该是学生学习的促进者、引导者、合作者,而不能是唯一的权威。鼓励学生大胆质疑、敢于提出与别人不同的观点,为学生探究活动提供必要的支持和脚手架。教师对学生在探索

过程中遇到的问题和错误应该宽容、鼓励，把它们当作重要的学习资源来引导学生反思、成长。上限目标的指引可以有效地调动起一部分学生数学潜能和创造力，培养出适应未来社会发展需要的创新人才。

第三节 个性化学习目标的设置方法

一、基于诊断性测评的目标定制

（一）前测数据的分析与解读

前测数据的分析和解读是确定个性化目标的前提，它把原始的分数、答题记录转化为对学生的认知水平、思维特点的深刻认识。这不是简单的对错统计，是定量分析和定性分析相结合的综合性诊断。定量分析是从宏观上把握整体情况，计算班级平均分、优秀率、及格率，了解学生群体整体学业水平；分析每个题项的得分率，找到普遍性的难点；追踪单个学生各个知识板块的得分差异，初步定位学生认知结构中的长板和短板。数据驱动的角度给教学资源的配置以及教学重点的确定提供依据。

定性分析更多地关注个体，探究学生为什么会犯错、怎样思考。教师应该逐个批改学生的答卷，特别是错题部分，不能只是简单地标示对错，而应该把错误类型归类。学生的错误可能是由计算粗心、概念混淆、公式记忆不清、审题不清、逻辑推理断裂等造成；也可能是因为无法理解抽象的数学语言，或者是不能把所学的知识运用到实际问题的解决上。通过和学生一对一的访谈、观察学生的解题过程、倾听学生思路表述，教师可以对学生知识、技能、思维三个方面有更立体、真实的认识。质性解读使教师看到的不再是冰冷的、被分数定义的孩子，而是有着独特认知途径和潜在发展需求的鲜活个体，为之后制定真正贴近学生发展性的学习目标铺平了道路。

将定量和定性分析的结果进行整合，就是深度解读环节的主要目的。教师可以为每一个学生建立一份数学学习诊断档案，在记录其前测的各项数据指标之外，还会有具体的错误类型分析、思维模式特点分析、潜在优势领域预判。它就成了一张学生学习的详图，清楚地告诉了学生他们现在在哪、会碰到什么样的难题、有怎样的潜质。根据这样的动态、全面的诊断报告，教师就可以摆脱凭经验、凭

感觉的模糊判断，使个性化目标的设定建立在坚实的证据之上，保证差异化教学的科学性、针对性、有效性，使每一个教学决策都有据可依。

（二）学生薄弱环节的针对性目标

精准找到学生的薄弱之处，是进行差异化教学、实现教育公平的前提。根据前测数据的分析，教师就可以清楚地看出每一个学生在数学知识网络中出现的“断点”或者“堵点”。这些针对薄弱环节设置的目标，最根本的意义就是“补短”，即帮助学生克服学习上的障碍、填补知识上的漏洞、夯实数学基础、保证学生不会因为某个环节的缺失而影响后续的学习进程。此类目标的确定必须具有很强的针对性、可操作性，不能是模糊的、笼统的。对于“小数的认识”掌握不好的学生，笼统的目标“提高小数认识水平”几乎没有任何指导意义。更加明确的目标应该是：能够在一周内正确读写任意三位以内的小数，并能够准确地比较大小，练习的正确率在百分之九十五以上。

此类有针对性的目标应该遵循具体、可衡量、可达成、相关联、有时限这五个原则。具体性指的是目标要直接指向某个知识点或者某项技能，比如掌握长方体表面积计算方法，而不是学好立体几何。可衡量性即目标实现程度可以被客观地评价，用习题正确率、完成时间、能否独立讲解等指标来判断。可达成性是指目标应处于学生最近发展区之内，既具有一定的挑战性，又不能过高，否则会打击学生的自信心。相关性指的是目标要和课程标准、学生的发展联系起来。时限性给目标的实现赋予了明确的时间限制，有益于学生养成时间管理能力。这些原则在下表中进行了归纳总结。

针对性目标 SMART 原则一览表

原则	含义与要求
具体性	目标应明确指向特定知识点或技能，避免模糊笼统，如“掌握长方体表面积计算方法”。
可衡量性	目标完成度可量化评估，如通过习题正确率、完成时间、独立讲解能力等指标。
可达成性	目标应在学生“最近发展区”内，既有挑战性又不至于过高，以保持学生自信心。
相关性	目标需与课程标准及学生长远发展紧密关联。
有时限性	为目标设定明确完成期限，培养学生时间管理能力。

用这些原则去指导目标设定，就能把模糊的“补差”任务变成具体明确的行动指令，促使学生一步步地克服困难，在不断取得“小成功”的过程中建立自信，重新激发起对数学学习的兴趣。

（三）学生优势领域的扬长性目标

重视学生薄弱环节的同时，充分发掘并发展学生的优势，这是培养学生数学核心素养、激发学生创新潜能的又一重要方面。扬长不但可以极大地提高学生的自信心和成就感，形成正向心理循环，而且有可能使其在某一领域达到更高的水平，培养出有特长的拔尖人才。优势领域可以是超常的逻辑推理能力、空间想象能力、对数字的高敏感性，也可以是独特的解决问题的方法和视角。教师的责任就是敏感地发现学生的优点，给学生搭建展示自己的舞台，设定具有挑战性的扬长目标。

扬长性目标要体现引领、拓展的功能，目的就是引导学生跳出教材舒适区，向知识的深度和广度发展。该类目标一般更加开放、探究。对规律探究有浓厚兴趣的学生，教师可以设置一个项目式学习目标，研究斐波那契数列在自然界中的应用，并用其规律设计一个艺术图案。对空间感较好的学生来说，目标就是用三维建模软件设计未来社区的几何模型，计算核心建筑的占地面积和容积率。这类目标没有唯一的标准答案，促使学生自主查阅资料、动手实践、大胆猜想、严谨验证，把数学知识与现实世界、艺术、科技等领域进行跨学科的融合。在达成上述目标的过程中，学生所锻炼的不仅仅是数学技能，更是信息素养、研究能力、创新意识、批判性思维等综合素养，这些就是数学核心素养在高层次上的具体体现，也是未来社会发展所急需的人才能力。

二、基于学生学习契约的目标设定

（一）师生共同协商制定个人目标

师生共同协商制定个人目标的过程，就是学习契约精神的体现，它意味着教育关系由原来的“知识灌输者”和“被动接受者”转变为平等的“学习引导者”和“主动建构者”。这就成为了一种深层次的对话，即相互尊重、相互信任的对话。教师不再是单方面下达指令的权威，而是在诊断性测评的结果和课程标准的要求的基础上，用学生能够理解的方式去解读，使学生清楚地认识自己的学业现状、潜在优势和需要改进的方向。教师要为学生提供多种成长的方式，做学生成长的引导者和支持者，协助学生选择价值和挑战。

学生在其中就有充分的话语权。他们可以自由地发表对学习的体会、对学习的兴趣、对学习的期望，也可以对某些学习方式的好恶或者困惑进行表达。表达

本身就是一种重要的自我认识、自我反省的过程。师生共同商定出双方都认可的学习目标，就是个人意愿与教师专业意见的结合。因为这是由学生自己选择的，并且是他们承诺的，所以它不再是一个外在的强制任务，而变成了一个内在的发展需要。协商制定的具体步骤一般为

1. 教师呈现诊断分析，即教师将前测数据和分析结果展示给学生，以客观事实为依据，和学生一起分析优势和不足。

2. 学生表达个人意向：学生说出自己最想提高的方面、感兴趣的数学领域或期望达到的状态。

3. 共同商定目标的细节即双方就目标的具体内容、难度大小、评价标准等进行讨论、修改直到达成一致为止。

4. 正式签署学习契约，把最终确定的目标、实现途径以及双方的责任用书面形式固定下来，形成一份有仪式感的学习契约。

协商共创的方式大大提高学生对于学习目标的认同感和归属感。学生感觉自己的声音被听到、自己的选择被尊重时，就会以更大的自主性、责任感来对待自己的学习。学习契约就如同一面镜子，使学生随时都能看到自己的承诺，在遇到困难的时候也能够坚持下去。并且会加强师生关系，形成一种和谐、互信、共同成长的学习共同体氛围，为差异化教学的顺利实施打下良好的情感基础和心理保障。

（二）目标实现的期限与步骤规划

一个宏大、长远的目标没有明确的实现途径，就会使人们望而生畏，最后导致拖延或者放弃。因此，在学习契约中对目标实现的时间、步骤作出周密的安排，是保证目标由“蓝图”变为“现实”的必要条件。本环节的主要任务就是把最终目标分解成一个个小的、具体的、容易执行的子任务或者“里程碑”，并为每一个子任务设定完成期限。这样做犹如为一次长途旅行安排沿途站点，使整个旅行的路线图一目了然，也使学习者可以关注眼前的一小步，减少畏难情绪，提高执行力。

步骤规划要细致、有逻辑。例如，如果学生长期目标是“一个月内掌握分数混合运算”，那么步骤规划就不能是每天做十道题。科学合理的规划应当是：第一周重点复习分数的加减乘除，保证基础运算熟练、准确；第二周学习并理解四则混合运算的运算顺序，通过有针对性的练习掌握带括号、不带括号的运算规则；

第三周集中解决应用题，学习怎样从实际问题中提取数学信息、建立分数运算模型；第四周综合复测、错题回顾，巩固所学、查漏补缺。每一个步骤都应有明确的学习内容以及可以量化的产出要求，即完成练习册第几页到第几页、能够独立向同伴讲解一道错题的正确解法等。此时教师需要给学生提供专业的脚手架支持，帮助学生理清知识点间的内在联系，保证步骤规划的科学合理。同时为每一个步骤设置截止日期，并设立固定的检查点，有利于学生养成良好的时间管理习惯，及时得到反馈，调整进度，保证整个学习计划按照预定的轨道稳步推进。

（三）目标达成后的自我奖励机制

目标达成之后的奖励机制是学习契约里不可缺少的一个闭环，用正向强化来巩固学生的积极学习行为，给下一轮的目标设定注入新的动力。设计机制的核心不是要奖励多少，而是看是否能给学生及时、有意义的肯定，使学生在目标实现之后获得强烈的成就感。一个好的奖励机制可以将外部激励逐渐内化为学生对学习本身的兴趣，也能激发学生自我超越的愿望。因此，在学习契约中，奖励的内容和形式最好也是师生共同商议决定的，更符合学生的个性需求。

奖励的形式应当是多种多样的，不能只局限于传统的物质奖励，应该更多地和学生的个人成长、学习体验相结合。对已经克服计算难题的学生来说，奖励的方式可以是让他们成为“计算小能手”，上台向全班同学展示自己的解题技巧。小老师不仅可以获得归属感、价值感，还可以在分享中巩固所学。对于已经完成拓展性研究课题的学生，可以赋予其一次自主学习权，即下一阶段的数学探究活动可以从自己感兴趣的领域里选择课题。其它的奖励形式有获得一张免作业卡、与老师一起吃午餐、负责设计一期班级数学板报、获得额外的电脑游戏时间来玩益智类数学游戏等。奖励会使得完成某项任务与获得特权或者愉悦的体验联系起来，使学生真正体会到努力之后所获得的“回报”。通过这样的自我激励实践，学生学会了怎样为自己所取得的成绩喝彩，怎样给自己设定正向的激励来驱动自己，这本身就是一种宝贵的自我管理能力的培养，有助于学生形成健康、可持续的学习心态，享受在数学世界中不断攀登、不断收获的乐趣。

第四节 教学目标与评价标准的一致性

一、教 - 学 - 评一体化的理念

（一）目标是评价的核心依据

教学评价的首要原则就是目标导向性，任何评价活动都必须以预设的教学目标为出发点和归宿。这就要求评价的内容、方式、时机、标准等都必须直接指向并服务于教学目标。在小学数学核心素养培养体系中，这些目标不但是四基（基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验），而且还包含四能（发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的能力），以及数感、量感、空间观念、运算能力、推理意识等更综合的素养表现。

因此，教师设计评价任务时首先要确定本节课、本单元或本学期要促进学生哪方面的核心素养的发展。如果目标是培养学生推理能力，那么评价就不应该只停留在对计算结果的简单判断上，而应该设计出能够体现学生推导过程、论证思路的题项。如果目的是提高学生的模型思想，那么评价就应该包含要求学生把实际问题抽象成数学模型、加以解释和应用的任务。缺少明确目标指引的评价，就如同无的之矢，既不能准确地衡量学生真实的发展水平，也不能给后续的教学改进提供有效的信息，最终会偏离核心素养培养的根本航向。

（二）评价是目标达成的手段

在教 - 学 - 评一体化视域下，评价的功能发生根本性的变化，它不再是教学活动的终点，也不是仅仅用来筛选、分等学生的手段，而是促进目标实现的重要手段和内在动力。评价的价值就在于诊断与反馈，它好比教学过程中的听诊器和导航仪，不断地给师生提供学习现状的即时信息，从而动态地调整教学策略。

一方面，教师在教学全过程中通过过程性评价来发现学生在知识理解、技能掌握、素养形成过程中遇到的困难和障碍。教师通过对课堂观察、小组讨论记录、随堂练习等途径可以及时发现学生对于某个数学概念的普遍误解，也可以发现学生在使用某种解题策略时出现的思维障碍。来自评价的精准反馈，是教师调整教学节奏、改进教学设计、实施个性化辅导最直接的依据，从而保证教学活动一直指向目标、高效运转。

有效的评价可以激励和引导学生进行自我监督、主动学习。当评价标准清楚地指出什么样的数学思维是优秀的，什么样的解法是有创意的时候，学生就会明

确自己的目标。富有启发性的评价反馈，即对学生解法中闪光点的肯定或者提出引导性问题，可以充分调动学生探究的积极性与学习的主动性，使学生认识自身的潜能，从而更积极地投身于学习目标的实现过程。评价是学生实现自我完善、迈向更高层次素养的阶梯。

（三）教学活动服务于目标与评价

教学活动是教学目标和评价之间的桥梁，也是实现目标的具体过程。在教学-学-评一体化的框架之下，所有的课堂教学设计、小组合作、项目探究等一切活动都必须有明确的素养目标，并内含着评价的契机。教学不再只是教师单向的知识传授，而是为学生提供一系列让学生展现思维过程、暴露学习困难、体现素养水平的“表现机会”。这些活动本身就是评价发生的自然环境。

这就意味着教师在设计教学环节的时候要思考：如何利用这个活动来观察学生的空间观念。或者这项任务能否有效考查学生的合作交流、数据分析能力？“图形运动”一节教师可以设计分组用七巧板拼搭指定图形，并交流是如何完成图形的移动、旋转、翻转的。既可以满足知识层面的教学目标，也可以把活动本身作为评价学生空间想象力、几何语言表达、团队合作能力的手段。教师通过观察、记录、分析学生在活动中具体的表现，就能得到比单一纸笔测试更多的丰富、生动的评价信息。教学与评价无缝对接，教学过程就是评价过程，评价结果自然产生于真实的学习体验之中，极大地提高了评价的真实性、有效性。

二、不同层次目标的评价匹配

不同层次目标与评价的匹配策略可见下表。

不同层次目标与评价匹配表

目标层次	目标特点	评价类型	评价特点 / 结果	评价工具举例
基础性目标	基础知识、基本技能、概念识记、运算熟练、公式运用	达标评价	标准参照，重“过关”，定性结果（达标 / 未达标）	课堂即时检测、基础题作业单、单元过关小测
发展性目标	知识理解、应用、迁移、多方法解决问题、概念联结、问题解决	等级评价	反映能力发展水平，分层级（优 / 良 / 合格 / 待提高）	单元测验、期中 / 期末考试（综合应用题）、结构化探究任务
挑战性目标	探究、创新、高级思维、开放性问题、过程多样性	表现性评价	真实任务，观察综合素养，重过程，评价量规	数学调查、游戏设计、规律探究、项目式学习

下面将对各类目标及其对应的评价方式进行详细阐述。

（一）基础性目标的达标评价

基础性目标主要是指学生必须掌握的基础知识、基本技能，是学生开展后续学习、实现更高层次发展的基础。小学数学中的这类目标一般是基本概念的识记、运算的准确熟练、公式的正确运用等。本层次的目标适合采用达标评价，主要考察学生是否达到课程标准所规定的最低要求，属于一种标准参照评价。

评价的重点不是学生之间的比较，而是保证每一个学生都能过关，为全体学生数学学习打好基础。其评价结果一般用“达标”和“未达标”或“合格”和“需要努力”等定性的方式表示。为了达到这个目的，教师可以使用各种评价工具。

1. 课堂即时检测，即用简短提问、快速口算、白板基础题练习等形式，对学生新知识初步掌握情况即时检测。

2. 基础题作业单，设计基础知识点练习题，题量适中、难度一致，批改后能清楚了解每个学生基础知识点达标情况。

3. 单元过关小测，每学完一个单元就进行一次本单元所有基础性目标的小测验，作为是否需要补课或者个别辅导的重要依据。

对未能达标的学生，评价目的在于诊断学生学习困难的原因，及时给予有针对性的帮助，而不是简单的否定。达标评价模式很好地体现了教育公平的价值追求，保证每一个学生的基本学习权利。

（二）发展性目标的等级评价

发展性目标并不是简单的对基础知识的再现，它更重视学生对数学知识的理解、应用、迁移能力，目的是使学生在掌握基础知识的基础上，达到更高层次的认知发展。运用多种方法解决同一问题、理解数学概念间的内在联系、把所学知识应用到生活中去解决相对复杂的问题等都属于发展性目标。与之相对应的是等级评价，其目的是反映学生在能力发展上达到的不同水平。

等级评价不再是一道简单的“非黑即白”的判断题，而是把学生的表现分成若干个有顺序的等级（优秀、良好、合格、待提高或者 A、B、C、D），从而准确地刻画出学生表现质量的不同。该种评价方式承认并尊重学生能力发展的个体差异，可以更全面的反映出学生的学习状况以及进步情况。在解决问题的评价中，能够独立、高效地使用最优策略解决问题的学生可以被评优秀；能够运用所学方法解决问题，但过程稍显曲折的，可以被评良好；需要提示才能完成的，可

以评为合格。等级划分使学生清楚地知道下一个最近发展区在哪里,也给教师实施差异化指导指明了方向。单元测验、期中/期末考试中综合应用题、结构化探究任务等都是等级评价的载体。

（三）挑战性目标的表现性评价

挑战性目标针对的是有高潜质或者额外能力的学生,目的在于激发学生探究、创新,发展更高阶的思维。此类目标一般没有固定的答案,重过程而轻结果,重多样而轻统一。进行小规模数学调查、设计一个数学游戏、探究一个数学规律等。对这些目标的评价,传统的纸笔考试已经无法满足要求了,需要用表现性评价策略。

表现性评价的关键是让学生去完成一个真实的、复杂的任务,并在任务进行的过程中直接观察、记录和评价学生的综合素养。评价的重点不是学生所给出的唯一正确的答案,而是学生思考的过程、探究的方式、表达的能力和创新的思维。这就要求教师在活动前就要设计出包含问题理解、界定,探究策略选择、执行,数学思维的深度和严谨性,成果创意表达、团队合作及反思等多维的评价量规,对学生进行全面的评价。校园节水方案设计数学项目的评价量规会针对数据收集与分析、数学模型的建立、方案的可行性与创新性等各个方面,对不同水平(专家级、熟练级、新手级)的行为表现做出具体描述。该种评价方式可以公正地评价学生高阶能力,量规本身也给学生提供了清晰、可操作的行动指南,有效地促进了学生自主学习、深度探究能力的提高。

三、过程性目标与结果性目标的统一

（一）关注思维过程的评价标准

评价学生数学学习,核心就是评价学生的数学思维品质。思维过程评价主要考察学生运用数学知识、调动数学思想方法来分析和解决问题的过程。这就要求评价标准不能只对答案本身进行评判,而应该对思考过程进行深入剖析。评价应该考察学生能否清楚地阐述自己的解题思路,推理过程是否具有逻辑性,所用策略是否具有灵活性、创造性。

为了实现思维过程的评价,教师可以采用不同的方式。在批改作业时,对于复杂的问题要求学生写出文字或者图解题的过程。在课堂互动里追问“怎样才能取得好的结果?”或者“为什么选择这种方法?”,从而促使学生将内隐的思维

外化出来。组织小组合作探究,在交流、争论、合作的过程中碰撞思想、修正思路,也是评价思维过程的一种很好的方式。

建立以思维过程为评价标准的评分体系,也就是说在评分时,思路清晰、方法新颖但是计算有误的解答,比方法笨拙但答案碰巧正确的解答获得更高的评价。这样一种评价导向,可以促使学生由机械刷题转向思想方法的探究,由追求唯一答案转向感受思维的乐趣,这对创新能力的培养有着十分重要的意义。

(二) 关注知识结果的正确性标准

在强调过程的同时,也不能忽略数学学科的严谨性,知识结果的正确性仍然是评价中不可缺少的标准。数学是一门要求准确精确的学科,运算无误、结论无误是数学应用和发展的前提。充满创造力但结论错误的方案在实际运用中是无效的,甚至会带来危害。因此对学生计算的正确性、公式运用的准确性、答案是否符合题目要求等结果性评价,也是保证学生牢固掌握数学基础知识的重要环节。

知识结果的评价标准比较客观、具体、容易执行,一般通过平时作业、单元测试、期末考试来展开。关键在于怎样把结果评价同过程评价融合起来。教师在评价时应该深入分析学生的错误原因,是由于概念理解不清所造成的系统性错误,还是审题不清或者计算粗心造成的偶然性错误?前者要回归概念教学加以弥补,后者则需要培养学生认真细致的学习习惯。即使错误的答案也能发挥诊断、促进发展的作用。结果的正确性是过程有效性的一个重要体现,二者互相补充,共同构成学生学业成就的全面评价。

(三) 情感态度的观察性评价标准

数学核心素养既具有认知层面能力的因素,也有情感态度价值观等因素。学生对于数学的兴趣、学习自信心、面对困难的毅力、团队协作精神等都是学生数学学习持续发展的动力。情感态度目标不能用传统的纸笔考试来衡量,只能依靠教师在日常教学中长期细致的观察性评价。

观察性评价即教师成为学生学习过程的敏锐观察者、忠实记录者。评价标准应该具体化、可操作化。例如可以将“对数学有好奇心”具体化为,学生在课堂上是否经常提出与本节课内容有关的延伸问题,是否喜欢尝试一题多解;将“有克服困难的毅力”具体化为,遇到难题时是轻易放弃还是积极寻求帮助、努力尝试。教师可以建立学生成长轶事记录袋,随时记录学生在这方面所表现出的典型。也可以采用学生自评、同学互评等多元化方式收集信息。虽然评价带有较强的主

观性,但是它所提供的学生个性化发展信息是量分无法替代的。积极的反馈和鼓励能有效地保护并激发学生学习的积极性,塑造健康的学习心态,为学生的终身学习、全面发展打下良好的基础。

第五节 不同层次学生的目标达成路径

一、基础型学生的稳步提升路径

(一) 强化双基,夯实基础

双基指的是基础知识、基本技能,对于学生来说,它们都是数学的基石,对基础型学生来说更显得尤为重要。教学实践当中必须把“双基”的落实放在首位。这就需要引导学生回到课本中去,仔细阅读概念、定义、公式、法则等,保证理解的准确性、无歧义性。教师要设计高质量的基础性练习,题目不必求新,但一定要有代表性,覆盖核心知识点。经过有目的、足量的重复性训练,使学生形成牢固的程序性知识和心智技能,基本运算熟练准确,基本概念清晰可辨。

在加强基础知识时,错题的运用起着非常重要的作用。教师应该建立错题档案,让学生分析错误的原因是概念不清、计算错误还是审题不仔细。对共性错误进行集中讲解,个性错误进行个别辅导。这不只是简单的改正,也是一个二次学习、深入巩固的过程。促使学生正视自己的薄弱环节,从错误的根源出发,对模糊的知识点进行彻底的澄清,达到查漏补缺、夯实知识基础的目的。

整个过程体现出来的就是对知识的敬畏和掌握的准确性。教师要创设严谨、求实的数学学习氛围,让学生知道在数学学习上不能有丝毫的马虎。扎实的双基训练,既可以保证学生对当前学习内容的掌握,也可以为以后更复杂的学习扫清障碍,给学生提供坚实的基础保障,使学生有能力、有底气去迎接新的数学挑战。

(二) 小步子,多反馈,树立信心

基础型学生对于综合性强、步骤多的数学问题,会感到无从下手,从而产生畏难情绪。因此“小步子”教学策略就显得十分必要。该策略的主要思想就是把一个复杂的学习任务或者问题解决过程,分解成一系列互相联系、坡度平缓的“小台阶”。教师在教学设计时应该有意识地把任务分解,使学生每次面对的是一个小的、可控的目标。在教授多位数乘法的时候,可以将其分解成估算、列竖式、

对位、单个数字相乘、处理进位、结果相加等若干个小步骤。

教师对学生攀登每一个“小台阶”时，都应该及时、具体、积极地给予反馈。学生完成一步时一句“你做得很好”、一个肯定的眼神都能极大地提高他们继续做下去的动力。当学生遇到困难的时候，教师的介入不是直接给出答案，而是用提示性的问题引导学生自己发现问题，例如“再检查一下，个位乘积写在合适的位置了吗？即时性、诊断性的反馈可以防止错误的积累，使学生一直走在正确的道路上。学生通过完成一个个小任务目标获得成功的体验，而这种体验的积累就是消除学生数学学习焦虑、建立自信最有效的方法。

（三）从模仿到理解，逐步内化

基础型学生的学习一般是从模仿开始的，这是他们接触新知识、新方法最直接有效的方式。教师在讲解新的解题模式的时候要进行清晰规范的示范，把解题的每一步以及思考过程“外化”出来。学生开始时可以完全模仿老师的范例。学习鸡兔同笼问题时，学生可以模仿老师用列表法或者假设法的解题过程，一步步地写出来。模仿是学习的起点，它给学习者提供了一个可以依靠的脚手架。

模仿不是学习的终点，学生熟练模仿之后教师就要引导学生走向理解。本阶段的主要任务就是“说理”。教师可以组织学生小组讨论，也可以让学生充当小老师，用自己语言来解释“为什么这样做？”学生在这一过程中不得不对模仿来的步骤进行反思、审视，把外在的操作流程同内在的数学原理联系起来。解释假设法时，学生需要说明假设全是鸡之后，算出来的脚数为什么会和实际的脚数有差别，这个差别的数学意义又是什么。

当学生能够清楚地表达出解题思路、原理的时候，就说明学生对知识已经有了初步的理解。然后教师可以给一些和例题相似但稍有不同题目，让学生自己用所学的方法来解答。这些变式题不再是简单的照搬照抄，而是在理解的基础上灵活地变换解题步骤。

从“形似”到“神似”的过程，就是知识内化的过程。经过模仿、说理、应用这样一个循序渐进的过程，学生把外在的、属于教师的解题方法，一步一步地转化成自己认知结构中稳固的一部分，真正实现了知识的个人化建构，为独立解决问题打下了坚实的基础。

二、进阶型学生的能力拓展路径

（一）变式训练，深化理解

进阶型学生使用题海战术效果不大，高质量的变式训练才是提高其数学能力的关键。变式训练不是对同一知识点的简单重复，而是在变换问题的呈现方式、条件、结论或者数量关系的时候，促使学生去寻找其中不变的本质。打破学生思维的定势，让学生从不同的角度去观察同一个数学对象，从而获得更加深刻、全面的认识。学生在学完长方体的表面积之后，可以设计挖去一个角的长方体、堆叠在一起的长方体、浸入水中的长方体等变式，使学生能够理解不同情景下表面积的变化规律，而不仅仅是记忆公式。

经过系统变式训练的学生就会形成以核心概念为中心的知识网络。他们开始把具体的问题抽象为一类有着共同结构、解题思想的问题簇。从特殊到一般的归纳能力就是数学核心素养中抽象能力的体现。教师在设计变式题目的时候要注意层次性和启发性，从简单条件变化、结构变化、开放性探究这三个层次来扩展学生思维的范围和深度，在解决问题的过程中加深学生对数学概念的理解。

（二）注重方法，提炼思想

当进阶型学生不再满足于仅仅找到问题的答案的时候，教学的重点就应该转而放在对解题方法本身的反思与提炼上，从中升华出具有指导意义的数学思想。教师应当鼓励和引导学生在解题之后进行“复盘”，即对解题过程进行反思，思考自己使用了什么方法。这些方法适合于解决什么样的问题？有没有更好的办法？这是学生元认知能力发展的途径之一。

在教学中，可以专题形式，系统地向学生渗透一些重要的数学思想方法。

常见数学思想方法举例

数学思想	核心内涵	应用示例
数形结合	用图形的直观性理解抽象数量关系，用数量关系的精确性刻画图形性质特征，实现数与形的互转。	几何代数化，代数几何化，函数图像分析
分类讨论	当问题对象不能一概而论时，按标准分类，化整为零，逐一击破，再整合结论。	涉及参数或临界条件的方程、不等式问题
转化与化归	将复杂、陌生问题通过一定方法转化为简单、熟悉、容易解决的问题。	降维、等价变换、模型构建，如将立体几何问题转化为平面几何问题

这些数学思想,即常见数学思想方法举例中的内容,是数学知识体系的灵魂,也是把知识点有机联系起来的黏合剂。引导学生去发现、使用、总结这些思想方法,可以建立起学生更高阶的数学认知框架。他们解决问题不再是一个个孤立的、就事论事的处理方式,而会具有策略性和方向性。学生数学能力的量变到质变的飞跃,正是学生领悟并运用数学思想的时候。

（三）鼓励一题多解与优化

进阶型学生已经有了一定的知识储备和思维的灵活性,这是进行一题多解的前提。一题多解可以考查学生对知识掌握的广度,也可以激发学生的求异思维和发散思维。教师可以选出一些有多种切入点的典型问题,在课堂上让学生发表各自不同的解法。以行程问题为例,可以用算术法、方程法、比例法等方法解答,也可以用画图的方法直观求解。

在展示多种解法之后,更关键的一步就是引导学生比较优化。教师可以提出这样的问题,“这些方法中你最喜欢哪一个?”什么方法最简便、哪种方法普适性最好?在什么情况下选择哪种方法效率更高?经过这样的思辨过程,学生不仅可以发现各种方法各自的特点,而且在比较中学会判断解法的好坏,进而养成追求简洁、高效、和谐的数学审美。对于最优解的寻找本身就是一项重要的数学活动,它锻炼了学生批判性思维和决策能力,使学生从单纯的解题者变为智慧的策略选择者,很好地体现了模型思想和运算能力的核心素养要求。

三、潜质型学生的创新拔高路径

（一）挑战难题,磨砺思维

给潜质型学生提供具有一定难度的难题,是磨砺其思维品质、提高其问题解决能力的重要途径。这些问题不应只是常规题目的简单提高,而应该具有新颖结构、复杂背景、综合性强的特点,甚至可以是数学竞赛题或者经过简化改造的近代数学问题中选取。此类问题的解决没有固定的方法,需要调动所有的知识储备,长时间地专心思考和尝试。

在这个过程中,结果对错不是唯一的标准,甚至也不是最重要的标准。教师更应该关注学生在挑战过程中所表现出的状态,即学生是否愿意持续探索下去。是否有条理地分析问题,提出有创见的思路或方法?在失败之后能否进行有效的反思,并做出相应的调整?攻坚克难之路会培养学生坚韧不拔的意志品质、科

学严谨的心理素质，培养科学严谨的探究精神。

经过与难题的“搏斗”，学生的思维深度、广度、批判性、创造性等各方面都会得到全面的锻炼和提高。他们学会了在复杂的情形中抓住主要矛盾，在没有现成道路的时候自己开辟道路。高阶思维能力的培养，是其将来成为创新型人才不可缺少的组成部分，也是数学教育价值最高的体现。

（二）自主探究，深度学习

对潜质型学生来说，教师的角色要从知识的传授者变为学习的引导者、促进者和资源提供者。赋予其更多的自主权，鼓励其就自己感兴趣的数学课题进行自主探究式的学习。探究可以来自课堂上悬而未决的问题，也可以是对某位数学家的生平或者数学史故事的探究，也可以是用数学工具解决现实生活中遇到的问题。

教师可以引导学生制定简单的研究计划，学会查找资料、设计实验或者调查，整理、分析数据，撰写一份小型研究报告或者成果展示。学生可能会对哥德巴赫猜想感兴趣，教师可以引导学生了解哥德巴赫猜想的内容、历史和数学家们为之付出的努力，还可以指导学生用计算机编程的方式去验证一定范围内的偶数。该过程很大程度上尊重学生的个性、兴趣，保护学生的好奇心，使学习成为一种内在驱动、主动建构的深度活动。学生通过自主探究不但能学到数学知识，更主要的是学会怎样学习、怎样研究，掌握了伴随其一生的可持续发展能力。

（三）跨界融合，追求创新

数学的魅力不在于它内部逻辑的严密、和谐，而在于它是一种普适的、可以联结其他学科以及现实世界的语言和工具。对潜质型学生开展跨界融合的探索，就是培养学生创新能力的高级途径。这就意味着打破学科壁垒，把数学放在更大的知识背景中，去发现和创造数学在各个领域的应用。

教师可以设计一些跨学科的综合性 PBL，使学生在解决实际问题的过程中综合使用数学、科学、技术、工程、艺术等各方面的知识。

1. 艺术中的数学：探究黄金分割在建筑、绘画中是如何运用的，分析音乐节拍和数列的关系，用几何图形进行艺术创作。

2. 生活中的数学，引导学生建立家庭开支的数学模型，分析不同的理财方案的优劣；或者用概率的知识设计公平的游戏规则。

3. 科技中的数学：培养学生的编程基础知识，用代码完成分形图形的绘制或者模拟交通信号灯的优化方案。

跨界学习使学生体会到了数学的价值和力量。学生会认识到数学不仅仅只是试卷上的题目，它还是解决问题、描述世界、进行创新的强有力工具。

学生在这样的活动中被鼓励提出自己的不同想法，尝试用从来没有用过的组合方式去解决问题、用知识。他们可以利用函数曲线来设计家具，用统计的方法来分析文学作品中用词的频率。综合知识、迁移知识、重构知识，就是创新思维的本质。学生的视野得到极大的扩展，思维壁垒被打破，在学以致用过程中，创新意识与创新能力得到了最直接、最有效的培养。

第四章 差异化教学内容的选择与组织

第一节 核心知识点的梯度设计

一、知识点的纵向深度挖掘

（一）概念引入的直观性到抽象性

数学概念教学是小学数学的基础,所以概念引入的梯度设计就显得尤其重要。差异化教学要求教师充分地利用学生已有的生活经验、直观感受,给不同的认知起点的学生提供多种的切入口。低年级学生或对新概念有困难的学生,都属于具体形象思维阶段,因此教学要从大量的直观操作、实例感知开始。在引入分数的时候,可以设计分苹果、分蛋糕、折纸等活动,让学生亲身经历,在“分”的过程中直接体会部分与整体的关系,初步形成几分之一的表象。

随着学生对概念的直观感受越来越丰富,教师就要引导学生由直观过渡到数学符号、定义。此过程应循序渐进。对于理解快的学生,可以引导其用自己语言描述操作发现,并用图形、符号表示,自然地过渡到二分之一、四分之一等数学表达。思维转化速度较慢的学生需要更多的学习支持,使用大量的图片、动画等具体形象但具一定抽象性的材料,帮助他们建立起直观对象和抽象符号之间的联系。

最终目的就是使所有的学生都能够脱离具体的实物,理解分数的数学本质,即一个数是另一个数的几分之几。由直观到抽象的螺旋式上升的过程,实际上就是对学生的数学抽象素养进行差异化的培养。教师根据学生思维层次不同来设计活动和问题,使处在不同思维水平的学生在各自的“最近发展区”内去探索,最终殊途同归都达到对概念本质的深刻理解,避免了“一刀切”教学造成的认知断层。

（二）法则理解的操作性到逻辑性

数学法则的理解过程也要按照从操作到逻辑的梯度设计,来适应学生个体差异。许多数学法则,尤其是运算法则,背后都有着严密的逻辑,但是对于小学生

来说,直接进行逻辑推演比较困难。差异化教学主张把抽象的法则具体化为学生可以亲手操作的活动,让学生在动手操作的过程中,通过观察、比较、归纳,自己发现规律,从而内化法则。教师在教授乘法交换律的时候,可以给不同的层次学生布置梯度任务。

对于基础好的学生,可以引导他们通过具体计算(3×5 和 5×3 , 4×6 和 6×4 等)来观察结果、提出猜想,再用多组例子去验证,最后得出字母 $a \times b = b \times a$ 的规律,主要是训练从具体计算到逻辑推理的思维。对需要更多帮助的学生,可提供格子图或小棒,摆3行5列、5行3列小棒,看到总数不变,直观地认识到交换乘数位置积不变的道理。这样一种体验,为之后理解法则的逻辑性打下了感性的基础。

从具体的操作中初步感知到的规律,还要上升到逻辑层面来理解确认。教师可以追问为什么交换位置的结果不变。激发学生深度思考。强些的学生可以从乘法的意义着手,用几个几相加的方法来解释。其他学生在教师的指导下回忆操作,用语言表达出一行有几个、有几行、一列有多少个、有几列的关系,逐步把经验转化为有条理的语言。不是要求所有的学生达到同样的逻辑阐述水平,而是让学生在自身能力范围内用合适的方式解释“为什么”,从而实现从操作到逻辑过渡的逻辑推理素养个性化发展。

(三)应用解决的单一性到综合性

应用题教学中问题的梯度设计,是培养学生分析解决问题能力、实现差异化发展的主要策略。问题的难度应该由单一性向综合性发展,以适应学生数学建模和运算能力的发展。教学设计中必须要有多层次的问题,使每一位学生都能找到自己的起点,在努力之后达到更高的水平。

初始阶段,教师应该给学生提供结构清晰、信息直接的单一性问题。此类问题一般只涉及一个知识点、一步计算,主要目的是帮助基础差的学生建立解决问题的基本信心和常规思路。学习完“单价 $\times$ 数量=总价”后,可以出一道题目,一个文具盒8元,买3个需要多少钱?这样基础的题目能让学生很快把所学知识与具体情境联系起来。

学生掌握了基础问题之后,教师就应该开始引入综合性更强的问题。此类问题包含的条件、步骤或者知识点会更多。

具体而言,可从以下几方面递进:

1. 增加信息筛选难度：在题目中加入多余条件，要求学生首先能正确找出解决问题所需信息。

2. 增加解题步骤，设计两步或者三步的题目，妈妈带了 50 元钱，买了 3 个 8 元的文具盒，还剩下多少钱？但是司法实践当中依然存在一个问题，就是认定主观过错的时候，对于非故意的，没有过失的第三人的认定存在难度，立法上没有做出明确的规定。

3. 设计出各个不同的单元和领域知识的题目，比如把几何图形周长计算和乘法运用结合起来。

4. 开放性以及策略的多样性：不唯一答案、多种解题法的问题，例如“50 元可以买怎样的学习用品”。设计购买方案题或设计购买方案题，引导学生进行高层次的思考和创造。

这样由单一到综合的梯度设计，可以使不同层次的学生在解决问题时担当不同的角色。基础好的可以尝试解决综合性、开放性的问题，提高策略选择和创新的能力。其他的学生则是从单一的问题开始，在教师的指导下面对复杂的难题，从而有效地训练出他们分析和综合的能力。梯度设计保证所有的学生在实践中得到成功的体验，数学应用意识、综合解决问题的能力随着自身的节奏不断提升。

根据以上对数学核心知识点梯度设计的策略，不同维度和学生水平下的教学方法可见下表。

数学核心知识点梯度设计策略表

维度 / 目标	学习阶段：起点 (基础学生)	学习阶段：提升 (中阶学生)	学习阶段：高阶 (挑战学生)	教学策略示例
概念引入 (直观到抽象)	直观操作、实例 感知 (如分苹果)	语言描述、图形符 号 (如二分之一)	脱离实物，理解 数学本质	提供多样切入点， 针对性“学习 支持”
法则理解 (操作到逻辑)	具体操作 (如摆 小棒)	观察归纳、猜想验 证 (如具体计算)	逻辑推演、意义解 释 (如字母公式)	抽象法则具象化， 布置梯度任务
应用解决 (单一到综合)	结构清晰、单一 计算问题	多步计算、信息筛 选问题	融合多知、开放 策略问题	分层问题设计， 逐步增加复杂性

二、知识网络的个性化构建

(一) 思维导图在知识结构化中的应用

思维导图是一种很有效的可视化工具，对于学生构建个性化的知识网络有独

特的优势。它以核心概念为起点,呈放射状把相关的知识点、定义、公式、案例等关键词联系起来,形成一张清晰、直观、逻辑性强、层次分明的“知识地图”。此法符合小学生的形象思维为主,能够激发学生的学习兴趣与自主性。

差异化教学中,不应该给学生提供统一的思维导图模板,而应该引导学生创作出独特的作品。以“平面图形”单元复习为例,有的学生把图形分类作为主线,从中心节点出发,向四周发散出长方形、正方形、三角形、圆形等分支,再细分为各自特征、周长和面积公式。逻辑思维强的会以图形的属性为主线,发散出边、角、周长、面积等分支,分析不同的图形异同。创作过程本身就体现学生不同的认知结构和思维方式。

教师在思维导图的教学中既是指导者又是启发者。对初学者,先介绍简单实例,解释基本组成,通过小组合作、模仿交流帮助其掌握方法。对已经掌握的学生布置难度更高、体现数学知识综合性、生活化特点的任务,用思维导图表现小数、分数、百分数的关系,促使学生实现不同章节、领域知识的整合。

绘制分享思维导图,在将零散的知识系统化、网络化的同时,也是在完成深度的自我认知加工。他们必须不断地问自己“这个问题属于哪一类?”与其它知识点有何联系?哪一个更重要?既有利于学生更好地掌握所学知识,又有利于提高学生的归纳概括能力、结构化思维,进而形成个性化的知识网络。

（二）错题资源的个性化重组

错题是学生学习过程中极具个性化的一份重要资源,它像一面镜子,把知识上的薄弱点、思维上的误区准确地反映出来。但是传统的错题整理方式,即简单的抄写题目和答案,只能起到表面的作用,不能发挥出真正的作用。差异化的教学方法要将错题资源进行个性化重组,并充分利用起来,把错题从失败记录变为成长的阶梯。

个性化重组第一步就是引导学生对错题进行分类。教师可以设计出包含多种因素的分类系统,促使学生不再随便罗列,而是按照错误的原因(概念不明、审题不仔细、计算马虎、方法不对、思路有误等)来划分。分类过程就是深刻的元认知活动,学生需要反思思维,准确诊断出错的原因。不同能力的学生分类的精细度不一样,但核心都是由做错到为什么错。

重组第二步是对个体进行分析,进行变式训练。每类错题下面教师要引导学生写出正确的解法,并用语言表述错误的原因和思考过程。对能力强的人可以鼓

励其进行错题的变式拓展，即改变题目的条件或者问题，构造类似题目并解答，加深对知识点的理解和运用。对需要帮助的学生，教师可以推送相关微练习，数字或者情境上稍作变化，帮助其反复练习巩固薄弱环节。

经过重组之后，学生错题本就不再是杂乱无章的“旧账”，而成了动态、个性化的知识生长点。学生在分类错题、反思并变式练习之后，就会发现自己的知识漏洞，从而达到精准修复的目的。这不仅可以有效地防止同样的错误再次发生，而且可以培养学生自我监控、自我诊断、自我改进的能力，是核心素养中学会学习的体现。

（三）重点难点资源的针对性推送

伴随着教育同信息技术的深度交融，借助大数据、人工智能技术来实现对学生重点难点知识的精准推送，成为差异化教学内容组织的一种主要方式。可以冲破传统课堂时间、空间的束缚，给每一个学生提供量身定做的“营养餐”，大大提高学习的个性化程度和效率。

此策略的前提是对学生学习过程数据进行收集分析。利用在线学习平台、智慧课堂系统等可以对学生课堂答题情况、作业质量、在线练习正确率、视频观看时长等行为数据进行记录。后台算法对海量数据进行深度挖掘分析，可以为每一个学生创建精准的“学习画像”，动态地识别出学生在各个知识点上掌握的程度，准确地找到学生学习的重点难点。

在精准识别的基础上，系统就可以实现资源的自动化、有针对性的推送。系统发现某学生对异分母分数加减法知识点的错误率一直偏高时，就会自动给该学生推送相关的学习资源包。资源包可以设计成梯度结构：第一部分讲解知识点核心（通分）短视频；第二部分巩固通分技巧的基础练习题；第三部分运用所学知识解决的稍复杂应用题。学生可以按自己的需要来选择学习内容和学习的先后顺序，真正地做到缺什么补什么。

资源推送不仅可以补差，即弥补薄弱的知识点，也可以培优，即培养优势潜能。系统在长期对学生某一知识领域表现进行观察之后，发现学生在该领域的表现超出平均水平，并且可以迅速、准确地完成基础知识或中等难度的任务时，就会为学生推送高难度的拓展性学习资源，比如趣味数学思考题、数学史材料或者引导学生参加项目式探究学习。既保护好激发学有余力学生热情的同时，又促使学生向更高层次思维发展。依靠智能化、针对性资源推送，教学内容的选择与组

织由原来的“以教师为中心”转变为现在的“以学生为中心”，使“因材施教”在技术支持下更可行。

第二节 数学思想方法的层次呈现

一、基础数学思想的渗透

（一）转化思想在低段教学中的隐性渗透

转化思想是重要的数学思想，也是广泛使用的思维工具，其本质是把未知的、复杂或者抽象的问题，经过某种转换，变成已知的、简单的、具体的问题来解决。小学低段教学中转化思想的渗透不能以明确定义的形式呈现出来，而应该像春风化雨一样，渗透到每一个知识点的教学当中，使学生在不知不觉中掌握这一强大的思维工具。如20以内进位加法教学时，教师引导学生用小棒操作，启发学生怎样使计算更简便，学生会想到把5分成1和4，先给9一个1，凑成10，再用10加上剩下的4，得到14。“凑十法”的过程，就是将“ $9+5$ ”这个新问题，转化成了“ $9+1=10$ 、 $10+4=14$ ”这两个学生已经熟练掌握的旧知识。在全过程，老师不需要用到“转化”这个词，但是学生已经通过动手操作、交流思考亲身体验了从新到旧、从难到易的转化过程。

几何图形教学同样可以培养转化思想。在认识平面图形的时候，学生借助剪、拼、移、补等方式，把不规则的图形转变成规则的图形，并且在规则的图形之间建立起联系。以探究平行四边形面积计算公式为例，教师可以引导学生动手操作，将平行四边形沿高剪开，再把剪下的直角三角形平移到另一端，拼成一个长方形。学生观察对比后会发现长方形的长、宽对应平行四边形的底、高，面积相等。因此，“求平行四边形的面积”这个新问题就成功转化为了“求长方形的面积”这个熟悉的问题。

隐性渗透策略是指教师在精心设计教学活动的过程中，把转化思想物化到学具操作中、固化到解题步骤里、内化到学生思维习惯上。学生在反复做“凑整”、“分解”、“变形”、“替换”等具体活动之后就会形成比较丰富的转化活动经验。虽然他们不能用语言准确地表述出何谓转化思想，但是转化的思维的种子已经在他们的心里悄悄萌芽，将在以后的学习过程中结出丰硕的果实，展现出强大的生命力。

（二）对应思想在低段教学中的初步感知

对应思想是数学中最基本的思想之一，它体现的是事物之间的内在联系，是计数、函数、映射等概念的基础。小学低年级对应思想的培养主要是帮助学生形成一一对应的概念，这是数感形成和准确计数的基础。教师应该在教学中创设大量的具体情境，使学生感受到并应用对应。在学生刚入学的时候，教师可以让他们完成“一个学生对应一把椅子”、“一只小鸟住一个窝”、“一朵花插在一个花瓶里”等活动来初步感知等量对应的原理。在数数时要求学生用手指着物品一个一个地数，使口中念出的数词和眼见的实物一一对应起来，避免多数或者漏数的错误。

随着学习的深入，对应的内涵也就越来越丰富。认识人民币时学生要建立具体的币种和抽象的面值之间的对应关系，学习钟表时学生要理解时针、分针所指的位置与特定时刻之间的对应。这就是对应思想在不同情况下具体的应用。特别是当引入数轴这个重要的数学工具的时候，对应的思想就更加明显。数轴上的任意一点都对应着有理数，最初只有整数，然后又加上了分数和小数。教师可以设计小蚂蚁爬行等游戏，让学生在线段上标出数字的位置，或者根据点的位置读出它所代表的数，通过双向活动加深对“数”与“形”对应的理解，为后续学习数形结合思想打下基础。经过这些看似简单但是很重要的初步感知活动，学生会逐渐形成集合与集合之间元素按一定法则相联系的观念，为理解函数中自变量和因变量的对应打下良好的认知基础。

（三）符号化思想的循序渐进

数学是一门非常抽象的学科，它的产生和发展离不开符号。符号化思想是用符号表达数学对象、关系和规律的思想。在小学阶段培养学生符号意识，使学生经历从具体到抽象、从个性化表征到规范化符号的过程，就是发展学生数学抽象能力的重要途径。该过程要循序渐进，要考虑学生的认知发展水平。低年级的符号化引入同学生的直观经验有着联系。学生最先接触的用具体的图形或者自己喜欢的标记来表示物体的数量，画三个圆圈代表三个苹果。这就是符号化最初的表现形式，就是实物画和图画这样的表征。接下来教师让学生认识数字1、2、3……等比较简单的通用数学符号，再一次完成了图画表象到数学符号的转变。加号“+”、减号“-”、等号“=”等运算符号的出现，就是将生活中的“合起来”、“拿走”、“同样多”等语言和动作，用规范的数学语言表达的过程。

进入中年级以后，符号化的内涵就进一步扩大了。学生接触用字母表示数的过程，就是数学符号化思维发展的又一个重要里程碑，也是学生从算术思维到代数思维的过渡。教学时不能直接给出 $a+b=b+a$ 这样的抽象定律，要从学生熟悉的生活情境入手，如摆三角形：1 个三角形需要 3 根小棒，2 个需要 6 根，3 个需要 9 根……那么摆 a 个三角形需要多少根小棒？学生在观察、归纳之后会得出 $3 \times a$ 或者 $3a$ 的表达式。字母 a 在这里所表示的不是一个具体的、固定的数，而是一个变化的、不确定的数。

在教学实践当中，教师也应当鼓励学生用自己熟悉的符号来表示思考的过程，再慢慢引导他们过渡到正规的数学符号中去。这样学生对数学符号的简洁性、通用性就会产生深刻认识。

高年级学生用 (x, y) 表示平面上点的坐标，用 $\%$ 表示百分数，用 π 表示圆周率等。符号化思想培养的核心，在于使学生认识每一个符号所蕴含的丰富数学意义，熟练地使用这些符号进行表达、交流和思考，最终认识到数学符号是认识世界规律的有力工具。

二、核心数学方法的理解

（一）归纳法与演绎法在不同学段的侧重

归纳法、演绎法是人类科学探究中最基本、最重要的两种推理方法，在数学学习中也起着重要的作用。两者不是相互割裂的，而是相辅相成的，共同组成完整的数学思维链条。小学各个学段由于学生思维发展水平的不同，对这两种方法的侧重点也不同。

归纳法与演绎法在小学阶段的侧重对比

特征 / 学段	小学中低学段（归纳法侧重）	小学高学段（演绎法侧重）
思维特点	具体的形象思维，抽象逻辑思维发展中	抽象思维能力逐步提高
推理方向	从特殊到一般	从一般到特殊
教学目标	发现规律、模式，激发探索欲和求知欲	严谨证明，培养逻辑性、批判性
具体例子	交换律、三角形内角和（测量）	三角形内角和（平行线辅助线证明）、数的性质证明
核心体验	探索的快乐，符合儿童认知天性	数学的严谨性与逻辑性

上表清晰地展示了归纳法与演绎法在小学不同学段的教学侧重。

1. 在小学中低学段，学生的思维主要是具体的形象思维，抽象逻辑思维正在

发展中,所以教学中应该更加重视归纳法的运用。归纳法是由特殊到一般的推理过程,它使学生通过观察、实验、比较一些具体的例子来发现其中所具有的共同规律或模式。在教学中引导学生完成 3×5 、 5×3 ; 4×6 、 6×4 等运算,观察结果得出猜想,再归纳得到交换两个因数位置积不变的普遍规律。探究三角形内角和时,让学生动手量出各种类型(锐角、钝角、直角)的三角形的三个内角的度数,记录下来,计算其和。当学生发现所有的计算结果都接近 180° 的时候,就会得出三角形内角和是 180° 的结论。此过程充满探索的快乐,符合儿童的认知天性,可以很好地激发儿童的求知欲和发现意识。

2. 学生抽象思维能力提高之后,就要逐渐加强演绎法的训练。演绎法是从一般到特殊的一种推理方法,要求学生根据已知的定义、公理、定理或者已证明的性质,经过逻辑推理得出一定的结论。这时教师可以引导学生用之前归纳出来的结论来进行更加严谨的证明。继续以三角形内角和为例,高年级学生已经学过平行线的性质,教师就可以引导他们通过作辅助线,利用两直线平行,内错角相等的性质,把三角形的三个内角转化为一个平角,从而严格地证明其和为 180° 。体现的就是数学严谨性、逻辑性的特征。在学习了用字母表示数、运算定律之后,学生就可以用演绎法来证明一些数的性质,例如证明两个连续偶数的和一定是4的倍数。从一般原理出发进行逻辑推理的训练,对于培养学生思维的深刻性、条理性、批判性都起着重要的作用。

(二) 类比法在知识迁移中的运用

类比法就是比较两个或者两类相似的对象,把其中一个对象的属性或者关系推及到另一个对象上的思维方法。类比可以促进知识的迁移,也可以达到温故知新的目的。它就如同一座桥梁,把学生已有的知识与新知识连接起来,在学生学习新知识的时候能找到熟悉的“脚手架”,降低认知负担,提高学习效率。小学数学知识体系有很强的内在联系,很多概念、法则、性质在结构上是相似的,这就为类比法的应用提供了广阔天地。学生在学习整数加减法时已经形成了计算的概念,对于小数加减法,就可以类比整数加减法的原理来进行探究学习。学生会想到把相同数位对齐。然后教师问小数加减法有没有类似的规则。学生通过观察、尝试发现,只要把小数点对齐,就能保证相同数位对齐,其余计算过程和整数加减法完全一样。这样新知识就很容易被掌握,“相同计数单位才能直接相加减”这一算理的普适性也得到了理解。

几何知识的学习中类比法也有很大的作用。根据长方形的面积公式 $S=ab$ ，类比可以推出正方形的面积公式 $S=a^2$ ；根据长方体的体积公式 $V=abc$ ，类比可以推出正方体的体积公式 $V=a^3$ 。进一步地，在学习圆的面积公式时，可以类比之前推导平行四边形面积的方法，即把平行四边形“割补”成长方形。圆能否通过割补变成已学过的图形呢？教师引导学生把圆分成若干个小扇形，再将小扇形拼成一个近似的长方形。学生会发现近似长方形的长相当于圆周长的一半，宽相当于圆的半径。分割份数越多，拼成的图形就越接近长方形。因此学生利用类比、极限的思想得出圆的面积公式 $S=\pi r^2$ 。用类比来进行知识迁移的教学，既让学生学到了新的知识，更重要的是让他们体会到了知识的生长过程，学会了用已有的知识去探索未知的知识，这对培养学生创新意识和可持续学习能力有着不可估量的价值。

（三）数形结合思想的深度体验

数形结合思想就是将抽象的数量关系与直观的几何图形联系起来，用“以形助数”或“以数解形”的方式来分析和解决问题的一种数学思想。低年级数轴教学只是对数形结合的初步认识，而中高年级的教学应该让学生有更深的体验，使学生真正理解数与形互相转化、互相解释的魅力和威力。深度体验不能只停留在画线段图分析应用题这个层次上，而应该扩展到更广泛的范围里去，使学生在更加复杂的数学情境中感受到它的价值。分数乘法意义的学习，即“一个数的几分之几是多少”，对小学生来说是非常抽象的。用图形表示出来，就豁然开朗了。计算 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ 的时候，可以在正方形纸上画出它被分成四份的图，再涂掉其中的一份；再把剩下的 $\frac{1}{4}$ 分成两份，取其中的一份。学生经过观察得到的部分占整个正方形的 $\frac{1}{8}$ ，直观地认识了分数乘法的算理，也为法则的归纳打下了良好的基础。

行程问题属于小学数学的难点，采用数形结合的方法，用行程图分析，可以把复杂的数量关系变得一目了然。行程图上时间、速度、路程等抽象的量有了具体的几何对应，相遇、追及等过程也一目了然。学生根据题目的要求在图上标出已知条件，分析各个量之间的关系，找到解题的关键。把代数问题转化为几何问题，大大降低了思维抽象的程度。另外在认识正比例、反比例关系时，用表格、图像表示两种相关联量之间的关系，也是数形结合思想应用的又一典型。学生描点、连线把数据转换成函数图像，可以直观地看到正比例关系是一条过原点的直

线，反比例关系的图像是一条曲线。图形形状可以很直观地反映数量变化的规律，学生对于函数思想有了更深刻的认识。

教师在教学中应该有意识地创设情境，让学生主动使用数形结合的思想方法去思考问题、表达思想。无论是用面积模型解释乘法分配律，还是用韦恩图处理集合问题，都是加深学生对数形结合思想的理解和应用。经过长时间多种形式的深度体验之后，学生会逐渐形成数形结合的意识，在遇到抽象、复杂的问题时也会主动寻找“形”的帮助，在数的空间、形的变化之中提高自己的数学洞察力和解题智慧。

第三节 跨学科融合的教学拓展

一、数学与科学的融合

（一）科学实验中的数据测量与分析

科学实验是数学与现实世界之间的桥梁，也是培养学生数据分析、抽象思维能力的有效途径。教师可以给学生布置简单的科学实验，测量浸泡前后花生的重量变化，或者记录一周内不同时段气温的变化。学生用天平、温度计等工具进行测量，学会正确读数，用表格记录数据。这也是学生直观感受“数感”和“度量”单位的过程，也符合操作型学习者的需求。

有一定分析能力的学生可以对收集到的数据进行初步的处理。计算全班同学测量花生增重数据的平均值，或者绘制一周气温数据折线统计图。计算平均值可以体会数据的集中趋势，绘制图表可以直接观察数据的变化趋势，既培养了学生的“数据分析”素养，又锻炼了学生动手操作和用图形语言表达的能力。

对于学有余力的学生可以布置更加具有挑战性的探究任务，分析气温变化与穿衣指数的关系，研究水、盐水、油等不同的液体蒸发速度差别，用简单的数学语言表述观察到的现象。这不但是学生对测量、记录、绘图、分析等各方面的数学技能的综合运用，也是学生变量思想、函数意识初步建立的过程。学生把数学模型同科学现象联系起来解决问题，可以加深对数学工具性的认识，形成创新意识和实践能力。

（二）自然现象中的数学规律发现

大自然就是数学规律最精彩的展示舞台。在自然现象中寻找数学，是培养学生观察力、抽象能力、审美意识的一种好方法。教师可以带领学生去户外观察植物的生长排列方式，数一数向日葵花盘上螺线的数量，看一看松果上鳞片的排列。当学生发现螺线或者鳞片的数量是斐波那契数列中的一些数（34、55、89等）的时候，就会对数字的神奇产生浓厚的兴趣。探究过程有利于培养学生“模型思想”和发现规律的能力，把抽象的数列知识变得生动有趣。

自然界中也有丰富的几何学习素材。雪花六角对称的结构是轴对称图形最好的例子；蜂巢的六边形构造可以引导学生去研究平面镶嵌的奥秘，思考为什么用最少的材料就能搭出最稳固的空间。树叶的叶脉形态、闪电分岔路径、山势轮廓，这些看似无序的自然形态里，都蕴含着分形几何的思想。通过图片欣赏、实物观察、动手实验等途径不同的认知水平的学生都可以在不同的角度感受到美，接受智力挑战，将几何学习由课本上的图形扩展到广阔的生活中，在美的熏陶下认识图形的特征和变换。

（三）物理模型中的几何图形应用

物理世界中很多基本原理、模型都与几何图形有关。把这些材料加入到数学课堂当中，能够帮助学生在解决实际问题的环境中加深对几何知识的理解，进而发展学生的空间想象能力、逻辑推理能力，给不同思维类型的学生提供不同的学习支点。

教师可以用简单的物理模型来说明抽象的几何概念。在学习角的概念时可以引入光的反射实验。用手电筒、镜子、量角器观察入射角等于反射角的物理规律。画出法线、入射光线、反射光线之后，还要准确测量角度大小。对逻辑思维强的学生，可引导其思考潜望镜为什么需要用两块成45度角的镜子才能看到上方的物体，把几何知识用于实际设计。

在教学实践中，还可以通过以下方式进行拓展：

1. 杠杆原理的学习可以和线段、比例知识结合在一起。让学生制作简易杠杆，探究不同的支点对力的作用的影响，用线段的比例关系来表示力臂和重物之间的数学关系。这就使比例知识不再只是一种计算的方法，而成为解决如何更省力的实际问题的手段。

2. 影子形成教学可以与相似三角形知识相结合。在阳光下测量不同高度物体

及其影子的长度，发现物体高度和影子长度的比值是恒定的，从而引入相似三角形的概念。对高阶学生而言，可以让他们依照本原理设计测量旗杆或者大树高度的方案，进行一次完整的数学建模与实践应用。

跨学科融合教学类型及学生特质匹配表

融合类型	核心数学素养	适合学生特质	典型活动举例
科学实验与数据	数感、数据分析、抽象思维	操作型、分析型	测量花生增重、气温折线图、平均值计算
自然现象与规律	模型思想、抽象能力、审美意识	观察型、探究型	斐波那契数列（向日葵、松果）、对称结构（雪花、蜂巢）
物理模型与几何	空间想象、逻辑推理、几何直观	逻辑思维型、动手实践型	光的反射实验、杠杆原理、影子测高
数学绘本与文学	数感、逻辑推理、语言表达	形象思维型、情感体验型、语言表达型	角色扮演、续写数学故事、解决“过河问题”
建筑设计与美学	几何直观、空间想象、审美情趣	视觉型、动手创造型	分析故宫对称、马赛克镶嵌、制作对称城堡
音乐节奏与韵律	数感、模式思想、抽象概括	听觉型、律动型	拍手感受音符时值、分析乐曲结构

从上表可以看出，融合教学把静态的几何图形放在动态的物理情境里，学生通过动手实验、观察现象、分析关系，既学到了数学知识，又体验到了知识的产生和应用的过程。这对培养学生的几何直观、模型思想等核心素养，对于需要动手探究学习的学生来说，是不可替代的。

二、数学与人文艺术的融合

（一）数学绘本与文学故事

数学绘本、文学故事是向低年级学生渗透数学思想、培养数感的最好载体。用生动有趣的情节、鲜明的形象、活泼的语言把抽象的数学概念和关系有机地融进故事中，很适合有较强的形象思维和情感体验需求的学生。以毛毛虫每天吃不同数量的水果来自然引入星期的概念和 1 到 5 的数数，以夸张有趣的图画和故事来解释数字、几何、概率等各种数学知识。

教师在教学中使学生扮演书本里的数数、分类等内容的角色。使学生在快乐的游戏中学会和掌握数学概念实际的意思。对于语言表达能力较强的学生，鼓励他们写数学故事，用数字王国历险记之类的题目将学过的加减法、图形等知识融

入到他们编写的数学故事里。既锻炼了学生的数学应用能力,又培养了学生的想象力、语言组织能力。

文学作品中数学元素也不能忽视。在经典的儿童文学、寓言故事里,经常会出现逻辑推理的内容。在“过河问题”(农夫要带狼、羊、白菜过河)这样的古典智力题中,学生要分析限制条件,设计合理的步骤。教师可以将这些故事当作课堂讨论材料,组织学生分组讨论,找出最优解。重视逻辑的严密性、思维的有序性,有利于学生逻辑推理素养的培养。

数学不是冷冰冰的符号,是有温度、有情感的故事。学生在阅读写作当中被数学所感染,兴趣与自信心得到提高。融合教学路径给不同阅读喜好、思维特点的学生赋予了个性化的学习入口,达成数学教育与人文素养的共同进步。

(二) 建筑设计中的几何美学

建筑是凝固的音乐,也是几何图形最宏大的展现。将建筑设计中包含的美学元素融入到数学课堂中,可以极大地调动学生学习几何的积极性,培养学生空间想象能力、审美情趣。从古至今,世界各地的宏伟建筑都离不开对称、平移、旋转、比例等数学原理。教师可以给学生展示故宫建筑群,使学生感受到中轴线所带来的一种庄重对称之美,也可以展示伊斯兰建筑里繁杂细致的马赛克镶嵌图案,使学生领略到平移、旋转后所产生的无穷美感。

在具体教学活动中,可以设置不同的任务。基础较好的学生可以从巴黎圣母院的玫瑰窗、埃及金字塔的图形特征、比例关系上展开,也可以讲帕特农神庙立面设计的黄金分割。有利于学生把课堂上学到的几何知识同人类伟大的文化遗产联系起来,提高文化素养和审美鉴赏力。动手能力强的人可以用七巧板、积木或者数字设计软件制作一个对称的城堡,也可以设计无缝拼接的地砖图案,把美的感觉变成创造美的行动。既加深了他们对图形特征的认识,又在创造中培养了他们的几何直观和创新思维。

(三) 音乐节奏中的数学韵律

音乐和数学存在着密切和谐的内在联系,这种联系给数学教学开辟了一条富有节奏感的跨学科融合途径。音乐的基本元素,节拍、音符时值、音阶等,其实质就是数学关系的外在表现。将其带入课堂,可以让学生在听觉、动觉体验中掌握分数、比例、模式这些抽象的数学概念,适合于听觉型、律动型学习风格的学生。

教师在教学过程中可以从最基本的音符时值开始。全音符等于两个二分音符,

二分音符等于两个四分音符，这就是分数里最直观的“整体和部分”关系以及二分之一的概念。教师用简单的音乐伴奏，拍手跺脚的方式使学生体会到不同时值的音符。当学生给熟悉的旋律（《小星星》）标上二分音符和四分音符的时候，就进行了一次分数应用的练习。

对规律和模式敏感的学生，可以进一步引导他们去探究音乐里存在的数学规律。很多乐曲的旋律、节奏都存在着重复、平移（模进）或者对称（逆行）的结构，和数学中的“模式”思想不谋而合。教师播放一段明显重复的乐句音乐，让学生找出其中的数学模式，用 A-B-A 或者 A-B-A-C 等符号来表示乐曲结构。该活动不但锻炼了学生听辨、分析的能力，而且让学生认识到数学在艺术创作中所起的结构作用，从而培养学生的模型思想、抽象概括能力。学生依靠音乐的韵律感受到数学秩序的美感，同时又因为多感官协同作用而加深了对数学内在逻辑之美的一种认识。

第四节 生活化情境的差异化运用

一、情境内容的多元化选择

（一）城市学生熟悉的科技与交通情境

在城市化进程不断加快的情况下，城市学生的成长环境同科技发展、现代交通交错在一起。将这些元素带入到数学情境中，既可以体现时代特征，也可以让学生切实感受到数学在现代生活里所发挥的作用。在教学统计与概率的时候，可以设计共享单车使用高峰时段调查的情境，引导学生收集、整理、分析校园周边或者社区的单车使用数据，预测不同时段的用车需求，既锻炼了学生的数据处理能力，又培养了学生的模型思想。在讲解函数概念的时候，可以借助“地铁分段计费”这个案例，使学生根据乘车里程和票价之间的关系来构建分段函数模型，从而体会变量之间的依赖关系，运用所构建的模型解决实际出行费用计算问题。

把抽象的数学知识同学生日常生活中常见的二维码支付、网约车计费、交通信号灯时间设置等现象联系起来，可以让数学问题更具体生动。在解决问题的过程中，学生对数学知识的理解更加深刻，逻辑推理能力、应用意识、创新意识等

各方面的素养也得到了潜移默化的提高。以城市生活经验为依据的情境创设,有效地缩短了数学与学生之间的距离,使学生真正体会到数学是生活的道理,从而以内在驱动力参与到学习活动中。

(二) 农村学生熟悉的自然与农业情境

农村有独特的自然景观以及农业生产的传统,为数学教学提供丰富、特殊的素材。创设农村学生熟悉的生活情境,既能使学生感到学习材料的亲切感,又能体现数学在解决农业生产、乡村生活实际问题中所起的作用,从而提高学生学习数学的信心。将数学知识植根于本地文化当中,也利于培养学生对家园的热爱。

在教学面积、周长的时候,可以抛弃单纯的图形计算,转而设计出“规划家庭小菜园”的实践活动。学生要亲自测量土地,考虑不同蔬菜的种植间距,计算围建菜园所需篱笆长度(即周长),计算菜园总面积,探究怎样规划方案可以达到土地利用率最大。学习比例和百分比的时候,可以创设“科学配比农药”或者“计算种子发芽率”的情境,让学生理解不同成分之间的比例关系,用实验数据计算发芽率,从而预测收成。

来源于学生身边的情境,山坡坡度、梯田形状、家禽数量统计、农作物生长曲线记录等都是很好的教学资源。将抽象的数学概念用可以触摸、观察、操作的现实活动来表达,使学生在田地里感受数学的魅力。学生在学习数学知识的同时,也培养了观察生活、发现问题、用数学知识解决问题的能力,使数学核心素养真正落到实处。

(三) 男生与女生兴趣倾向的情境差异

学生的兴趣是学生深度学习的内在动力。在小学阶段,男女生兴趣爱好大体存在一定的群体性差异。在设计教学情境的时候,教师应该尊重并利用好这些差异,创建既能吸引不同性别的学生,又能给学生提供个性化选择的教学情境,从而实现最大的课堂参与度和情感投入,防止单一情境带来的排斥效应。

教学设计应超越刻板印象,关注兴趣的多元性,提供丰富的选择:

1. 竞技探索类情境:为喜欢运动、竞技、探索的学生设计竞技运动情境。例如学习平均数的时候可以分析 NBA 球员的场均得分、篮板数据;学习几何图形的时候研究足球场地尺寸、投篮轨迹线等。这些情境带有竞争、挑战的色彩,容易激起学生探究的热情。

2. 艺术生活类情境:为喜欢静态、艺术、生活学生创设与艺术、手工、生活

美学相关的情境。在教学对称、平移、旋转的时候，可以引导学生欣赏剪纸、编织等传统工艺中蕴含的数学图案，并且动手创造；学习比的意义的时候，可以设计调配不同颜色的颜料或者制作水果沙拉的配方问题，使学生在美的创造与生活体验中体会数学的和谐与实用。

提供多样化的选择供学生自由选择，在小组内不同兴趣的学生相互补充，从自己感兴趣的角度来思考数学问题，从而得出解决问题的策略，可以调动学生全部的学习积极性。以兴趣为依据来设计情境，是实现个性化学习、促进学生全面而个性化发展的一种有效途径。

二、情境复杂度的梯度设计

（一）单一情节的简单情境

单一情节的简单情境为数学教学打下了基础，它的特点是，只包含解决所需要的最直接的信息，指向一个数学概念或者技能。这样的情境就相当于一条清晰的路线指示，目的在于让学生建立起基本的数学事实与现实问题之间的联系。初学乘法时创设妈妈买了3袋苹果，每袋4个，一共有多少个苹果？这样的情境条件明确，问题单一，学生可以很快发现这是一个求相同加数的问题情境，从而理解乘法的意义。

情境设计对帮助学生，尤其是初学者和数学上有困难的学生建立自信心起着非常重要的作用。可以很好地消除复杂的信息干扰，使学生集中精力于数学关系本身，从而完成从具体到抽象的飞跃。解决了最基本的这些问题之后，学生就可以掌握住最基本的概念、公式、运算技能，为以后学习更为复杂的知识打下基础。

适当的简单情境使用，可以使每个学生都得到成功体验的体验，这是产生和保持数学学习兴趣的源泉。教师可以利用这样的情境来检测学生的基础知识掌握情况，并及时地进行巩固和纠正，为以后差异化教学提供有效依据。

（二）多重信息的中等情境

学生掌握了基础知识之后，应该引导他们进入更加贴近实际生活的情境中去解决问题。多重信息的中等情境起着这样的作用。此类情境的特点是信息量大，包含许多与核心问题无关的干扰信息，需要学生具备初步的信息筛选、分析、整合的能力。以超市购物为情境，在多步计算的教学中可以设计如下情境，小华带

了 50 元钱，买了一袋 15 元的大米，一瓶 8 元的酱油，他看到了一包标价为 12 元的饼干和一桶标价为 25 元的油。买完大米和酱油后他还剩多少钱？”

饼干价格、油的价格为干扰信息。学生首先要找出解决问题所需要的数据，再理清总花费和剩余金额之间的关系，最后分步或者综合列式计算。这样的情境出现，就是学生由简单的模仿、套用公式向复杂的分析、解决问题能力迈进。有效的锻炼学生审题的能力，数据处理能力，逻辑思维的严密性是培养学生的数学应用意识的重要一环，也为其后面遇到更开放、复杂的现实挑战打下认知基础。

（三）开放条件的复杂情境

开放条件的复杂情境，是培养学生高阶思维能力、核心素养的练兵场。该类情境的主要特点就是条件不完整、问题不唯一、答案不固定，为学生留出了广阔的探究、假设、推理和创造空间。它模拟了现实世界中问题的模糊性、多解性，要求学生不但是知识的接受者，更是知识的主动建构者、应用者。

在学生学习了空间与图形、预算与规划等知识后，教师可以布置一个开放性的任务，学校打算为一年级的新生开辟一个预算为 2000 元的图书角，请来设计方案学生必须自己去收集图书角可用空间尺寸、不同种类书架的规格及价格、适合低年级阅读的图书目录和单价、地垫和装饰品的费用等数据。

学生需要从空间布局是否合理、图书种类是否丰富、成本控制是否有效等各方面的因素入手来考虑。不同的学生或者小组会提出完全不同的方案，有的重图书多、轻书架经济，有的重书架而轻图书数量、重书架轻图书数量、重书架轻图书数量、重书架轻图书数量、重书架轻图书数量、重书架轻图书数量、重书架轻图书数量、重书架轻图书数量、重书架轻图书数量、重书架轻图书数量。

学生解答这类问题时，需要调动所有的数学知识进行数学建模、推理演算、比较权衡，并且要对自己所得方案作出明确的陈述并做合理论证。大大提高了批判性思维、创新意识、实践能力的全面发展，使数学学习成了一种有智慧和创造性的活动，完全体现出数学核心素养的培养价值。

情境复杂度梯度设计总览表

情境类型	核心特征	教育价值	教学示例
单一情节的简单情境	信息直接，指向单一概念 / 技能	建立数学与现实基本联系，树立学习自信	妈妈买苹果（求相同加数和）
多重信息的中等情境	包含多个信息点，含干扰数据	锻炼信息筛选、分析能力，培养应用意识	超市购物（多步计算）
开放条件的复杂情境	条件不完备，问题不唯一，答案不固定	培养高阶思维、创新意识，模拟现实问题解决	设计图书角（综合规划）

从上面情境复杂度梯度设计总览表可以看出，不同复杂度的情境对于培养学生的数学能力、数学素养有着各自的重点，一起构建出一个由浅入深的学习路径。

三、情境呈现方式的多样化

（一）故事叙述与文字描绘

对语言感受力强、想象力丰富、善于用生动文字表现数学情境的学生来说，用故事叙述或者生动的文字来表现数学情境是一种非常有效的方法。一个引人入胜的故事可以把枯燥的数学问题融入到有趣的情节当中，很快激起学生的好奇心和探究欲望。在教授“鸡兔同笼”问题的时候，直接给出头有 35 个、脚有 94 只这样的枯燥数据，不如讲述一个农夫清点院子里鸡和兔子烦恼的故事。用故事化的方式来表达，学生就会不由自主地想要帮助农夫解决问题，从而主动进行假设和推理的思考过程。

文字描写依靠细腻的笔触来塑造学生可以想象的情景。在讲授圆的周长的时候，可以从一幅精美的圆形花坛或者一条用鹅卵石铺设的圆形小路开始，以欣赏美景为由，让学生产生“走一圈”的感觉，由此体会到“周长”就是绕一圈的长度。既传递了数学信息，又有文学的美感，能够很好地吸引具有文科倾向或者有丰富想象力的学生，在诗意的想象中轻松地掌握数学概念的本质。

（二）图片展示与视频播放

视觉是人们获得信息最有效的方法之一。对于低年级的视觉型学生而言，利用图片、视频来创造教学情境是最优的。相比纯文字的表述来说，直观的视觉材料可以很快吸引学生的注意力，并且能够更清楚、形象地表现复杂的信息。一张色彩鲜艳的超市货架照片，可以快速地将学生带入到购物的情境中，让学生找到商品的价格；一幅古代建筑的结构图，可以让学生发现其中包含的对称、平移等几何变换。

视频播放可以呈现动态变化的过程,适合用来表现和时间、速度、变化率有关的数学情境。在教授相遇问题的时候,播放两车从不同地点出发、相向而行的动画,学生可以清楚地看到两车距离随时间缩短的过程,动态的视觉体验有利于学生理解速度和的含义。播放植物生长的延时摄影,可以自然地引出数据记录、制作折线统计图等学习任务。

多媒体视觉材料应用之后,情境的呈现方式变得多种多样,而且也有助于学生去理解抽象的概念。它把静态的数学问题动态化、抽象的数学关系形象化,让学生在观察、感受的过程中发现数学规律,既提高了学生学习的趣味性,又有效地促进了学生数学思维的发展,特别是空间想象能力、数据分析能力的发展。

(三) 实物演示与模拟表演

对于年龄较小或者喜欢动手操作的学生来说,用实物演示或者模拟表演的方式来呈现数学情境,可以获得最直接、最深刻的体验。当学生可以亲手触摸、操作与问题有关的实物时,抽象的数学概念就会立刻变得具体起来。在“认识人民币”的教学中,没有什么能让让学生直接用模拟币做买卖的游戏更让他们理解的。学生在扮演顾客、收银员的时候,自然地学会了付款、找零,理解了元、角、分之间的换算关系。

模拟表演可以把整个课堂变成一个小小的舞台,学生在扮演角色的时候就会身临其境地进入数学的情境当中。在学完位置与方向之后,可以将教室布置成一个社区,学生扮演邮递员,按照指令(从邮局出发,向东走两个路口,再向北走一个路口到学校)去找到目的地。体验性让学习过程更有乐趣,既能学到知识,又能伴随着身体记忆,所以理解得深,记得更牢。这样的“做中学”方式调动了学生各种感官的参与,大大提高了学生知识内化和迁移应用的能力。

第五节 教学资源的个性化配置

一、基础型资源的保障

(一) 教材内容的标准化解读

教材是教学活动的基本载体,对教材内容进行标准化的解读,是保证教学质量、保证教学一致性的基础。教师团队要深入学习《义务教育数学课程标准》,特别对“四基”和“四能”的要求要深入领会,使每一个知识点的教学目标、内

在逻辑、育人价值都有统一而深刻的认识。标准化解读不是僵化的一律，而是集体备课、专业研讨后形成的一致意见。定期的教研活动可以让教师一起剖析教材的重点、难点，分享对教材内容的不同理解与处理方式，从而形成一份结构化、有深度的单元教学指导纲要。

纲要不能只明确各章的概念、技能要求，还要体现数学思想方法的提炼，预测学生可能遇到的认知障碍。以“分数的初步认识”单元为例，教师团队要确定除了让学生认识几分之一、几分之几之外，还要引导学生理解部分与整体之间的关系，体会单位“1”在不同情况下是不同的。经过标准化解读以后，使不同教师所教的核心知识体系和素养培养目标保持一致，为之后分层练习、拓展学习提供统一的认知平台。

（二）基础练习题的分层编制

在标准化解读教材的基础上，根据学生实际学习中表现出的认知差异，分层编写基础练习题就显得尤为重要。该编制不是简单的将题目分为难、中、易三类，而是根据对学生最近发展区准确判断，设计出具有梯度、可以引导学生拾级而上的练习体系。第一层次的练习属于基础达标型，主要目的就是覆盖本课时的最基本的知识点，使学习上有困难的学生能够在模仿、重复练习中掌握最基本的概念、运算等技能。此类题目大多和教材例题直接相关，形式简单，要求明确。

第二层次是变式巩固型，主要是针对中等水平的学生。该类练习在基础题的基础上做适当的变形，如改变题目的呈现方式、增加一到两个思维步骤、把知识点放在一个简单的实际问题中，来考查学生对知识的理解程度和初步的应用能力。学习长方形面积之后，变式题可以用一根固定长度的绳子围成一个长方形，怎样围面积最大？让学生动手操作，进行对比，从而展开思考。第三层次的题目是思维提升型，是为有学习潜力的学生设计的，题目具有开放性、探究性、综合性，目的在于激发学生的思维潜能和创新能力。分层设计可以保证每一个学生都处在自己的舒适区之外去挑战自己，既巩固了知识，又体会到了思考的乐趣。

（三）教具与学具的规范配备

动手实践是学生学习数学，特别是建立数感、几何直观等核心素养的重要途径。因此规范配备并且有效使用教具和学具，是保证基础教学质量不可缺少的一环。学校应按照《小学数学教学装备配置标准》，根据本校实际情况，系统地给数学教学活动配备必要的教学装备。即教师用来演示的放大模型、多媒体课件中

的虚拟教具、学生人手一套的操作性学具，如计数棒、七巧板、分数板、立体图形模型等。规范配备不是数量上的充足，而是质量上的安全、适用、科学。几何图形学具的尺寸和角度要精确，才能使学生形成正确的空间观念。学校应该建立健全的教具、学具管理制度，保证教具、学具随时满足教学需要，防止因为器材缺乏或者损坏而影响正常的教学活动。教师也必须接受相应的培训，学会怎样创造性地运用这些工具，把它们从静态的展示品变成引导学生探究、发现、思考的有效支架，让学生在“做数学”的过程中体验知识的产生过程，加深理解，提高素养。

二、拓展型资源的丰富

（一）数学阅读书目的推荐

数学阅读有利于提高学生数学素养，也是提升学生数学眼光、增强学生数学思维能力的重要手段。它使学生感受到数学的趣味性、文化价值和实际应用，从而改变数学就是做题的刻板印象。教师应该按照各个年龄段学生不同的认知特点和兴趣爱好，挑选出一些优秀的数学课外书籍，推荐给学生。

1. 低年级：推荐有故事、有图画的数学绘本，比如《你好！数学！》系列、《数学帮帮忙》系列等，用生动的情节和画面将抽象的概念融入生活情境之中，引导学生在听故事、看图画的过程中完成数学的启蒙。

2. 中高年级：学生可以阅读一些知识性与趣味性并存的小说、科普书以及数学家的传记，例如：数学小子丛书、汉声数学童话书、有关数学史和数学思想的书籍等。学生在阅读的过程中去理解数学知识的产生过程、感受数学家们的精神，激发深度思考、探究欲望。

学校可以创建班级或者学校的数学图书角，定期开展读书会，让学生们交流读书心得，并写读后感，使阅读从输入转变为思考与表达的输出，将阅读融入到学生精神生活当中。

（二）数学文化视频资源的筛选

数字化时代，由于视频资源直观生动的特点，被当作传播数学文化的主要媒介。精心选择的数学文化视频可以把抽象的数学原理、悠久的数学历史、奇妙的数学应用以可视化的方式呈现出来，极大地激发学生学习的兴趣。教师可以建立校本视频资源库，包含各个方面。一部分可以是以介绍数学历史与文化为主的纪

录片,比如圆周率 π 探索史、黄金分割在艺术和建筑上的应用等,使学生体会数学作为人类智慧结晶的魅力。另外一部分内容则可以采用幽默、有趣的方式来讲解一些数学难题或悖论,例如鸡兔同笼问题有多种解决方法,莫比乌斯环奇妙的特性等等,培养学生的逻辑思维能力。

另外还可以加入体现现代数学应用的视频,如数学在天气预报、计算机动画、密码学等各方面的应用,使学生真正感受到数学的价值和力量。这些视频资料可以作为课堂情境导入或者知识拓展材料来使用,也可以作为课后自主学习推荐的内容提供给学生。学生经过观察、讨论之后眼界得到扩大,也认识到数学与实际生活之间的联系,体会到学习数学的意义。

（三）网络优质课程的链接

信息技术发展以后,网络中出现了大量的优秀的在线数学教育资源,给学生个性化的学习带来前所未有的便利。学校、教师应筛选、整合这些资源,以链接的形式推荐给学生、家长,作为课堂教学的有益补充。网络课程形式多样,名师同步精讲视频、互动式数学游戏网站、思维训练为主的在线学习平台等。

选择时要注意课程的系统性、科学性、趣味性。有些平台会提供与教材相符的课程,学生可用来巩固课内所学;另外一些平台针对编程、数学、奥数思维启蒙等某一专题来设置课程,适合有此方面学习需求、兴趣的学生深入研究。教师整理好网络课程链接之后要附上简短说明以及适用建议,让学生根据自身薄弱环节或兴趣来选择学习。

学习不再受固定课堂时间的限制,学生可以利用碎片化的时间随时学习,实现泛在学习。网络课程有即时反馈练习、详细的解题步骤,有利于学生自主学习与解决问题能力的培养。学校可以设置专门资源共享平台,把这类链接加以分类管理,方便学生检索使用,构成线上线下结合的混合式学习生态。

三、支持型资源的供给

（一）针对学困生的微课讲解资源

对于数学学习有困难的学生来说,传统的统一教学不能满足他们对于某个知识点反复学习、深入理解的需求。微课资源的特点是短小精悍、主题突出、针对性强,是给学困生提供精准辅导的良药。教师可以对普遍存在的或者反复出现的疑难点、易错点,录下5到10分钟的微型教学视频。微课可以是对某个概念的

再解释,比如“小数点的移动”;也可以是对某个解题方法步骤的分解,比如“两步计算应用题的分析思路”;还可以是对一个典型错题的剖析和讲解。

微课资源有很高的灵活性。学生可以在课后根据自己的需要随时重复观看,直到完全掌握为止,很好地弥补了课堂教学“一晃而过”的不足。教师在录制微课的时候可以放慢语速、用贴近生活的语言、用直观的图示来降低学生的认知负担。学校可以创建学困生支持微课库,根据诊断性测试结果将相关的微课链接精准发送给需要的学生,从而实现从大水漫灌到精准滴灌的转变,真正帮助学生克服学习障碍,重新树立起学习的信心。

(二) 针对资优生的竞赛挑战资源

对学有余力、思维活跃的资优学生来说,满足于课本知识是远远不够的。给学生提供有挑战性的竞赛资源,是激发学生数学潜能、培养创新精神和高阶思维能力的重要方式。这类资源库的建立需要系统、多样,可以整合历年国内外各种著名的数学竞赛试题,比如国际数学奥林匹克初赛试题、国内“希望杯”、“华罗庚金杯”等竞赛试题,按知识模块和难度等级分类整理。除了竞赛题,资源库还应该包含高质量的思路分析、名师讲解视频、相关拓展阅读等素材,使学生在获得问题答案后也能了解题目背后的数学思想以及方法。可以加入一些趣味性、挑战性并存的数学谜题、逻辑游戏、建模课题,如数独、汉诺塔等,使学生在玩中学、在学中思、在思中创。学校可以定期举办校内数学竞赛或者创建数学兴趣小组,通过这些资源开展训练和交流活动,给资优生搭建起展示才能、交流思想的舞台,在挑战的高峰中体会到数学的奥妙与神奇。

(三) 个性化学习包的组合与推送

个性化学习包是把差异化资源配置的精髓整合起来的一种模式,它把学生作为核心来动态组合基础型、拓展型、支持型三种资源,形成“量身定制”的学习方案。创建个性化学习包的第一步就是建立精准的学生画像。课堂观察、作业分析、阶段性测验、与学生交流等手段可以获取教师对学生在知识掌握、能力水平、学习风格、兴趣爱好等各方面的数据。

利用这些数据,教师或者智能学习系统可以给每个学生制定专属的学习包。对于一个图形与几何方面表现优异但计算能力稍弱的学生来说,他的学习包里就会有基础计算的强化练习微课、几何难题的挑战任务以及一篇有关几何艺术家埃舍尔的数学阅读文章。对于另外一位对数学感兴趣,但是动手能力较强的学生,

学习包可以是联系生活实际的数学实践活动、数学游戏 App 推荐、基础知识点趣味动画讲解。

个性化学习包组成示例

学生特质	基础型资源	拓展型资源	支持型资源
计算能力弱，几何强	核心概念巩固性练习	几何难题挑战	针对性计算微课
数学兴趣低，动手强	基础知识趣味动画	数学游戏 App 推荐	生活实践数学任务
资优生，求知欲强	进阶知识点讲解	竞赛真题分析	数学历史探索阅读
学习困难生，需反复	基础概念反复练习	-	易错点精讲微课

学习包的推送可以通过学习管理平台、班级微信群、打印清单等途径来完成，学生在完成任务之后应该进行反馈。这是一个动态调整的过程，教师根据学生完成情况及反馈，对学习包内容进行不断调整，使学习包始终处在学生最近发展区。从上表可以知道，该模式使因材施教得以真正落在实处，从而使得每个学生都能在最适合自己的路上发展自身的数学核心素养。

第五章 差异化教学模式与策略

第一节 分层教学的实施要点

一、学生分层的科学性与动态性

（一）显性分层与隐性分层的结合

将显性分层和隐性分层有机地结合起来，是实现学生科学分层的有效途径。显性分层是指按照明确、可以量化的标准，在一定的时期内把学生分成不同的学习小组。根据上一阶段综合学业表现、数学专题测试成绩等来设置基础巩固、综合提高、拓展探究等不同的学习任务层次。分层的好处就是目标明确、方便教师根据学生不同的层次特点，设计相应的学习目标、教学内容、练习作业、评价标准，从而使得教学更有针对性。

小数乘法基础层次的学生主要掌握计算方法和基本应用，提高层次的学生要理解算理并解决稍微复杂一点的实际问题，探究层次的学生可以进一步研究运算定律在小数运算中的推广应用，也可以研究其中蕴含的数学思想。

隐性分层是一种比较灵活、内隐的差异化处理方法。它不把学生固定在一个标签化的小组里，而是在统一的教学流程中，用教学环节的差异化设计来满足不同的学生的学习需要。分层更多地表现在教师教学机智和课堂调控能力上。教师在课堂提问时可以设计出不同深浅的问题，对于认知起点较低的学生可以提出基础性问题帮助学生建立自信，对学有余力的学生则可以抛出思辨性、探究性的问题激发其深层次的思考。在异质分组的小组合作探究活动中，教师可以给每个小组内的学生分配不同的子任务，使每一个学生都能在自己的“最近发展区”里进行探索。

显性分层与隐性分层的有机结合，既保证教学结构的层次性，又保证教学过程的灵活性。教师可以在学期初或者单元开始的时候做一次宏观的显性分层，以这个分层为依据进行教学的整体规划。而在日常教学中更多采取隐性分层的方式，根据学生在即时反馈、课堂表现中出现的情况随时调整教学的速度和难度。宏观

显性、微观隐性相结合的结合方式,既避免了学生被贴上标签而造成的消极心理,又保证了差异化教学的准确性和有效性,使每个学生在适合自己的轨道上得到最佳的发展。

（二）定期调整与流动机制的建立

学生分层的动态性,是学生分层科学性的内在要求。小学生认知水平、学习兴趣、数学能力都在快速变化,一次性的分层不能反映出学生的发展轨迹。因此,建立一套定期、流动的分层调整机制,对保持分层教学的活力来说是十分重要的。它承认并肯定学生的成长和变化,把分层当作一种诊断性的、发展性的手段,而不是终结性的评价。能向学生传递出这样的信息:通过自身的努力,可以进入更高层次的学习,从而激发他们的内在学习动力。

建立流动机制首先要确定科学多元的评价周期和标准。调整的依据不能仅仅依靠期末或者单元大考的成绩,应该涵盖一个评价周期内所有的表现,包括课堂参与度、小组合作贡献、作业完成质量、专题探究报告、数学日记、错题分析等。教师要将过程性评价数据同阶段性测试结果融合起来,进而形成对学生数学核心素养发展状况的综合画像。评价周期可以设为单元、一个月或者半学期,不能太长也不能太短,保证评价的稳定性和调整的及时性。调整决定由科任老师、学生本人和家长一起商量,保证过程的公开公正。对某个表现出浓厚兴趣和进步速度很快的学生,老师应该主动去与该学生交谈、指导其参加更高层次的学习小组并帮助他。同样,当高层次的学生感到学习吃力的时候,也应该允许其暂时退回到低层次巩固基础,待重新找回了信心和能力之后再再进行挑战。双向、自由的流动机制才能使分层真正为学生的发展服务。

（三）保护学生自尊心的分层策略

分层教学可以提高教学效率,但是也会因为“标签化”的风险而伤害学生的自尊心。尤其是对身心尚未成熟的儿童来说,在分层策略的运用上,怎样细致入微地保护好他们的自尊心,是每一个教育工作者都应该认真对待的问题。成功的差异化教学,必定是以对学生的尊重为基础。

为有效保护学生的自尊心,教师可采取以下一系列具体而有效的策略:

1. 命名艺术化:避免用明显的高低之分的“优、中、差”或者A、B、C等标签给小组命名。取而代之的是带有趣味性、人文色彩的名称,如用水果命名(苹果组、香蕉组)、用科学家命名(牛顿组、高斯组)、用颜色命名(红队、蓝队)

等。此种处理办法可以消除层次间的差异感,营造出一种平等、和谐的心理环境。

2. 目标个性化,教师在布置学习任务的时候,要突出每一个层次目标的挑战性和价值性。使学生认识到不同层次只是学习起点和路径的不同,最终目的都是为了个人的进步。在评价时,应该更多地采用纵向评价的方式,也就是关注学生在原有基础上的进步幅度,而不是层次间的横向比较。

3. 平衡法,教师在课堂上对学生关注以及情感投入的平衡。基础层次的学生老师需要花费较多精力细心指导,在恰当的时刻给予帮助,使学生体会成功的快乐。对高层次的学生要信任,给他们留有探索的空间,用追问、质疑的方式去激发其潜能。教师用自身的言行告诉所有学生,他们都是被关注、被期待的,从而建立起牢固的师生信任关系。

保护学生自尊的根本就是营造一种积极健康的班级文化。文化里差异被视作宝贵的财富而不是缺陷,合作互助成了常态,每个人的努力和进步都会被认可和赞扬。教师要使学生认识自己每个人的闪光点、成长节奏都是不一样的,一时的落后不是永久的失败。经过长期的文化建设,分层教学才有可能摆脱潜在的负面影响,真正成为每一个学生自信、健康发展的助推器。

二、班级授课制下的分层管理

(一) 同质分组与异质分组的灵活切换

班级授课制下分层教学的主要组织形式就是分组。同质分组和异质分组是两种基本的分组方式,各有优劣,没有绝对的好坏。根据不同的教学目标、任务性质,灵活地切换、组合这两种分组方式,就是实现班级分层管理效益最大化的途径。

同质分组就是将学生按照认知水平、学习能力或者兴趣分到同一个小组里。该种分组方式最大的优点在于,教师可以对某一小组的共同需求进行有针对性的、重点突出地指导。基础练习阶段,同质分组可以让基础较差的学生得到充分的巩固,也可以让学有余力的学生去挑战更深一层的延伸问题,避免了“一刀切”练习造成的课堂时间浪费和“吃不饱”的现象。

异质分组就是把不同层次、不同特点的学生组成一个小组,形成组内异质、组间同质的结构。分组方式的核心价值就在于促进学生之间的有效互动和合作学习。在异质小组中,高层次的学生可以向同伴讲解思路、示范方法来加深对知识的理解,也可以提升自己的表达能力、领导力,这无疑是更高层次的“学”。中

等和基础层次的学生能够在同伴的帮助下，迅速解决学习中遇到的问题，获得即时的反馈和脚手架式的帮助。有时候“兵教兵”比教师直接讲授更受学生欢迎。异质分组最适合于探究性任务及需要从不同角度着手、集体完成的复杂任务，例如数学课题研究、项目式学习等。

教师在教学实践中应该成为分组策略的总导演。一堂课的教学流程里，分组方式可以随堂转换。例如教师可以给图形面积复习课分同质组：A组学生整理各种图形的面积计算公式及探索它的内在联系，B组学生在教师的指导下重点复习基础图形的面积计算方法。基础任务完成之后，教师可以迅速重组为异质分组，让所有的组都来完成一项设计校园花坛的综合实践活动。这时A组学生可以负责方案的设计和思路的规划，B组学生可以完成具体的测量和计算工作，大家分工合作，共同完成任务。既可以保证个性化指导的准确性，也可以发挥合作学习的互补性，从而使整个班级课堂成为一个动态、高效的生态式学习系统。

（二）小组层级的评价激励

评价是教学的“指挥棒”，科学合理的评价激励机制是分层教学有效运转的动力源泉。在小组层面的管理中，评价的对象不应只是学生个人，而应该扩大到学生所在的小组。创建小组为单位的评价激励机制，可以加强学生集体荣誉感与合作意识，使学生个人发展与集体进步结合起来，从而在班级授课制下更好的实施分层管理。这样的评价体系要有差异性、过程性。

评价标准要分层次，对于不同层次的同质小组或者不同的异质小组，教师应该设置不同的评价标准。基础巩固层小组的评价重点是每个成员是否都掌握了基本知识技能、参与度是否普遍提高；综合提升层次的小组，评价的重点就是解决问题的方法是否多样、思路是否清晰；拓展探究层次的小组，评价的重点就是思维的深刻性、独创性，以及探究过程的规范性。只有将评价标准与学习目标精准匹配，才能使每一个小组在自己的能力范围之内努力达到目标，获得成功的体验。

评价方式要以过程、激励为主。小组评价不应该只是一次性的期末总结，而应该成为日常教学中的一种常规激励手段。教师可设立小组积分榜、“合作之星”等各种即时评价方式。当小组讨论高效完成、提出有创意的想法、合作中表现互助精神的时候，教师应该立即进行口头表扬或者积分奖励。积分可以累积，定期兑换一些非物质奖励，如优先选择下一次探究课题的权利、担任“小老师”的机会等。奖励的物质性不是重点，它所包含的承认与鼓励才是重点。还可以引入组

内互评、小组自评的方式，引导学生发现同伴的优点、反省小组的不足，提高学生的评价能力、主人翁意识。经过这样多元化、动态化、有人情味的评价激励，小组层级的管理才能真正调动起学生学习的热情和合作的潜能。

（三）教师巡视指导的侧重点分配

分层分组的课堂教学中教师角色也发生了改变，教师从讲台上讲授知识的“主演”变成了各小组之间来回穿梭指导、训练的“导演”、“教练”。巡视指导，也因此成为教师由学生角色向教师角色转变之后最重要的工作方式。但是巡视并不是随意的漫步，其时间和精力的分配要体现分层教学相匹配的差异化策略。有效的巡回指导就意味着教师在不同的时段、不同的组之间所采取的指导方式应当有所不同。

教师巡视指导的重点分配，要依据对各个小组学习状况的预判与实时观察来决定。小组活动开始阶段教师要对整个小组进行快速的巡视，查看所有的小组是否已经明确活动要求、是否已经开始了活动；对有困难的小组要及时给予启动性的帮助。进入活动中期，教师的指导就要体现出明显的差异性。学习基础差、同质性强的组，教师要花更多的时间精力对学生做具体详细的伴随式指导。重申解题步骤、提供思维支架、引导观察比较、甚至亲自带领完成一些重要的环节，主要目的是帮助他们排除障碍、树立学习自信。水平一般的小组，教师的指导可以使用点拨法，在小组讨论出现困难或者偏离讨论方向的时候，用两三个关键问题来提示小组，引导小组自己修正方向。

教师巡视指导侧重点分配表

小组类型	活动初期	活动中期（指导方式与目的）
所有小组	快速巡视，确认理解要求，启动性帮助	-
基础较弱小组	-	伴随式指导：重申步骤，思维支架，观察比较，亲手示范；目的：排除障碍，建立自信。
中等水平小组	-	点拨式指导：关键问题启发思路，引导自行修正；目的：突破僵局，理清方向。
拓展探究小组	-	隐性/挑战性指导：更多自主探索空间，倾听与追问（如何想到？有无他法？结论是否普遍成立？）；目的：激发深层思考，挑战思维极限。

对学习能力强、拓展探究小组，教师的指导应该更加倾向于隐性化和挑战性。教师要给学生更多的自主探索时间和空间，不能过早或者过多干预。当巡视

到这些小组的时候，教师更多地担当倾听者、追问者的角色。当学生得出结论的时候，教师可以问“你是怎么想出来的？”还有没有其他的方法？在所有的条件下该结论都成立吗？提出高阶问题来激发学生深层次的思考，使学生挑战自己的思维极限。根据不同的小组需求来采取不同的指导策略，可以使有限的教学时间得到最有效的利用，保证教师每一次的介入都能精准高效，真正做到好钢用在刀刃上，从而在教师专业引领下使不同层次的小组取得最大的学习效果。

第二节 小组合作学习的差异化组织

一、分组策略的多元化

为了更好地理解这些策略，具体比较可参见下表：

小学数学小组合作学习分组策略比较表

分组策略	核心原则	主要优势	适用场景
组内异质	成员能力、特长、性格差异化搭配，优势互补	促进知识共享与互助，提升个体自信心，实现教育公平	绝大多数常规课堂学习任务，培养学生多元能力
组间同质	各小组整体实力均衡，确保公平竞争	激发团队荣誉感，促进小组间良性竞争，提升集体协作能力	竞赛、项目挑战、评比等需公平竞争的教学活动
自由组合	学生自主选择伙伴，基于兴趣或友谊	激发学习热情与内在动机，降低沟通成本，促进创意	开放性、探究性、实践性强的课题，如项目式学习启动

（一）组内异质：优势互补的搭配原则

组内异质是小组合作学习中被广泛使用且最为根本的分组原则。即分组时需使各小组成员在学习水平、认知方式、思维方法、性格特点等方面存在一定的差异。异质性结构不是随意拼凑起来的，而是根据优势互补的原则组合而成的。小组中可以包含数学基础好、逻辑性强的学生，也可以包含想象力丰富、善于提出新奇想法、表达能力强、组织协调能力突出的学生，还可以包含细心严谨、善于检查纠错的学生。由此形成的组合就成为微型学习共同体，在内部形成积极的智力资源互补。不同特长学生可以多角度去思考问题，使问题更加全面、深入地被认识。

教师在具体的教学实践中要依靠对全班学生长期观察、多维度评价来进行异

质分组。不能仅凭一两次数学测验成绩来下结论，而应该从学生课堂发言、作业完成情况、解决问题能力等各方面来综合考虑。例如，计算能力强但是解题思路单一的学生，可以和计算稍慢但是善于发现多种解题途径的学生合作；前者可以给后者提供速度和准确性的帮助，后者可以给前者打开思维的广度。同样，一个性格内向、不善言辞但是观察力敏锐的学生，如果能和一个活泼开朗、善于表达的同学组成小组，那么前者就会在后者的带动下逐渐敢于发表自己的意见，而后者也会在小组讨论中提供高质量的材料。

利用各成员的优势实现互补的异质分组，最终目的就是促进全体成员共同发展。学习能力强的学生向同伴讲解思路、阐述观点的过程，使自己对知识的理解更深入、更牢固，并且可以锻炼沟通能力和领导能力，这就是“输出是最好的输入”。对于学习暂时有困难的学生，可以在小组内得到同伴更加具体、及时的帮助，而同伴的帮助比教师的统一讲解更加有针对性、亲和力。在安全互助的小组氛围里，他们敢于说出困惑，勇于尝试，学习自信心、积极性得到有效的保护和发展。因此精心设计的组内异质化策略就是实现差异化教学、促进教育公平的有效途径。

（二）组间同质：公平竞争的平衡机制

组间同质原则是和组内异质相辅相成的另一种分组方法。它指的是在完成组内成员异质搭配之后，通过科学的调配，使各个学习小组的整体实力、综合水平大体相当。小组间平衡构成公平竞争的情境，是保证教学活动顺利进行的基础。如果小组之间的实力差距太大，就容易造成强者更强、弱者更弱的局面。强队任务过于简单就会因为缺少挑战而产生懈怠，弱队屡战屡败就会失去合作的信心最后放弃合作。

实现组间同质需要教师有全局观和调控能力。分组时教师可以采用S形或Z形排列法。就教师而言，根据学生综合数学素养（包含学业成绩、思维能力、课堂参与度等各个方面），将全班学生按高到低排序，再根据高、中、低或更细的梯度（如高、中上、中下、低）将学生分到各个小组。班级排名靠前的学生平均分配到各个小组，中间层的学生也按照这个方式分别分入各组，靠后的学生则均匀地落在各个组里。从宏观上保证了每个小组都聚集着不同层次的学生，从而使整个小组的“战斗力”趋于均衡。

组间同质为小组间的竞赛、评比等激励性活动提供了可能和公平。当各小组

实力相当的时候,任何一个小组都有通过努力获得成功的可能。教师可以设计难度适当的需要小组成员共同来完成任务的数学游戏,如数学闯关、解题方法接力赛、数学模型比赛等。由于各组起点公平,组员们会更倾向于团结一致,为了共同的目标而努力。良性竞争可以最大程度地调动学生们的集体荣誉感和内在驱动力,促使学生在合作中相互磨合、互相激励,从而全方位提高小组的协作水平和解决实际问题的能力。

组间同质化的平衡机制不是一成不变的,会随着学生的发展而变化。学期或者教学单元结束之后,学生数学核心素养可能会发生改变,原有的平衡也会被打破。教师需要重新对每位学生的情况以及各个小组总体表现进行评价,根据需要对个别小组成员进行微调,使小组重新达到平衡。动态调整的过程就是学生发展性评价的体现。它给学生传递出这样的信息,分组状态不是一成不变的标签,每个人的努力和进步都会被看到、被认可,这对保持学生的学习热情起着非常重要的作用。

(三)自由组合:兴趣相投的临时协作

除教师主导的异质分组、同质分组外,在特定的教学情景中,学生之间可以按自己的意愿组成临时的合作小组。此方式极大地尊重了学生自主选择的权利,可以立即激发学生的热情,尤其适合于开放性、探究性、实践性较强的数学活动。学生在与志同道合的同伴合作的时候,沟通障碍会减少很多,情感上的支持会更加直接,更易于引发出思维上的碰撞以及创新上的火花。

自由组合策略的使用要把握好时机和任务,由教师来完成。并不是所有的学习内容都适合自由组合,其最适宜的场景有以下几点。

1. 探究性课题,学生在学习对称图形之后,可以自由组合,去校园里寻找、拍摄自己认为最美丽的对称现象,并制作成一份展示报告。
2. 数学游戏与创作,在了解可能性之后,让学生组成小组自己设计一个公平或者不公平的抽奖游戏,并向全班同学展示和解释其中包含的数学原理。
3. 项目式学习启动阶段,在大型跨学科数学项目开始的时候,学生可以依据对不同子课题的兴趣自由组队,从而保证之后研究的持续动力。

学生选择权居于第一位,在这些活动中,内在动机被充分调动起来。此时教师的角色变为引导者、资源提供者,要密切关注各小组活动的开展情况,对遇到困难的小组给予必要的指导和帮助,保证“自由”不会失序,活泼不至于混乱。

二、角色分工的差异化

（一）组长、记录员、汇报员等角色的轮换

小组合作学习中，给每个小组加入明确的角色分工是提高合作效率的行之有效的方法。常见的角色有组织协调、引导讨论的组长，倾听、筛选并书面整理讨论结果的记录员，代表小组向全班清晰、有条理地展示学习成果的汇报员，控制时间、提醒流程的计时员，检查小组成员理解程度的提问员等。角色设定的目的是为了小组运行有章可循，使每个人都有其责任。

但是角色的价值不只在于它的工具性，更在于它的教育性。为了保证每一位学生都能有全面发展的机会，教师不能让能力强的学生一直占据领导或者核心的位置，而使其他学生一直处于辅助或者边缘的地位。因此实行角色轮换制度就显得非常必要。教师可以设计小组角色轮换表，使得一周或者一个单元内小组成员可以体验两种以上不同的角色。轮换本身就有公平的价值观，每一个角色都举足轻重，每一种能力都应该学习。

学生在不同的岗位上体验并发展不同的核心素养。平时沉默寡言的学生成为汇报员之后，在同伴的鼓励 and 帮助下，会勇敢地迈出公众表达的第一步，自信心和语言表达能力都会得到提高。当思维活跃但是比较粗心的学生当记录员的时候，他必须学会静心聆听、准确概括，从而提高信息整理能力和严谨细致的能力。担任组长可以培养学生的领导力、组织协调能力、责任感。这样的换位体验不但有利于学生个人的全面发展，而且有利于学生理解他人、从不同的角度去看待合作任务，从而实质性地提高团队凝聚力和协作水平。

（二）根据学生特长分配角色任务

在坚持角色轮换大原则的基础上，根据学生特长进行有策略的角色任务分配，才是差异化组织更高层次的体现。和角色轮换大原则不矛盾，是灵活、因材施教的一种有效的补充。尤其对于综合性强、难度大的任务来说，让学生在自已擅长的领域担当核心角色，既可以保证小组产出的质量，又能使学生在“舒适区”边缘获得巨大的成就感，进而增强自信心，激发挑战更高难度任务的勇气。

教师在布置此类任务的时候，要对学生的特长有准确的把握。学生的特长是多样的，不能仅仅从数学知识的掌握程度来衡量。有的学生具有很强的视觉空间智能，对图形、图表比同龄人更敏感，能很快、准确地画出来。当学生在学习统

计与概率单元时需要制作复杂的统计图表,在图形与几何部分需要绘制、解读立体图形的时候,就可以让他们担当起首席设计师或者模型建构师的角色。

具有较强语言天赋和逻辑思辨能力的学生,在进行数学辩论或者撰写数学小论文、项目研究报告的时候,可以指定他们担任首席辩手或者主笔。把小组分散的观点用系统的、条理的方式整理出来,并用简洁明了的语言把小组发现及其论证过程表达出来。既提高了小组学习成果展示的质量,也为其他成员提供了一种逻辑表述和书面呈现的范例。动手能力强、热爱实践操作的学生,在测量、制作学具等活动中就当之无愧地成为了首席工程师,带领小组成员高效、准确地完成实践操作环节。

根据学生的特长来分配角色,核心就是发挥优势、弥补不足。当一个学生在自己擅长的领域里取得成功、得到认可的时候,就会更有信心、更愿意去挑战其他的角色。优秀的首席设计师在体验到成功的喜悦之后,就会更加积极地在下一次活动中担任汇报员,与别人分享自己的设计思路。教师的任务就是创造这样的机会,并加以适当的引导和鼓励。以一次成功特长展示为契机,教师要表达出认可和感谢的语气。这次小组的图表非常清晰明了,应该特别感谢某某同学。下次能否请他来解释一下这张图表是如何构思、制作而成的?特长分配、角色轮换互相配合,形成一个不断上升的良性循环,促使学生数学核心素养差异化发展、全面提高。

(三) 确保每个学生的参与度

小组合作学习所有的策略与设计,归根结底都是为了保证每一个学生都能够真正地参与到学习中来,在参与中有所思、有所得。高参与度是合作学习区别于传统教学模式的本质特征,也是合作学习的生命力所在。避免出现优等生“包办”、中等生“陪衬”、后进生“游离”的现象,是教师在组织合作学习时必须时刻注意并加以解决的问题。因此教师要从任务设计、过程监管、评价机制等各方面入手,建立全员参与的“防护网”。

任务设计是引起全员参与的开始。教师布置给小组的任务要具有一定的结构,即任务本身可以分解成若干相互联系但又各自独立的子任务,最终的完成需要汇集所有的子任务成果。探究圆面积公式时,任务可以分为:1号成员回顾并说明推导平行四边形、三角形面积公式所用的转化思想;2号成员动手将圆片剪拼成近似长方形;3号成员观察并指出这个近似长方形的长、宽和圆周长、半径之间

的关系；4号成员根据长方形面积公式推导出圆面积公式。在这个人人有责、环环相扣的任务链条上，任何一名学生缺席或者不参与，都会造成整个小组任务链条的中断。从根本上杜绝了搭便车的情况，迫使每一个学生都必须深度参与。设计开放性问题，给学生提供多元化的解决途径，也可以给不同层次的学生提供参与的入口和展示自我的舞台。

第三节 个别化指导的具体方法

小学数学核心素养的差异化培养当中，开展恰当的个别化指导，就是联系教学目标和学生发展的纽带。这就需要教师冲破传统的“一刀切”的模式，真正地认识每一个学生所处的学习世界，细致地察觉每一个学生认知的特点、思维的方式以及情感的需求，从而给予针对性的帮助。本节主要探究学困生、中等生、优等生三类学生不同的需求，分别提出相应的指导策略。不同种类的学生在小学数学核心素养的培育进程中，体现出不一样的学习需求和潜能。为了有效地实行个别化指导，可以把学生分成学困生、中等生、优等生三类，采取不同的方法。具体的指导核心和方法如表所示。

小学数学核心素养差异化培养指导策略概览表

学生类型	指导核心	具体方法举例
学困生	精准扶持，克服障碍，重建信心，巩固基础，跟上进度。	课后辅导精准化诊断（学习面谈、诊断测试、错题画像）；错题归因与针对性讲解；“小老师”帮扶制。
中等生	拔高激活，调动潜能，改善策略，主动探索，实现飞跃。	解题思路点拨与启发（一题多解、多法分析）；学习方法优化指导（思维导图、知识结构图、纠错本）；鼓励大胆表达与质疑。
优等生	开拓引领，提供广阔空间，激发高层次思维，培养创新研究能力。	深度问题探讨与交流（数学沙龙、思维工作坊）；指导撰写数学小论文（选题、资料搜集、学术规范）；提供开放性研究课题（项目式学习）。

一、针对学困生的补习指导

（一）课后辅导的精准化诊断

学困生的课后辅导是否成功的关键在于诊断的准确性。模糊的、经验性的判断很容易使辅导流于形式，不能真正解决学生的问题。精准诊断就是教师像医生

问诊一样细致入微,从多方面途径全面了解学生的学习困难所在,然后进行系统全面的分析。它不单关系到知识点的掌握情况,还牵涉到学习习惯、思维方式、学习态度、家庭环境等诸多因素。教师应该通过对日常作业、测验卷的仔细批阅来找出学生薄弱的知识点,并且要注意观察学生在课堂上注意力是否集中、参与互动的情况、遇到难题时的反应等行为表现。

结构化的学习面谈是进行精准诊断的有效方式。教师可以设计一些引导性问题,与学生一对一地进行交流,听学生对于数学学习真实感受、某个概念的理解,解题时的真实想法。针对经常出错的某个知识点,教师可以直接提问:当遇到这个问题的时候,首先想到的是什么?或者进一步问“你得出这个结论的过程是怎样的用非指责的方式去寻找学生对概念理解的偏差,也能发现学生逻辑推理中薄弱的环节。结合定期的、小范围的诊断性测试,教师可以为每一位学困生画出一张“学习问题画像”,清楚地标明他们的困难症结:是概念不清、运算粗心,还是空间想象力不足等等,从而为以后有针对性的辅导提供科学依据,保证每一次辅导都能真正对症下药。

（二）错题归因与针对性讲解

错题是学困生学习状态最直接、最真实的反映,也是宝贵的教学线索。对错题只告知正确答案并要求订正,效果往往很小。关键在于引导学生做深层次的归因分析,在此基础上进行有针对性的讲解。教师要创建个人的错题档案,引导学生对错误按类型归类,而不能把错误简单地堆砌在一起。根据错误的原因,常见的有概念模糊型、审题失误型、运算粗心型、思路错误型等。

归因过程中教师是引导者而不是裁判员。促使学生自己剖析错误,反思“当时是怎么想的”。其根源何在?它同正确的思路之间又存在怎样的本质区别?一名学生在长方体表面积的计算上出现多次错误,有可能是没有真正理解表面积是六个面的总面积之和的概念,也有可能是在脑海中无法把立体图形展开成平面图形,也有可能是把表面积与体积的公式混淆了。引导学生自己找到症结所在,比教师直接灌输知识要深刻有效得多。

一旦症结被找到,针对性的讲解就会起到事半功倍的效果。当概念不清的时候,应该让学生回到教材中去,借助教具、图示或者生活中的具体例子把抽象的概念形象化、具体化;如果是因为审题不仔细造成的,可以训练学生圈点勾画,准确地标出题目中重要的词语和数据;对于计算错误,应开展专项的口算、估算、

笔算训练。讲解时要保证语言通俗易懂、逻辑清楚，多用启发式提问而不是直接陈述，甚至可以设计出一道与错题类型相同但是难度稍高的变式题，让学生在解决问题的过程中检验自己对解题方法的掌握程度，从而达到从知其然到知其所以然的深刻跨越。

（三）“小老师”帮扶制的有效运用

“小老师”帮扶制是一种很有价值的同伴互助学习模式，它巧妙地利用了学生之间的“近期发展区”理论，让学习能力较强的同学引领暂时落后的同学一起进步。既是对学困生知识上的一种补充，又是对他们心理的一种安慰、情感上的一种支持。同伴间的解释更贴近儿童的思维方式，更容易让儿童理解。减少了师生之间的疏离感，学困生请教时心理压力也小，也更愿意暴露出自己心中疑惑。

为了使小老师帮扶制能够发挥最大的作用，教师必须精心组织、科学引导，防止其流于形式或者产生不良影响。

1. 科学配对和动态调整，选择“小老师”不能只看学习成绩，还要考虑表达能力、耐心、责任心。帮扶对象与小老师配对时可以结合性格互补、座位相邻等因素来考虑。配对不是固定不变的，老师要经常检查帮助的效果，根据双方的需要和实际情况进行调节。

2. 确定任务的方法指导。教师要给“小老师”开展岗前培训，清楚地指出他们的责任就是引导而不是代替。指导他们怎样有效地启发和讲解，即引导被帮扶学生复述题目信息，说出自己的思路，再进行有针对性的点拨，而不是直接给出答案。帮扶任务要具体，可以是对待错的作业进行检查、对新概念讲解等。

3. 塑造起互助、分享、共赢的班级文化。让学生体会到助人与受助都是光荣的。建立有效的激励机制，对表现好的“小老师”和进步明显的学困生及时进行表扬和奖励，用公开表扬、颁发小奖状等方式使参与双方都从中获得成就感和价值感。

二、针对中等生的拔高指导

（一）解题思路的点拨与启发

中等生如果按照既定的学习进度完成学习任务，就会产生固定的思维模式，一般会用同样的解题思路，没有灵活性，缺乏创造性。所以拔高指导的第一要务就是打破他们的思维定势，用恰当的点拨和启发来引导学生寻找出不同的解题思

路。当学生解决了某个问题之后,教师不应该就此结束,而应该追问:“还有其他的办法吗?提倡和深入地讨论一题多解能有效地拓展学生的视野,使学生感受到数学方法的多样性和解决问题的策略性。

教师在教学中应该设计一些有多种解题途径的题目。学生独立思考或者小组讨论完毕以后,就组织全体学生交流各自解题方法。一道复杂的题目,既可以用算术的方法来解答,也可以用方程的思想来解答;一道几何图形的面积计算,可以采用分割、添补、平移等不同的方法。教师的作用就是对学生探究过程进行细致的梳理和精当的点评,引导学生深入分析每种方法的优劣,并从中体会不同的解法所包含的数学思想,如转化思想、数形结合思想等。

点拨的时机、方式都很关键。当学生遇到思维瓶颈的时候,教师不应该直接给出答案,而应该给出方向性的提示,例如“之前学过的哪个知识点与此题有相似之处?或者改变一下图形表现形式,运算是否更简便?启发式教学可以有效地保护学生的思维主动性,在柳暗花明又一村的探索体验中得到思维的乐趣和自信。经过长时间的训练,中等生就会逐渐养成多角度分析问题、寻找最优解的良好思维习惯。

(二) 学习方法的优化指导

许多中等生虽然学习刻苦、投入大量的时间,但是效果却不好,根本原因在于学习方法低效。表现为重听轻思、重练轻结,没有把知识系统化、结构化的能力。因此,引导学生改进学习方法、养成良好的学习习惯,对学生的成长十分重要。教师应该向学生介绍和示范各种高效学习策略,帮助学生学会做自己学习的主人。

教师可以引导学生绘制思维导图或者知识结构图。每学完一章,就让学生动手画一张本章主要概念、公式定理、典型例题及它们之间的逻辑关系的图。这一过程本身就是一次高强度的归纳、概括、反思,可以有效地促进学生形成完整的知识网络,把零散的知识点组织成有条理的知识体系。

指导学生建立规范的“错题本”也是非常关键的。与学困生侧重归因不同,对于中等生则侧重以下三方面的深入分析:一是深入剖析错误发生的原因;二是系统整理出该题所涉及的知识点,并做适当的拓展;三是记录解题过程中出现的灵光一闪或更好的解题方法。这就使得纠错本由被动的记录错误,升华为一种主动的、个性化的学习研究工具。采用上述方法后,中等生的学习就变得有条理、

有深度，学习效率得到显著提高，为思维拔高打下了良好的基础。

（三）鼓励大胆表达与质疑

中等生并不是课堂上最活跃的群体，他们有想法但是因为不确定或者害怕出错所以选择了沉默。造成这样的局面，严重妨碍了他们的思维碰撞和加深。因此创设一个宽松宽松的课堂氛围，鼓励学生勇于思考、敢于质疑，是调动学生思维潜能的有效途径。教师用自身的行为传达这样一种信息，课堂是安全的港湾，所有的想法都应该被倾听，所有的错误都是学习的机会。

教师可以采取各种办法来鼓励学生积极地表达。小组讨论时保证每个成员都有发言机会，全班交流时可以采用随机点名 and 自愿发言相结合的方式，给中等生提供更多的展示自我的机会。教师无论学生回答对错都应当给予肯定与鼓励。对不完整或者偏差较大的回答，教师不应简单否定，而应用启发性的问题引领学生自证其误或者请别的同学予以修正完善，把一次表面的错误回答变成一个集体的建构过程。

更为关键的是培养学生的质疑精神。教师应鼓励学生不仅要“知其然”，更要“问其所以然”。

1. 鼓励学生质疑结论：“这个公式为何是如此构建的？”
2. 鼓励学生质疑方法：“教师的方法是否最优？是否存在更为简捷的解法？”
3. 鼓励学生质疑题目：“若题目的条件发生变化，结果会如何演变？”

教师甚至可以在讲解时设置一些“思维陷阱”，让学生主动去发现，对于敢于挑战权威的学生要给予高度的赞扬。一旦形成这样的氛围，中等生就会由被动的知识接受者变成自主且有批判精神的思考者，数学学习的深度和广度也会随之大大提高。

三、针对优等生的拓展指导

（一）深度问题的探讨与交流

对于思维活跃的优等生来说，常规习题已经不能满足他们旺盛的求知欲。对他们进行指导要由原来的“解题”变为现在的“论道”，也就是深入地对有深度、有挑战性的题目进行讨论和交流。这类问题一般具有如下特征，情境新、条件宽、解法多，并且需要综合应用各方面知识。其目的并不是只考察学生对单个知识点的掌握情况，而是要激发探究精神，培养思维的深刻性、批判性、独创性。

教师可以定期组织数学沙龙、思维工作坊等,从中挑选出一些经典的逻辑谜题、来自生活中的数学建模问题、著名数学定理的简化证明等有吸引力的数学问题,让学生以小组为单位进行研究。在此过程中需要他们自己分析问题、查阅资料、提出假设、验证假设。教师在学生讨论合适的时机介入,适时提出启发性问题,引导学生从不同的角度去看待问题,或者当学生陷入思维僵局时给予必要的学术支持。

交流环节就是深度探究的中心。学生要清楚地表达自己的观点、阐述论证的过程,还要能有效地回应质疑、进行辩护。既锻炼了逻辑表达与沟通能力,又在思想碰撞中互相启迪,加深了对数学本质的认识。通过不断深入的研究,优等生的思维品质会得到明显的锻炼,从最初的解题高手,发展成初步具备数学思考能力的数学思考者。

（二）指导撰写数学小论文

指导优等生写数学小论文,是引导优等生把数学学习由接受性转变为研究性的最佳途径。撰写小论文属于一项综合性的智力活动,它牵涉到学生从发现问题、分析问题、解决问题直至总结成果的全过程,对培养学生科学探究能力、信息素养和书面表达能力起着不可替代的作用。

此项指导工作要分阶段、有步骤地进行。第一步骤是选题,教师可以给出一些备选方向,例如,生活中的对称美、黄金分割的秘密、从杨辉三角看数字规律等;也可以鼓励学生根据自己的兴趣提出研究课题。教师在课题确定之后,应该指导学生怎样有效地搜集和筛选资料,教他们怎样利用图书馆、网络等资源,辨别信息来源的可靠性。

研究阶段教师要引导学生用观察、实验、归纳、类比等数学方法对问题做深入的研究。如果用斐波那契数列为例,学生可以观察兔子繁殖问题,记录数据,找到规律,然后去探索自然界中有很多实例。论文撰写阶段要指导学生怎么布局,遵循学术写作的基本要求,即怎样写引言、展开论述、得出结论。教师在整个过程中应该起到引路人、学术伙伴的作用,对学生的各种想法、发现持续地给予指导和反馈,使学生零散的想法、发现逐渐汇聚成一个有条理、系统化的作品。

（三）提供开放性的研究课题

对优等生最高层次的引领,就是为其提供真正的开放性研究课题。这类课题没有唯一的答案,甚至没有固定的解题方法,目的在于给学生提供最大的自主探

究空间,培养学生的创新精神和实践能力。模拟了真实的数学家研究问题的场景,具有未知性、挑战性,对优等生有很强的吸引力。

这些课题可以来源于生活,也可以来自纯粹的数学世界。设计最公平的班级篮球循环赛赛程表,优化校园绿地灌溉系统的设计方案,探究不同多边形密铺平面的规律等等。获得课题之后,学生就要自行组成研究小组,制订研究计划,分配工作任务,选择研究方法,搜集数据,得出研究结论,最后还要就研究成果进行汇报。整个过程几乎完全由学生自己来完成,教师只在重要的节点上给予咨询和指导。

项目式学习可以全方位地培养学生的各种能力。不单要灵活运用数学知识,还要学习项目管理、团队协作、信息技术应用等各方面的综合能力。学生解决结构不良的复杂问题时要跳出书本的框架,批判性地思考、创造性地建构。虽然会遭遇失败与挫折,但是经过艰难努力,最终形成独特的见解或者方案之后所产生的成就感和学术自信,是任何标准化习题训练都无法给予的。只有这样一片沃土、这样的土壤,才有可能长出未来的顶尖创新人才。

第四节 探究式教学的层次设计

一、探究过程的支架搭建

(一) 提供必要的背景知识链接

任何数学探究都以学生已有的知识为基础。有效的探究要从激活和链接旧知开始。教师要准确判断学生完成探究所需要的必备知识,以此为基础开展差异化的预热活动。基础薄弱的学生可以给予具体、形象的链接,即复习公式、回顾旧题型、展示教具模型等来消除认知障碍。

对中等水平的学生来说,可促使他们自己整理概念网络,经由小组讨论,绘制思维导图等形式主动推测新旧知识间的联系,进而调动探究的兴趣。对有余力的学生,背景知识的链接可以向更广阔的方向发展,数学史、联系生活、前置思考题等都可以被考虑进去,使学生从更宽广的角度去看待探究任务,培养学生的知识迁移能力。

这种差别化的链接方式保证了不同的起始点学生都带着适合的“认知工具”

进入探究场域。它既解决学生不知道从何开始探究的困惑,又尊重认知差异,使教学起点贴近学生的最近发展区,使每个学生在自己感到舒服的范围内迈出探究的第一步,为以后深入探究打下坚实的心理基础和知识基础。

(二)设计引导性的探究问题链

问题是探究式教学的“心脏”,而设计巧妙、层次分明的问题链就是推动学生思维不断深入的“引擎”。问题链的设计要符合“宽入口、多路径、高阶梯”的原则,保证每一个学生都能够找到自己的入口,能够沿着问题阶梯一步步向上攀登。同时问题的设计要蕴含核心的数学思想,让学生在探究的过程中自然地经历完整的认知过程。

例如,在教学“圆的面积”时,教师可以设计如下的差异化探究问题链:

1. 起始层问题(面向所有学生):

用什么样的方法可以估计一个圆形纸片的面积?引导学生回顾正方形和长方形的面积计算,利用割补法和数方格等方法,从直观上进行估算,复习之前学到的经验。该工程针对地质情况实施了多样化的技术手段。软弱地基采用粉煤灰碎石桩进行加固,每20米设置一个桩体,桩距为1.5米,桩长为15米,桩直径为800毫米,桩顶埋深为1.5米,桩底埋深为3米,桩体直径为1000毫米,桩间土体用水泥土回填,回填厚度为1.5米,压实度达到90%。此技术不仅可以提高地基的承载力,还可以减少沉降。在地基土中设置排水固结系统,包括砂井、塑料排水板等,使地基土中的孔隙水迅速排出,促进地基土的固结,加速地基土的强度增长。此外,为了改善软土地基的工程性质,采用换填垫层法,将地基表层软弱土层换填为透水性好的材料,以提高地基的承载力和稳定性。在地基处理过程中,对地基土进行动力触探试验,以获取地基土的物理力学性质参数,为地基处理方案的优化提供依据

如果将圆不断分成越来越小的图形,那么拼起来的图形将会越来越接近哪种图形?(动手操作,引导学生观察、猜想,初步感受“化曲为直”的转化思想。本研究采用文献研究法、问卷调查法和访谈法三种方法相结合的研究方法

2. 进阶层问题(面向大部分学生):

拼成的近似长方形的长和宽与圆的周长、半径之间存在怎样的关系呢?在观察、猜想的基础上,用抽象的逻辑推理去建立新旧知识的数学联系。从某种意义上说,农民合作组织是一种经济合作形式,是基于共同利益而自愿组织起来的,

对成员进行分工协作、联合起来开展生产、销售、分配等经济活动的经济联合体

由上式可以推出圆的面积公式。（用数学语言来表达自己的发现，实现从具体到抽象的转变。小学阶段是学生语言认知由具体向抽象过渡的时期，也是学生思维方式、理解能力、对语言符号运用均具有的阶段性时期。（2）针对问题二，提出并设计了一种多任务迁移学习框架，该框架包含源域诊断模型、领域适应模型和目标域分类模型三个模块

3. 拓展层问题（面向学有余力的学生）：

除了“化圆为方”的方法，还有没有其他的推导圆面积公式的方法呢？（可以借鉴曹冲称象的思路，用重量关系间接求面积，也可以用极限思想进行推导。根据研究结果，为小学语文古诗词教学提供切实可行的改进建议

已知半圆的周长为 15.42 厘米，求半圆的面积。（设计有思维陷阱的综合问题来考查学生对概念的理解和灵活运用。本文以广发银行为研究对象，聚焦于其财务报表分析

（三）提供探究工具与方法的建议

探究工具和方法是学生开展数学探究的“手”和“脚”，是把思维和实践联系起来的纽带。给学生提供合适的建议是搭建支架的重要环节，关键在于实现扶放结合。教师应该创建起一个多样化，可供选择的工具与方法资源库。

资源库可以分层设置，对习惯于具体思维的学生来说，应该主要提供实物学具、模型，并给出具体的操作建议，引导他们动手思考。对具有一定抽象思维的学生用图表、框图等形式，引导学生用画图、列表、假设等数学思想方法整理信息。

对思维活跃、喜欢挑战的学生，教师可以给予更多的可能性，促使学生使用几何画板、Scratch 编程等信息技术手段开展模拟实验、动态探究，还可以引导学生自行制订探究方案，选择或者创造特殊的探究工具。差异化的工具方法建议，从本质上讲就是给学生选择权，让他们根据自己的认知方式、思维特点选择最适合自己的探究方式，既降低了探究门槛，又保护和激发了学生探究的主动性、创造性。

二、探究成果的差异化评价

（一）关注探究过程的体验与参与

学习的真正价值常常隐藏在过程里。学生在探究中表现出的兴趣、专注、合

作、坚持、思维轨迹等都是核心素养发展的表现，也是评价的一部分。因此教师要将评价的镜头前移，关注学生探究的细节。过程性评价可以是教师记录学生在课堂上精彩回答、独特见解、遇到的困难、合作情况等，形成具有个人特色的学习故事。

过程性评价也可以反映在学生作品档案里。学生可以把探究过程中草稿、模型、失败尝试、思维导图等收集起来，形成探究档案袋。既可以给评价提供原始材料，也可以让学生清楚地看到自己思维发展的过程，包括走过的弯路。教师在评价档案的时候，不能苛求完美，而应该看学生是否积极投入、是否勇于尝试、是否有所进步。通过小组互评、学生自评等方式引导学生反思体验，分享“心路历程”，认识到过程的价值，享受思考的乐趣，保护结果不尽如人意但过程投入的学生学习热情。

（二）尊重探究结论的多样性与独特性

开放性数学探究活动中，学生得出的结论是多样的、独特的。传统的二元对错评价标准在这里会扼杀创新。差异化评价首先要打破标准答案的唯一性，树立“条条大路通罗马”的观念，尊重并欣赏每一个基于合理逻辑的结论。

学生提出不同的观点时，教师首先做出的反应不应该是判断正误，而应该是倾听和引导。教师可以问：你怎样想到的根据哪些观察得出这样的结论？追问可以引导学生理清思路、完善表达，也可以给其他同学提供新的角度。即使结论错误，也要尽量从中找到思维的亮点。

评价实践可以采取描述性评语与等级相配合的方式，评语主要是对结论的独特性、思维的合理性进行描述。你的方法很有创意，虽然在某些方面还有待完善，但是从……的角度出发，成功地解决了该问题。这样的评价既保护了学生的自尊心、创造欲，又使学生敢于说出自己的真实想法。

探究式教学评价维度对比表

评价维度	传统评价倾向	差异化评价侧重
关注点	最终结果、标准答案	探究过程、思维发展、情感投入
结论标准	唯一性、正确性	多样性、合理性、独创性
激励方式	对正确答案的肯定	对努力、进步和创新的认可
评价工具	试卷、统一标准	过程记录、作品档案、描述性评语

从上表可以看出，差异化评价在关注点、结论标准、激励方式、评价工具

四个方面同传统评价有着明显的不同，它更加注重学生个体的发展和多元价值的体现。

（三）鼓励创新思维与非常规解法

培养核心素养的高阶目标就是激发学生的创新意识和创新能力。探究式教学的评价体系要为此建立相应的激励机制。对提出新奇解法的学生，应当给予最高等级的肯定，这是评价体系应该采取的方法。激励应该制度化、具体化，即在评价量规中设置一个专门的“创新性维度”，用具体的行为来描述，比如“能够从不同的角度去思考问题”、“能够发现隐藏的规律”、“能够比较不同的方法的好坏”等。

教师应该有意地创设有利于创新的课堂文化。当学生提出非常规解法时，不管该解法是否成熟，教师都应该表现出浓厚的兴趣，并邀请学生向全班展示。既是对该生的肯定，又为全班同学打开新思路。教师可以组织学生就新方法进行讨论、验证并加以完善，使之成为全体学生的财富。可以设立“数学巧思墙”之类栏目来展示学生的创新成果。这就使得创新不再只是少数人的追求，而成为全体学生的追求，让学生明白数学学习是一个创造的过程，从而养成不满足于找到一个答案，而要追求更好的、更巧的、更有创意的解法的思维习惯，这就是数学核心素养中创新意识的真谛。

第五节 信息技术支持的个性化教学

一、自适应学习系统的应用

（一）智能推送匹配学生能力的练习

小学数学教学中学生的认知水平、思维习惯、知识掌握的程度等存在着很大的差别。自适应系统通过对学生练习、测试数据的深入分析，可以精准地建立起学生数感、运算、几何直观、数据分析等核心素养维度的知识图谱。系统根据此可以智能地判断出每位学生的最近发展区，然后智能推送难易适中、题型丰富的练习任务。小学数学核心素养与自适应学习系统支持方式如表所示，呈现了这些素养怎样被智能系统给予精确支撑。

小学数学核心素养与自适应学习系统支持方式

核心素养	自适应系统支持方式	具体示例
数感	智能推送个性化练习	针对数感薄弱学生推送数形结合、估算练习
运算能力	智能推送个性化练习，分解步骤辅导	基础口算、笔算强化，分解步骤提升熟练度
几何直观	智能推送开放性问题或交互式体验	动态几何问题，引导学生观察图形变化规律
数据分析观念	智能推送高阶思维题，结合大数据诊断	推理题、开放题，并通过学情报告辅助理解

对运算能力弱的学生推送更多的基础口算、笔算练习题，分解步骤巩固技能；对学有余力的学生推送更加具有挑战性、需要综合运用多知识的开放性问题或者逻辑推理题，激发高阶思维。

智能化练习推送打破传统一刀切的作业方式。保证每个学生都做对自己有意义的练习，避免因题难挫败或者题简浪费时间。学生完成练习之后，作答数据立刻回传，从而产生新的学情分析依据。因此系统会动态地调整之后的练习内容来达到持续、动态和个性化的螺旋式的学习闭环。使学生一直处在适合自身学习坡度上，稳步提升各种数学核心素养，实现由“教师为中心”到“学生为中心”的转变，真正落实差异化教学。

整个过程全部由机器完成，教师不用花费大量的时间去搜集、筛选、分发作业，可以将精力用在教学设计、课堂互动、个别辅导上。系统既可以成为学生的智能辅导老师，也可以成为教师的智能助教。

（二）实时反馈与错题自动归档

传统教学中作业反馈周期长，一般数日之后才知道错误，即时性、有效性大打折扣。自适应系统完全改变了现状。学生做完练习后，系统马上判定答案是否正确，对错题给出提示或者解析。即问即答、即练即评模式让学生发现的问题能立即得到纠正，使学生对所学知识的理解加深。及时对答对的学生进行鼓励，立即纠正错误，有效地维持学生学习的动力和注意力。

系统具有自动归档错题的功能，学生做错题后，系统会自动将题目、解析归类到某个知识点或者错误类型里，形成独有的错题集。数字化错题本有利于随时复习，利用算法分析出薄弱环节和高频错误。系统发现学生在带余数的除法中经常混淆余数和除数的关系，就推送相关的微课视频或者专项练习，精准靶向治疗。

班级错题报告像一面镜子一样，清楚地反映出学生在某个知识点上的普遍问题，给教师调整教学重点、设计集体讲解提供可靠的依据。

（三）学习大数据的分析与学情诊断

自适应系统就是大数据天然的收集器。它是学生在学习中答题所用的时间、次数、视频的进度、知识掌握情况等行为数据。过程性数据给精准学情诊断前所未有的深度和广度。经过数据挖掘分析之后，系统可以产生多维学情诊断报告，全方位、立体化地反映每一个学生以及班级数学核心素养的发展情况。

诊断报告的信息比传统的分数要丰富很多。能清楚地反映出学生空间与图形几何直观强，但是数与代数抽象思维弱。报告可以细化到知识点，即学生已经掌握了长方形的面积计算，但是对不规则图形面积的估算还有困难。教师可以依照这份详细的体检报告，给每一个学生拟定个性化的辅导计划和成长目标。就班级而言，教师可以宏观调控教学进度，及时发现教学设计中的问题。若数据显示大部分学生某单元的学习远远超出预期，并且正确率很低，则说明该单元的教学方法或者内容安排需要改进。用大数据进行分析，教学决策由以前依靠经验、直觉变为依靠实证数据来决策。

二、数字化资源的个性化获取

（一）翻转课堂视频的自主点播

翻转课堂颠覆传统的教学流程，核心就是把知识传授放在课前，内化吸收放在课内。微课视频是进行翻转课堂的媒介。教师可以就不同的知识点制作或者筛选出5到10分钟的教学视频，并上传到学习平台。这些视频短小精悍、重点突出，很符合小学生的认知特点。

学生可根据自身学习节奏，课前自主点播观看。

1. 基础好的学生可以很快浏览，甚至直接跳到自己感兴趣的拓展部分，基础弱者可以反复观看、暂停思考，直到理解视频的概念或者方法。该种学习模式重视个体差异，把学习的主动权还给了学生。

2. 学生对小数概念理解有困难时，可反复观看视频中有关小数的含义和读法；已经预习并掌握基础知识的学生，可以观看有关小数的历史或者生活中的应用。自主点播使学生可以对学习内容、进度进行自我掌控，为课堂高阶思维展开和差异化互动打下良好的基础。

（二）交互式软件的操作体验

数学，特别是几何知识的学习，具有较强的抽象性。交互式软件用直观、动态、可操作的方式表现抽象的数学概念，给学生提供“做数学”的体验。该类软件包含虚拟学具、动态几何模型、数学游戏等模块，学生根据自己的兴趣自由操作。学习图形平移、旋转、轴对称的时候，学生可以自由拖动图形，观察平移的变化，设定不同的旋转中心、角度来探究旋转的奥秘，甚至亲手绘制对称轴来验证图形的轴对称性。

探索性活动比听老师讲、看书中的静态图画要形象生动得多。不同的思维水平的学生可以在同一个软件环境下做不同层次的探索。有的学生只做软件设定的基本任务，有的学生则会去尝试更复杂的操作，甚至能够发现隐藏的数学规律。基础薄弱者在使用虚拟七巧板拼图的时候或需要提示，而空间想象力强的人就可以脱离提示创造出更多新颖的图案。交互式软件给学生创建起个性化的数学实验室，使学生在亲自实践的过程中发展几何直观与创新意识，体会数学的乐趣和美感。

（三）网络云平台的资源共享

网络云平台冲破了时空的限制，创建起一个开放的、多元的、共享的数字化学习资源库。在教师的指导下，该平台就成为差异化教学的重要支撑。教师可以将搜集或者制作的各種学习资源上传到云平台上，进行分层分类标注。难度不同的练习题、拓展阅读材料、数学家小故事、优秀的数学学习视频、数学学习网站链接等都包含其中。

学生可以按自身学习需要和兴趣爱好，在云平台上自主选择所需要的资源。学习进度超前的学生完成基本任务后，可以挑战平台的思维训练营模块，或者阅读数学文化文章，拓宽数学视野。暂时遇到学习困难的学生可以到“基础巩固”区寻找相应知识点的讲解视频以及专项练习，进行查漏补缺。云平台还支持学生上传自己的学习成果，解题思路视频讲解、数学手抄报、数学日记等都可以上传。此类分享交流可以提升学生成就感，又能形成相互促进的学习共同体，让学生在互动中互相启发、共同进步。云平台使学习资源从有限、封闭形态转变为无限、开放形态，给每一个学生提供个性化成长的丰富营养。

三、智慧课堂环境下的差异化互动

（一）电子白板的分层展示功能

交互式电子白板是智慧课堂的中枢，它的强大功能给差异化教学提供直观的展示平台。教师在备课时可以预先设计出不同层次的内容或者问题。课堂上教师用电子白板的分屏、遮罩、拖拽等，把教学内容分层展示。讲应用题的时候，教师可以在主屏幕中向全班同学呈现基本题目，而在分屏状态下为学有余力的学生提供变式或者拓展题目，促使学生更深层次的思考。

教师可以将学生不同的解法用拍照上传或者投屏的方式，在电子白板上并列展示、比较。可以清楚地表现思维的差异，使学生认识到同一个问题有不同的解决办法。对于“鸡兔同笼”问题，有的学生用列表法，有的用假设法，有的用方程法。展示多种解法既是对学生思维成果的肯定，也是学生学习和借鉴的机会。教师可以引导学生讨论各种方法的优缺点以及适用场合，使全班学生对问题本质有更深刻的认识，发展模型思想和择优策略，使不同层次的学生在思维碰撞中都有所收获。

（二）实时投票系统的学情快速反馈

传统课堂里教师很难短时间内了解所有学生对某个知识点的掌握情况。智慧课堂即时反馈系统（即实时投票系统）可以解决该问题。教师可以在教学关键节点设计选择题、判断题或者简答题，并将题目推送到学生平板电脑或者手持答题器上。学生匿名作答后，系统会马上统计出全班作答情况并以柱状图、饼状图等形式在电子白板上显示出来。

快速、准确地获得学情反馈，给教师调整教学提供即时依据。若数据显示80%以上学生作答正确，那么教师就可以认为大部分学生已经掌握了，进而加快教学速度，进入下一个环节。当选项分布比较分散，或者某个错误选项被大量学生选择的时候，教师就会马上意识到这就是学生的理解难点或者易错点，从而放慢速度、进行追问、讲解和辨析。根据实时数据做差异化调节，防止无效的重复讲解以及由于忽视困惑造成的知识断层。使课堂互动更聚焦高效，保证教学的靶向性，使教师的教更贴近学生的学。

（三）平板电脑支持下的个性化作业提交

以平板电脑为代表的移动学习终端，给学生提供了多样化的表达和作业提交

方式,极大地丰富了差异化评价手段。传统的纸笔作业形式单一,不能全方位地反映出学生思维的过程以及个性的特长。平板电脑支持下的作业形式就变得丰富多彩。

学生可以使用手写输入完成常规数学运算题,也可以使用绘图工具画几何图形,还可以用录音功能回答问题或者录视频表述解题思路。以分类和整理为例,在学完后,老师可以布置学生拍摄自己家中的物品,进行分类整理,并以图文并茂报告或者短视频的形式提交。开放性作业形式给不同能力、兴趣的学生提供选择最适合自己的方式来展示学习成果的自由。

对教师来说,个性化的作业提交方式可以给教师提供更多的学情信息。教师通过观看学生讲解视频可以知道学生是否答对了,也可以清楚地看到学生的思考过程,发现学生在哪儿卡壳,语言表达的逻辑性。这就给教师开展个别辅导、评价提供更加立体、深入的依据。同时优秀学生作业可以方便地在班级内展示、分享,起到榜样示范的作用,激发更多的学生学习的的热情和创造力,使作业过程真正成为学生核心素养生长发展的过程。

第六章 差异化课堂活动设计

第一节 数学游戏的分层设计

数学游戏是小学数学教学中不可缺少的辅助手段，它可以把抽象的数学知识与具体的情境巧妙地结合在一起，达到寓教于乐的目的。教师为不同的学生设计分层游戏，能给每个学生提供不一样的学习路径和任务挑战，从而使学生在游戏中体验成功感，巩固所学知识，发展能力，真正做到了因材施教。

数学游戏分层设计要点表

游戏类型	主要教学目标	核心分层策略
基础巩固类游戏	内化基础知识技能（计算、概念、图形识别）	调整任务难度、提供辅助工具、即时反馈、趣味竞赛
技能应用类游戏	提升解决实际问题的能力	设定任务复杂度、创设真实或仿真情境、角色扮演与决策
思维拓展类游戏	培养逻辑推理、模式识别、批判性思维、激发探索精神	区分抽象程度、设计开放性任务、引导深层思考与创造

如上表所示，不同类型的数学游戏在分层设计上各有侧重。

一、基础巩固类游戏

（一）数学口算大王闯关赛

“数学口算大王闯关赛”把单调的口算练习变成激动人心的挑战，深受学生的喜欢。老师依照课程标准，在各个年级学生认知的基础上精心的安排一个由简到繁、步步递进的阶梯式关卡。对计算速度慢、准确率低的学生设置基础关，题目以基础加减法为主，时间较宽松，允许学生使用计数棒等辅助工具，保证每位学生都能参与并完成任务。

对于大部分中等水平的学生来说，可以设置进阶关，题目包含四则混合运算，限时完成，主要考查学生计算的熟练度和准确性。对于学有余力的学生可以设置挑战关，在整数运算的基础上增加小数、分数的复杂运算，也可以加入运用运算

定律的题目来满足学生好胜心和求知欲。闯关过程可以采用积分制，学生每闯过一关就可以得到相应的积分，最后根据总积分来评定出不同等级的“口算大王”，使每个学生都在自己能力范围之内得到成就感。

分层设计完全符合学生不同的核心需求，很好地营造出一种积极向上、你追我赶的班级学习氛围。学生为了个人或者团队的荣誉而努力，无形之中就提高了自己的核心运算能力。赛后老师指导学生分析错题、交流速算法则，把游戏过程变成学习反思的过程，加深学习效果。

（二）数学概念猜谜游戏

数学概念是数学学科的基础，由于它的抽象性，也常成为学生学习的难点。数学概念猜谜游戏把抽象的概念转化成生动的谜题，用拟人化、情境化的叙述，使学生在猜中加深对概念的理解。游戏的不同在于难易程度以及提示方式。对于基础比较薄弱的学生，教师在谜面处可以写成“我们是两条直线，住在同一个平面上，无论我们怎么走，之间的距离都是不变的”，并配合铁轨、双杠等直观图片作为提示。

对中水平的学生，谜面可以抽象一些，例如，两条永远不能相交的直线就是我们吗？别忘了前提条件哦，引导学生思考同一平面内这个关键的限制条件。对思维活跃、理解能力强的学生设置反向或开放性谜题，例如给出相交线的定义，请学生反推出平行线的特点；鼓励学生自创角、圆等概念的谜题，供其他同学猜测。学生自主出题既可以考查学生对概念理解的深浅，也可以锻炼学生的语言表达能力、逻辑组织能力，实现了从理解到运用再到创造的升华。

（三）图形拼搭与找不同

图形与几何是小学数学的重要内容之一，主要培养学生的空间观念和几何直观能力。图形拼搭和找不同的游戏给这些能力的培养提供了一个极好的平台。游戏材料可以是七巧板、立体积木、彩色卡纸等，让学生动手操作中感受图形的特征。差异化设计的主要目的就是任务的难易程度和开放性。基础层次的任务可以模仿拼搭：教师给出指定简单图案，如小鱼、房子，学生用七巧板或者积木进行复制，主要目的是认识基本图形并完成简单组合。

进阶层次的任务是“找不同”：教师给出两张看似相同却有细微差别复杂图形，要求学生在规定的时间内找出所有的不同。不同之处可以包括图形的位置、方向、大小或者数量的变化，以此来考察学生观察的细致性、准确性。

拓展层次的任务具有创造性：教师只规定所用图形的种类和数量，学生自由创作，为作品命名并说明设计思路。要求学生用一个圆形、两个三角形、三个长方形来创作自己喜欢的图画。

也可以进行图形解码活动，教师用图形序列表示某种规律，高层次的学生要找到规律并加以延续。从模仿、辨析、创造这三个层次的递进中，很好地尊重了学生空间智能的个体差异，使每一个学生都可以在自己感兴趣、擅长的任务中发展自己的空间想象力和创新意识。

二、技能应用类游戏

（一）超市购物模拟经营

超市购物模拟经营，是培养学生数据处理能力、金钱观的活动。学生要完成模拟购物流程，就不得不动调起加减乘除、小数运算、预算规划等诸多数学知识。

1. 基础层：小采购员。该层次学生所完成任务比较简单。教师给每位学生一张购物清单以及一定数额的模拟货币（100元）。清单上的商品数量很少，价格多为整数或者一位小数。学生的主要任务就是找到清单上对应的商品，计算总价后到收银台付款。本环节重在培养学生的实物识别信息及基本加减运算能力。

2. 进阶层：家庭营养师。该层次的学生任务难度提升，不给出固定的清单，而只给定了任务：用200元钱为全家人搭配一餐荤素搭配、营养均衡的饭菜。学生自己决定购买什么商品，并在预算内完成搭配。其中不但是估算和小数运算的复杂化，也包含初步的规划与决策能力。

3. 拓展层：超市老板。本层次的学生需要扮演经营者。他们要给自己的小超市部分商品定价，考虑成本和利润，设计促销活动（满50减5或者第二件半价）。还需计算一天的营业收入、盈利情况来判断哪一种商品更受欢迎。此层次的活动很好地锻炼了学生的商业思维、数据分析、复杂问题解决能力。

（二）数学二十四点竞赛

二十四点游戏规则简单、变化无穷，是进行心算和运算技巧训练的好方式。按照学生的运算水平来分层设置游戏规则和形式。基础层次可用1到10的扑克牌，只允许学生用加减法凑出24，教师可以给适当的提示，比如引导学生先凑出接近24的数。本阶段要保证所有学生都能够参与进来，体验凑数的乐趣，掌握加减法。

中层次的学生需要使用完整的四则运算，可以设置计时器来提高比赛的紧张度。教师可开展小组对抗赛培养学生的团队合作精神，小组讨论各种思维互相碰撞往往能产生意想不到的方法，加深思维的交流。对高层次学生增加难度，引入分数、小数、乘方、括号等，或者将目标数字改为三十六点进行挑战。还可以引导学生探究某些数组为什么无解，也可以探究特定数组的解法种类。因此游戏就从单一的计算竞赛上升为更深一层的数学推理和逻辑证明。

（三）方位与路径寻宝游戏

空间与图形知识在小学数学中占据很重要的位置。方位和路径寻宝游戏把抽象的位置关系、路线描述同充满神秘感、探索乐趣的寻宝活动巧妙地结合在一起。教师在校园或者教室里预先藏好宝藏（小奖品或者荣誉卡），为不同水平的学生提供差异化的藏宝图。对于低年级或者空间感较弱的学生，地图可以具体化为教室或者校园的平面图，用箭头和简单的文字（向前走五步再向左转）来标示路线。

对中年级学生，可以用上、下、左、右，东、南、西、北等方位词和简单的比例尺，即先往北走 20 米再往东走 10 米。根据指南针或者参照物来确定方向和距离完成寻宝。对高年级或学有余力的学生任务设计可更复杂、抽象，藏宝图可以是若干个坐标点（A 点坐标为 (3, 5)，B 点坐标为 (7, 2)），学生在坐标纸上画出路径或者通过解谜题得到下一个地点的方位提示。这样分层递进式的设计可以让学生逐渐建立起从自我为中心，到相对方位，再过渡到绝对方位的空间认知体系，并把学到的数学知识运用到解决空间问题上。

三、思维拓展类游戏

（一）数独与逻辑推理挑战

数独游戏属于一种经典的玩法，可以很好地培养学生的逻辑思维以及排除法的推理能力。其规则简单明了，变化无穷，非常适合进行差异化的设计。初学者可以先从最简单的四宫格数独开始，格子中预先填入较多的提示数字。教师可以引导学生去学习“唯一数法”、“排除法”等一些基本的技巧，在轻松的尝试过程中树立起自己的自信，感受逻辑推理带来的乐趣。

学生能力提高之后，就可以逐步过渡到六宫格、标准九宫格数独。对中等水平的学生则重在提高其解题速度和系统性，提倡记录推理过程，尝试不同的解题途径。对高年级学生可以引入对角线数独、杀手数独（区域内数字求和）等更难的数独变体。

教师可以开展逻辑推理故事会,给学生提供诸如“谁是骗子”之类的逻辑难题,让学生通过线索进行判断和推理。促使高阶学生自己创建逻辑谜题,一方面要理解逻辑规则,另一方面又要设计出环环相扣、无懈可击的谜题情境,是对学生逻辑思维能力最高层次的训练。

（二）数学魔术解密

数学魔术以神奇的表演效果以及严谨的数学原理,天然地吸引着学生。课堂上先由教师表演魔术以激发学生的好奇心,再引导学生分组探究其秘密。差异性解密任务深浅程度的差异。基础层次的学生主要任务就是学习魔术步骤,并在教师的指导下用具体的数值验证魔术的准确性。在读心术魔术中,对方只要按照指令进行计算就可以了。

中层次的学生要用代数方法解释魔术的原理。需要学会用字母(例如 x)表示任意想的数,按照魔术步骤写出代数式,然后化简后得出最后的数是常数或与初始数有关的一个定数。对高层次的学生来说,可以进一步对魔术进行分析和改进,根据奇偶性、数的整除特征等数学原理设计出新的数学魔术。从模仿到理解、分析再到创造的过程,不但是学生代数思想和符号运用能力的锻炼,更是使学生真正体会到数学精妙、数学力量的过程。

（三）奇妙的数学悖论探讨

数学悖论属于一种思维锻炼手段,它能够有效地冲击学生的固有认知,引发深层次的批判性思维以及哲学思辨。在小学阶段引入悖论讨论,应该选择直观易懂并且引人深思的案例。

1. 基础层就是故事的引入以及矛盾的感知。教师可以生动讲述芝诺悖论中的阿基里斯追不上乌龟,也可以讲述理发师悖论。这一层次并不需要学生去领悟故事背后深刻的数理,只要求学生能够清楚地复述出故事的内容,并指出故事中“说不通”或者自相矛盾的地方。用乌龟追逐的例子来说明有限和无限之间奇妙的联系,激发学生的原始哲学好奇心。

2. 进阶层:图解分析和初步归因。针对芝诺悖论,教师可以引导学生用画线段的方式表示阿喀琉斯追赶路程,把无限过程可视化。学生会发现每次追赶的距离都在变小,形成无限递缩数列。该层次的学生可以尝试解释“永远追不上”的逻辑表面成立,而现实中却能追上;也可以引导学生讨论无限个越来越小的数相加的结果是有限还是无限。

3. 拓展层就是简化模型和类比推理。学有余力的同学可以把悖论化简成数学模型。设阿喀琉斯的速度是乌龟的两倍，乌龟比阿喀琉斯多走 100 米。学生就可以计算出追上乌龟需要的时间，从而用数学的角度推翻悖论的结论。教师可以引导学生联系生活中类似的“尺度积累法”（一个月宅家万次概率不大），用递推的方式来解释无穷序列的极限条件。

第二节 问题解决活动的梯度安排

问题解决是小学数学核心素养的主要表现。为了适应学生的认知差异，在教学实践当中应该对问题解决活动进行梯度安排。其主要目的和特点如表所示，一般遵循模仿、变式、创造三个层次的活动体系，目的是逐步加深学生对数学知识的认识，优化思维品质，最终达到个性化发展。

问题解决活动梯度划分表

活动类型	主要目标	教学特点	学生表现
模仿性解决活动	掌握基础，形成程序性知识，建立自信。	提供范例，固定路径，重复练习，即时指导。	仿照例题，套用公式，辨别类型，完成练习。
变式性解决活动	培养思维灵活性、迁移能力，理解知识本质。	改变非本质特征，一题多变，筛选条件，逆向思维。	深入分析本质，多角度思考，灵活解决问题。
创造性解决活动	培养创新意识、实践能力，批判性思维。	开放性问题的自主探究，编写问题，多元解法。	探索、猜想、创新，设计方案，联系生活实践。

一、模仿性解决活动

（一）仿照例题解决基本练习

仿照例题是模仿性解决问题活动的初级阶段，目的在于给学生提供可以直接参照的“脚手架”。学生能清楚地看到从题意理解、数量关系分析、列式计算、检验作答的每一个步骤。这样可以大大减轻他们初次接触新知识时的认知负担，对中低年级或者基础较差的学生来说，能有效地缓解对新事物的恐惧，通过模仿获得初步的成功体验。

教师精心选择、讲解例题，例题要典型、具有代表性，能体现知识点所包含的基本要点。讲解时层次分明、突出重点，在说明怎样做的同时更要阐释为什么要这么做，让学生在模仿的过程中初步领悟数学的道理。例题讲解后应该马上布

置与例题结构、难度、解法完全一致的基本练习题，供学生做“热模仿”。

即时性练习利于学生记忆解题步骤并理解。学生一步一步地独立完成模仿例题的练习过程，就是知识内化的开始。此时教师应该给学生留出足够的时间和空间，对模仿过程中出现的错误及时进行个体化的指导，帮助他们纠正偏差，从而准确、规范地掌握基本的解题流程。

（二）套用公式解决常规问题

套用公式解决常规问题属于模仿性活动的进阶表现。要求学生在理解基本概念、公式的前提下，把所学的知识运用到具体问题中去。相比于简单的模仿例题，本阶段更注重学生对于公式适用范围以及构成要素的认识。学习完长方形面积公式 $S=ab$ 之后，学生应该能够根据已知的长宽求出面积。

本环节的教学重点在于帮助学生建立起问题与公式之间的稳定联系。教师应让学生多做常规问题练习，加深学生对公式的记忆与熟练运用。常规问题一般指条件清楚、问题单一、解法固定的题目。学生反复练习之后就会形成一种快速反应机制，一看到某种类型的问题，就会马上联想到对应的公式或者解决方法。不仅可以明显提高学生运算的速度和解题的准确率，而且可以让他们节约认知资源，将更多的精力用在复杂问题的思考上。

（三）辨别类型解决对比练习

辨别类型解决对比练习属于模仿性活动的深化环节，目的在于培养学生审题的严谨性以及思维的辨别能力。学生在掌握基本解题方法、熟练运用公式之后，由于问题情境的变化而感到困惑。对比练习就是为此而设计的，把形式相似但本质不同的问题放在一起比较，促使学生在对比中找到差异，提炼出关键信息，进而选择合适的解题策略。

教师可以在教学中设计具有迷惑性的对比题组。这些题目在叙述方式、数据呈现或者问题设置上存在相似之处，但是内在的数量关系或者解题原理却大相径庭。

1. 在学了求比一个数多几的数、求一个数比另一个数多几之后，教师可以设计对比题。5 加 3 等于 8。与小红比小明多几个？本章围绕 A 公司零售业务发展战略的制定过程，系统分析了公司内外部环境对战略选择的影响，识别了关键的战略选择方向，深入探讨了发展战略的具体内容，并构建了战略实施的保障机制，为后续章节的战略实施与控制提供了基础

2. 经过对比分析, 学生便可以清楚地辨识出: 前者是已知一个数和“多几”求另一个数(用加法), 后者是已知两个数求它们的差(用减法)。辨析的过程可以极大加深学生对知识本质的认识, 有效地避免由于思维定式造成的错误。

二、变式性解决活动

(一) 改变条件或问题的变式训练

改变条件或问题的变式训练, 是培养学生的思维灵活性的主要方法。通过改变问题的条件、情境或者问题本身, 产生出一系列的新问题, 形成一题多变或者多题归一的题组。这就使学生不能只依靠机械记忆、模仿来解决问题, 而必须对问题的本质进行深入的分析, 重新思考数量关系, 找到新的解题方法。

以一道最基本的鸡兔同笼问题为例, 教师可以作多重变式。首先可以改变总数, 即调整头的总数或脚的总数, 让学生在新的数据下重新计算。第二, 可变量题目, 将原题的“求鸡兔各有多少只”改为“求鸡比兔多多少只”或“求鸡的总脚数是多少”。该类变式需要学生在解题之后进行二次加工, 从而拉长思维链条。

更高层次的变式就是改变问题结构。将已知头脚总数变为已知总数与鸡兔数量的倍数关系, 或者将两个未知量增加到三个(鸡、兔、蜘蛛同笼)。结构性变化对学生思维提出更高的要求, 使学生调动已有的知识储备, 重组整合来适应新的问题情境。

经过不断的变式训练, 学生会逐渐学会从不同的角度去思考问题, 认识不同的条件对结果的影响, 解决问题的能力不再只限于某一类题型, 而成为一种能适应变化、举一反三的综合能力。这对于培养学生的数学抽象、逻辑推理等核心素养来说是不可替代的。

(二) 多余条件或缺失条件的筛选

真实的现实世界问题并不总是像教科书那样, 只给出所需的信息。所以在变式活动中加入对多余或者缺少的条件的处理, 就是将课堂数学和现实生活联系起来的重要桥梁。其目的在于培养学生的筛选信息、批判性思考和严谨的科学态度。

处理含有多余条件的问题时, 学生首先要从繁杂的信息中找出解决当前问题所必需的, 并剔除无关的“噪音”。长方形花坛长 10 米, 宽 5 米, 四周每隔 1 米种树, 则给出“花坛里种了 20 朵玫瑰花”这一条件是多余的。学生需要通过

分析“要在周围种树”这一问题来判断花坛里种了什么与此无关。筛选的过程就是培养学生抓住关键信息、集中解决问题的能力。

（三）逆思考问题的解决策略

逆向思维是指从问题结论或者目标出发，反向推导出所需条件的思维方式，是变式性解决活动中一项重要的策略训练。它冲破了学生惯用的从条件到问题的顺向思维定式，有益于思维的可逆性、深刻性的养成。小学数学中逆向思维表现为还原问题、假设法、执果索因等各种解题方法。

还原问题是最直接的逆向思维的应用。此类题目一般给出一个数经过一系列运算后得到的结果，要求反推出最初的那个数。教师要引导学生从最终的答案开始，将题目中出现的加、减、乘、除运算一一逆推回去，直到得到原始数值为止。倒带的过程可以有效地使学生掌握四则运算的互逆关系。

教学中可以设计逆向思维训练单元，让学生体会它的独特之处。在行程问题中，学生可以由速度、时间求路程，也可以引导学生思考怎样才能在规定时间内到达目的地，从而激发逆向思维。正逆向解题思路的比较可以使得学生对数量关系有全面的把握，形成更加灵活、辩证的数学思维。

三、创造性解决活动

（一）设计开放性问题的解决方案

开放性问题是指条件不完全、结论不唯一或者解法多样化的题目。解决此类问题并没有固定的步骤，学生要根据自己的理解以及已有的经验补充合理的条件，或者从不同的角度找到多种的解决方案。给学生留出广阔的空间去自主探究，是培养学生创新思维、个性化学习品质的一种有效途径。

教师可以提出学校组织 200 名学生秋游，怎样安排车辆的问题。该题没有限制车型，学生需要自行搜集或者假设 30 座、50 座等不同客车的载客量、租金等信息，设计出多种租车方案，然后比较评价各种租车方案的经济性、合理性。学生在这一过程之中运用除法、估算这些数学知识，培养起信息收集、分类讨论、方案改善等综合能力。教师应该担当引导者、激励者的角色，鼓励学生大胆猜想，尊重每一个合理、有创意的解决方法。

（二）编写符合实际生活的数学问题

让学生自己出题，是检验学生知识掌握程度的试金石，也是引导学生把数学

与生活联系起来的最好途径。学生能够从熟悉的生活中发现并提炼出数学问题的时候,就说明学生已经实现了知识的内化和迁移。既可以巩固所学的知识,又可以培养学生的数学眼光和应用意识。

教师可以经常开展“我是小小出题家”的活动。学习百分数之后,可以让学生利用超市打折海报、银行利率表、家庭电费账单等编数学问题。学生需要分析题目的合理性,条件的充分性,表述的准确性,还要考虑数字和情境的真实性,这就是深入学习和应用数学的过程。

学生所编出的问题可以在班级中进行交流、评选、解答。学生对于老师出的题目和同学出的题目会有不一样的体验,前者往往由于教师角色的变化,给学生带来的心理影响不如同学出题那样大,学生对同学的题目会感到更亲切有趣,因此能够激发起强烈的解题欲望。同时学生在评价他人题目时,也会从批判的角度去发现他人题目中逻辑上的漏洞、不合理的地方。生生互动、角色互换的活动使数学课堂内涵更加丰富,把数学学习转变为有创造性的实践活动。

(三) 提出与众不同的解题策略

鼓励、引导学生提出不同的解题方法,是培养学生求异思维、批判性思维的重要环节。传统数学教学一般都强调让学生掌握最优或者最标准的解法,一定程度上限制了学生的思维。创造性解决问题的活动重视解题策略的多样性、独特性,重视每一个学生不同的思维路径。

一道问题解决之后,教师不能急于结束,而应该追问:“还有其他方法吗?你的方法更巧妙吗?你为什么这样做的呢?这类问题意在使学生用不同的角度去重新思考问题,找到多种可能性。

1. 计算 25×12 的时候,除了常规的竖式乘法,学生还会想到很多其他的口算或者简算策略,有的学生会想到 $25 \times 4 \times 3$,利用 25 和 4 的“友好数”特点,有的会想到 $25 \times (10+2)$,运用乘法分配律,还有学生会想到 $12 \div 4 \times 100$,将问题转化为熟悉的形式。

2. 教师应该为这些不同的想法创造一个表达、交流的场所,引导学生清晰地表述思考过程,组织全班同学来比较各种方法的好坏及适用场合。即使某些方法不够聪明或者不具备普适性,也应该得到肯定,因为它是学生独立思考的结果。保护和鼓励敢于不同、勇于尝试的精神,比教一种标准解法更重要。

第三节 数学实验的个性化实施

数学实验巧妙地将具体的感知和抽象的思考联系在一起，它让学生在动手实践中去探究数学规律，在亲身体验中去理解数学知识。为了适应学生认知水平的不同，促进各个层次学生核心素养的共同发展，数学实验的个性化实施就显得十分重要。教师应该精心设计各种不同的实验活动，满足学生不同的学习需求，使每一个学生都在自己的认知区域内得到挑战和成功。

各类数学实验在目标设定、实施方式及对学生能力培养方面各有侧重，其特点和价值可见下表。

数学实验类型概览

实验类型	主要目标 / 特点	培养能力 / 核心价值
验证性实验	确认已有结论，巩固数学知识	加深对抽象规律的理解，培养操作技能、信任感，提供清晰路径，针对性强化。
探索性实验	主动发现规律，形成数学猜想与模型	激发好奇心、求知欲，培养数据分析、模型思想、创新意识，发展解决问题能力，促进自主学习。
制作类实验	运用知识设计创造，具象化抽象概念	提升空间想象、规划设计、问题解决能力，展现个性和创意，加深对知识的深度理解，培养动手实践与综合运用能力。

一、验证性数学实验

（一）三角形内角和的测量验证

三角形内角和为 180 度是几何学上一条很重要的定理。在验证性实验中，教师可以给不同的学习能力的学生提供多样的操作途径。对基础较弱的学生可以事先准备好锐角、直角、钝角三角形纸片，引导他们用量角器测量三个内角的大小并相加，初步体验它的和接近 180 度。该种方式操作简单，目标明确，可以很快给学生带来成功体验。

中等水平的学生可以自己在纸上画出不同的三角形并进行测量，增加自主构建的过程。在此基础上教师可以引导学生进行撕角拼接实验，即把三角形的三个内角撕下来，然后把它们的顶点拼在一起，直观地展示出三个内角正好构成一个平角。对学有余力的学生可以引导他们做折纸实验，把三角形的三个角向内折叠，使三个顶点叠放在底边某一点上，形成一个矩形，用逻辑的方法证明三角形内角

和为 180 度。分层实施验证性实验，目的是使所有学生都能用适合自己的方法去进一步理解、确信三角形内角和这个结论，培养学生的动手能力、逻辑思维。

（二）长方体体积公式的推导实验

长方体体积计算属于空间与图形的部分。为了使学生真正理解长方体体积 = 长 × 宽 × 高的公式，而不是机械记忆，推导实验是不可缺少的。个性化实施的关键就是给学生提供不同的“脚手架”。教师可以准备许多边长为 1 厘米的小正方体作为基本单位，用数与摆的方法来引导学生认识体积。

对空间感较差的学生，教师可以提供透明长方体盒子和足够的小正方体，让学生把盒子填满后数出总体积；在老师的引导下清点长、宽、高方向上分别有多少个小正方体，初步建立三者与总体积之间的联系。

对于大多数学生来说，可以用小组合作的方式让他们自己探究用小正方体拼成一个长方体。学生会发现只要确定了长、宽、高各摆放多少个小正方体，整个长方体的形状和体积就可以确定。教师要引导学生去思考每层有多少个小正方体（长 × 宽），一共有多少层（高），进而自然地得出体积公式。对逻辑思维强的学生可以提出更深层次的问题，在只有一个正方体的情况下，怎样测量一个长方体盒子的体积？引导他们从单位测量的角度出发，把具体的动手操作提升到抽象的数学模型思想层面。

（三）四则混合运算顺序的验证

四则混合运算顺序属于学生计算能力培养过程中的重点与难点。单纯的规则讲解是枯燥乏味的，容易忘记，创设生活情境进行验证性实验，有利于学生理解规则的合理性。差异化设计表现为问题情境复杂程度的不同，学生参与的深浅不同。教师可以设计一个购物清单问题，妈妈买了 3 支单价 4 元的笔和 1 本 8 元的笔记本，一共需要多少钱？

对需要具象支持的学生，可以让他们用模拟货币完成实际支付。他们先算出笔的总价（ $3 \times 4 = 12$ 元），再把笔的总价和笔记本的价格相加（ $12 + 8 = 20$ 元），以此来证明乘除优先于加减。对半抽象思维的学生直接给出算式 $3 \times 4 + 8$ ，让他们联系情境说明每一步计算的意义，理解不能先计算 $4 + 8$ 的原因。对于高阶思维的学生可以让他们给同一个算式 $(3 + 4) \times 8$ 和 $3 + 4 \times 8$ 编写真实生活问题，通过比较两个问题的不同来体会括号的作用和运算顺序的重要性。结合了现实的、具体化的方式，来证明一些抽象的计算法则，使得学生心中的运算法则有了可以信赖的依据。

二、探索性数学实验

（一）圆周率的滚动测量实验

圆周率 π 是数学中一个带有魔力的常数。探究 π 的近似值属于经典的数学实验之一。实验中的差异性是由所使用的测量工具、测量对象和数据处理程度不同所引起的。教师可以给每组学生提供直径不同的圆形物品，硬币、瓶盖、圆形纸片、呼啦圈等；还可以提供不同的测量工具，细绳、软尺、滚动测量轮等。

基础好的学生可以自己设计实验方案，选择合适的仪器进行测量。他们可能会采取“滚一圈，量长度”的方法，用物体边缘的标记来确定起点，然后在纸上滚动一圈，测量起点到终点的直线距离来得到周长，再用直尺测量物体的直径，最后求出周长和直径的比值。包含精确测量、数据记录、计算等内容，综合性比较高。

对操作能力弱的学生可以给出具体的指导，即统一用绳测法：把细绳缠绕圆形物体一周，做好标记，把细绳拉直测量它的长度，再测量直径，求出比值。所有的小组将测量结果（周长、直径、比值）汇总到黑板上，学生就会发现，尽管圆的大小千差万别，但是周长和直径的比值总是 3.14 左右。对于学有余力的学生，可以引导他们去思考测量误差来自哪里，并尝试多次测量取平均的方法来获得更精确的 π 近似值，初步接触误差分析和数据处理的思想。

（二）植树问题的规律发现实验

植树问题是小学数学中典型的模式探究问题，其核心就是认识“物”和“间隔”的关系。学生经过动手操作去探究实验，能直接发现其中规律。教师可以为学生准备棋子、小棒等学具来模拟植树的过程，根据学生不同的认知差异设置不同的探索任务。

1. 基础层次，给出具体场景，在 5 米长的小路一边，每隔 1 米种一棵树，两端都种，需要多少棵树？学生可以摆出棋子来数出需要 6 棵树，初步发现棵树 = 间隔数 + 1 的规律。

2. 进阶层次：改变条件，提出两端不种或者只有一端种的情况，让学生继续通过实验探究。在两棵大树之间，每隔 2 米种一棵小树，共需要多少棵小树？学生经过操作后会得出“棵树 = 间隔数 - 1”。

3. 高阶层次，让学生自主探究在一条线段上点和段的关系，或者在封闭图形

(池塘边)上植树的情况。经过实验得出结论,封闭路线上树的棵数等于间隔数。经过这样一系列由简单到复杂,由具体到抽象的实验,学生不但学会了各种类型的植树问题的解决,更重要的是经历了一个发现问题、动手实验、寻找规律、建立模型的完整的探究过程。

(三)可能性大小的摸球实验

概率统计思想的启蒙,主要是让学生体会事件发生的不确定性以及可能性的。摸球实验是进行此类探究的经典活动。教师可以准备一些不透明的袋子,袋子里放有数量、颜色不同的球。个性化主要表现在袋子里球的配比、探索任务的难度梯度。对低年级或者刚刚接触的学生来说,可以在袋子里放8个黄球和2个白球,数量差别大。让他们先猜想摸出哪种颜色的球可能性大,再进行20次摸球实验(每次摸出后放回摇匀)并记录结果。实验的结果会明显显示黄球摸出的次数多于白球,从而验证他们的猜想,建立数量多,可能性大的初步认识。

中高年级学生可以设计比较复杂的实验。在两个袋子中,分别放3个黄球和3个白球、6个黄球和6个白球,让学生猜从哪个袋子里摸到黄球的可能性大。许多学生凭借直觉认为数量多的袋子可能性大。通过实验他们就会知道两个袋子摸出黄球的概率是相等的,从而明白可能性判断的依据是比例而不是绝对数量。思维活跃的学生可以设计实验来验证在袋子里增加一个白球,摸到黄球的概率是否一定会减小,在探索的过程中加深对概率的理解,培养数据观念和随机观念。

三、制作类数学实验

(一)长度与重量单位的自制教具

长度、重量单位的感知属于小学阶段测量学习的基础。学生亲手制作相关的教具,更能体会到单位的本质以及进率的关系。在教学米、分米、厘米时,教师可以组织学生开展“百变尺”制作活动。基础差的学生在教师提供的模板上刻画、装饰,重点在于熟悉1分米里有10厘米、1米里有100厘米的进率关系。

中等级的学生可自行设计出一件多功能尺。可以自己决定尺子的总长度、刻度的精细程度,甚至可以在尺子上画出有趣的图案或者换算提示。这就需要他们反复地使用长度单位的知识进行规划。对学有余力的学生,可以让他们制作出更具有挑战性的教具,比如简易测距轮,利用轮子的周长来测量较长的距离;也可以制作一把可以同时显示厘米和英寸的“双语尺”,在制作过程中探究不同的度

量衡之间的关系。

学生在学习克和千克时，可以用衣架、细绳、纸杯等简单的材料做一个天平。在制作天平并调试的时候，他们自然就会考虑平衡的原理。之后他们可以利用6克左右的硬币作为基准砝码来称量物体的质量，也可以用曲别针等物品组合成不同的重量，在实践中获得对克的感性认识，并逐渐理解千克作为大单位的意义。

（二）几何模型与立体图形制作

由平面图形向立体图形的发展就是学生空间观念发展的一种质的飞跃。制作几何模型是帮助学生完成这次飞跃的有效手段。活动的差异可以表现在所用材料上，也可以体现在所建模型的复杂程度上。

1. 用吸管和扭扭棒制作平面图形（三角形、正方形等）和简单的立体图形框架（正方体、长方体等）。学生通过本活动能够直接感知立体图形是由点、线、面组成的，可以清楚地数出顶点、棱、面的数量，探究它们之间的关系。

2. 进阶制作，给出不同的纸板或者已设计好的展开图，让学生用折叠、粘贴的方法制作出棱柱、棱锥等封闭的立体图形。有利于学生建立立体图形和展开图之间的联系，发展空间想象能力。

3. 创意制作，学生可以利用牙签、橡皮泥、硬纸板、瓶罐等各种材料，根据自己的想象设计出一些比较复杂的几何组合体，如城堡、机器人、未来城市等。学生在此过程中综合运用平移、旋转、对称等知识，其几何认知、审美情趣、创新能力都将得到极大的提高。

（三）数学思维导图与手抄报设计

数学思维导图和手抄报是整理、内化、展示数学知识的优秀途径，是可视化的学习成果。促使学生用个性化的方式来整理知识脉络，建立知识之间的内在联系。单元或者学期结束时，教师可以布置制作类作业，根据学生能力分层次提出要求。对于大多数学生来说，可以要求他们对小数初步认识这一单元进行思维导图的绘制，将小数的意义、读写法、大小比较、加减法等核心知识点用分支结构的形式清晰地呈现出来。

基础较差的学生可以得到一个半成品的思维导图框架，通过填充、美化来完成思维梳理。对综合能力较强的学生成为目的的课题是数学手抄报。以奇妙的数世界为主题，内容可以包含数的历史、整数、分数、小数等各类数的特点、数学家的故事、生活中的数学应用等。设计一份精美的手抄报要求学生完成资料搜集、

内容筛选、版面设计、图文搭配等多方面的工作，这是对其数学知识掌握情况的考察，更是对其信息素养、审美能力、综合实践能力的全面培养。

第四节 思维训练活动的差异化组织

思维训练是小学数学核心素养培养的重要环节，它不单是知识的简单传授、技能的机械练习，更在于教会学生怎样思考、怎样探索。由于学生在思维方式、认知水平、学习节奏等方面存在较大的差异，所以开展差异化的思维训练活动就显得十分重要。这就意味着教学设计要充分考虑全体学生的需求，给具有不同思维特长的学生提供有挑战性、恰当的成长空间，使每一个学生都能在原有基础上获得最大的进步和发展。关于不同思维类型的主要特点如下表所示：

思维类型概述表

思维类型	核心特点	典型活动示例	培养目标
直观思维	基于感知、操作，形象具体	数图形、火柴棒游戏、图形平移旋转	培养感知能力，建立初步数学概念
逻辑思维	分析、判断、推理，严谨有序	简单推理、真假话问题、列表法	形成科学思维结构，提升解决问题能力
抽象思维	符号化、概括化，脱离具体	代数思想渗透、空间想象、数学归纳	理解概念本质，掌握规律，发展建模思想

一、直观思维训练活动

（一）数图形与看图找规律

数图形、看图找规律是培养学生观察力、有序思考和初步归纳能力的重要活动。教师在设计的时候，应该按照学生的认知水平设置不同层次的挑战。对初学者来说，活动可以从辨认和清点一些简单的、独立的几何图形开始，比如画面中有多少个三角形、多少个圆形，目的是使学生巩固对基本图形的认识。本阶段的重点就是准确计数，养成细致观察的习惯。

学生的能力提升之后，可以引入重叠部分的复杂图形计数问题。差异化教学就表现为引导策略的多元化。教师可以给学生提供图形的大小、位置或者基本的几何形体，使他们分层计算，不漏掉或者重复。以清点一个由多个小三角形组成的复杂大三角形为例，可以先让学生数单个小三角形，再数由两个、三个或

更多小三角形组成的组合图形，直到清点整个大图形为止，思路要清楚，方法要得当。

对思维比较灵活的学生可以继续引导其探究计数的普遍规律。给图形的各个部分标号，使组合图形的计数问题系统化、条理化，引导学生尝试找到一种普适性的计数方法来解决更复杂的图形组合。在看图找规律的活动中，也可以设置由简单的颜色或形状循环、复杂的图形数量递增或者位置变化的序列，让学生在主动发现规律的基础上，用语言或者图画清楚地描述并延续规律，从而实现从直观感知到初步抽象的顺利过渡。

循序渐进、因材施教的活动组织方式，可以使每个学生都在自己的最近发展区里获得适当的挑战，体验到成功的快乐。基础差的学生加强基本功的训练，中等学生学会有条理地进行观察，学有余力者探究系统的解法发展逻辑思维能力及归纳概括能力，从而使直观的思维训练为每个人的成长服务。

（二）火柴棒摆图形游戏

火柴棒游戏由于材料易得、操作方便灵活、变化多端有趣，深受小学生喜爱，是培养直观思维、空间想象力、创新意识的好方法。这类游戏的核心就是通过移动、增加或者减少火柴棒来改变图形的结构或者数量，从而解决某个问题。差异化组织此类活动主要是问题难度层次以及开放性设计不同。基础层次的活动可以是模仿再现，用指定数量的火柴棒摆出特定数字、字母或者简单的几何图形，例如用三根火柴棒摆出三角形，可以培养学生图形与构成要素间的关系。

进阶层次的活动会加入变化、约束等，给出更困难的任务。用火柴棒组成错误的等式（如“ $11+1=10$ ”），要求学生只移动一根火柴棒使等式成立。这类问题的答案是不唯一的，学生可以将“+”号变成“-”号，也可以把数字0中的那根变成6或者9，这大大提高了学生从不同的角度思考问题的灵活性。教师可以组织学生小组合作，比拼哪个小组找到的解决办法最多，从而培养学生扩散性思维。能力好的学生可以完成把一根或两根、甚至三根火柴棒移位，把一个图型变成几个指定图形的题目。这就要求学生能想象、能预期，从而有效地发展学生的空间想象力和策略规划力。

（三）简单图形的旋转与平移

图形的旋转和平移属于几何的基本内容，同时也是培养学生空间观念的重要方式。在开展有关训练活动的时候，要考虑到学生空间想象能力的个体差异，设

计多层次的活动来帮助学生逐步建立起从二维到三维、从具体到抽象的空间认知体系。

1. 基础层次：感知与识别。该阶段主要面向低年级或者空间感差的学生。教师可借助多媒体动画、实物（齿轮、推拉门等）或者让学生亲自去体验（身体的转动和直线行走），来形象地解释平移与旋转。活动任务可以是判断生活中哪些运动属于平移，哪些属于旋转；也可以是在一系列图案中找出可以平移或者旋转重合的图形。

2. 进阶层次：操作和描述。该阶段学生按照老师的命令进行实际操作，并用简单的语言表述变换的过程。用方格纸画出起始图形和目标位置，让学生画出平移或者旋转后的图形。教师给不同水平的学生布置不同的任务，平移的距离、方向不同，旋转的角度（90度、180度），旋转点的设置也不同。同时鼓励学生用“向右平移多少格”“绕某点顺时针旋转90度”这样的准确的语言来表述自己的操作。

3. 扩展层次：预测与应用。高年级或者思维水平高的学生应该参加预测以及综合应用的活动。展示复杂图案的一部分，要求学生预测经过连续旋转或者平移后形成的完整图案。也可以设计创意任务，只用基本的图形通过平移、旋转来设计出美丽的地砖图案。此类活动既加深了学生对图形变换的理解，又激发了学生创造、审美的意识，把数学与艺术巧妙地融合在一起。

二、逻辑思维训练活动

（一）简单推理与排除法应用

简单推理是逻辑思维的入门，需要学生根据已经给出的前提条件，用合乎逻辑的步骤得出明确的结论。排除法作为重要的推理手段，在信息繁杂或者可能性多的问题中能发挥它独有的作用。为了给不同的学生设计推理活动时，必须精巧地控制题设条件的数量和关系复杂性。小学生可以设计简单的线性推理题，小红比小明高，小明比小刚高，谁最高？此类问题关系简单，学生通过直接对比就能得出结论。教师可以带领学生用画线段图的方法来帮助学生思考，把抽象的身高关系转变为直观的长度比较。

中等难度的活动会增加变量的维度，也可以让学生用表格辅助思考。三个朋友分别喜欢一种水果，根据给出的条件，让学生判断每个人所对应的水果。学生可以用简单的一维或二维表格，把可能出现的结果全部用正负号表示出来，用排

除法选出唯一的正确答案。既锻炼了学生分析问题、解决问题的能力，又提高了学生整理信息、系统分析的素养。

对高阶水平的学生来说，可以设计出包含否定条件、间接线索以及多重属性的复杂逻辑谜题。四位选手参加比赛，他们的名次、国籍、项目均不一样。根据一些零星的线索推理出每个人的全部信息。要求学生不但要会用排除法，而且还要有假说、检验、多步推理的能力。教师可以进一步引导学生设计类似的推理题，角色转换更有利于学生理解逻辑推理的本质。分层之后每个人所面对的逻辑挑战都不一样，但是他们都能在适合自己的逻辑问题上体验到思维的乐趣和力量。

（二）真真假假的逻辑判断

真假话问题属于经典的逻辑游戏，可以很好地调动学生参与的积极性，同时也是培养学生假设、推理、发现矛盾的绝佳素材。此类问题的差异化设计，主要是说真话和说假话人数比例、陈述内容复杂度、是否存在机关或者陷阱这三个方面。基础的真假话问题一般设定为“N个人中只有一个说真话（或假话）”，让学生逐一假设某人是说真话的，根据这个假设去判断其他人的话是否符合逻辑，如果出现矛盾就说明该假设不成立。这样学生就可以初步学会假设推理法的大致步骤。

学生的能力提高以后，问题难度随之加大。可以增加说真话、说假话的人数，变成“四人中有两人说真话、两人说假话”。这就需要学生在假设的基础上进行更深层次的组合分析，或者引导学生寻找陈述内容之间存在的直接矛盾或者必然联系。“如果A说B是好人，B说A是坏人”，这两句话不可能同时为真，也不可能同时为假，所以可以确定这两句话必有一真一假。找到这样的关系对，可以大大简化推理过程。对最难的问题可以采用“我正在说谎”这样一种悖论性的陈述，也可以设计出某些人的真假话语要取决于另一个人的身份，从而引导学生进行更深层次、更灵活的思辨。

（三）列表法与连线法解题

对于牵涉到多个对象、多种属性的匹配情况，列表法、连线法是比较直观有效的逻辑方法，可以把杂乱无章的信息条理化、可视化。教学时应当依据问题的难易程度来引导学生选择或者设计适当的图表，从而进行差异化的培养。对低年级小学生来说，可以从连线题开始。以三个动物和三种食物为例，用简单的描述性线索，让学生直接用线把对应的动物和食物连起来。该种方式直观形象，符合

低龄儿童的思维方式。

当问题的信息量增大,需要将人物、地点、活动三者进行匹配的时候,简单的连线就会使图示变得混乱。此时教师应该引导学生学习列表法。对于中等水平的学生,可以指导他们制作一个二维表格,把人物做行,地点或活动做列,根据题目所给线索在相应的单元格上打勾或者打叉,用排除法逐个完成匹配。有利于培养学生整理信息、有条理地操作的习惯。

对学有余力的学生可以给出带更多变量或条件的问题。四个家庭分别有姓氏、宠物、车颜色、度假地,请将它们一一对应起来。这就需要学生创建一个包含所有变量的巨大的表格,甚至要结合假设法来推导。教师可以引导学生自主设计表格的结构,讨论什么样的结构更清晰、更高效。经过这样的训练,学生掌握了工具,也学会了在遇到复杂问题的时候,通过建立合适的数学模型来简化思考,这是逻辑思维走向成熟的重要标志。

三、抽象思维训练活动

(一) 代数思想的早期渗透

代数思想的本质就是符号化、一般化,它主要研究数量关系和变化规律。在小学阶段渗透代数思想并不是提前进行代数运算的教学,而是通过多样的活动让学生体会用符号表示数的优势和一般性。差异化培养可以从使用非正式符号开始的。对低年级学生,可以用“□”“○”或小动物图案来表示未知数,在算式中用逆运算或凑数的方式填出未知数。这让他们初步认识到一个符号可以代表一个待确定的数。

随着年级的升高,可以引导学生去发现数列或者图形中的模式,尝试用含有字母的式子来表示规律。摆三角形:摆一个需要3根火柴,2个需要5根,3个需要7根……大多数学生可以发现每多摆一个就多2根,并能够预测后面几项。对于思维比较深的同学可以提问第 n 个图形要多少根火柴,引导学生思考得出如 $3+2$ 或者 $2n+1$ 这样的模型。这是由具体的数字表示任意数的关键一步,用字母表示。

对高年级学生来说,可以结合具体情境用字母表示数量关系,理解变量的意义。苹果每斤 a 元,买了 b 斤,总价为 c 元,引导学生写出 $c=ab$ 。在此基础上可以拓展,如果 $a=5$, $b=3$,那么 c 是多少?学习勾股定理时,理解“ $a^2+b^2=$

c^2 ”具有普遍性，用代入已知量求未知量的方式求解。学生逐步体会出用字母表示的公式具有普遍性，代入不同的数值可以解决一系列具体问题，从而真正认识代数思想的概括性和模型化的功能。

分层渗透的方法，使每个学生都能在合适的水平上体会算术思维到代数思维的过渡。他们最开始把符号当成占位符，接着明白符号可以代表变化的量，再进一步学会用含有字母的式子来表示、预测，逐步建立初步的代数思维模式，为中学阶段系统的代数学习打下良好的基础。

（二）抽象图形的空间想象

空间想象力是抽象思维在几何上的体现，是学生在头脑中对图形进行表征、分析、变换的能力。培养这种能力需要设计由具体到半具体再到纯抽象的一系列活动。对于刚刚开始建立空间感的学生来说，可以从“展与合”的实际操作开始，让他们亲手将一个正方体纸盒展开，观察展开图的形状，再尝试将不同的展开图折叠起来，判断哪些可以还原成正方体。动手操作使学生把三维实体和二维平面图建立起了直观的联系。

在操作的基础上，可以提高难度，进入半抽象的想象阶段。教师可以在黑板上画出一个正方体的展开图，在其中一个面上写上字母或者画上图案，然后让学生想象将正方体折叠起来之后，与标有字母的面相对的那个面是哪个。这就要求学生在头脑中模拟折叠的过程。为了使两者的差异得以平衡，一部分学生用模型思考，其它学生的训练则只做心理旋转、折叠。对于更高难度的问题可以提出“数隐藏的小正方体”，即给出一个由许多个小正方体堆叠而成的立体图形，要求学生根据所见到的部分来推测出隐藏起来的小正方体数量。这就不仅需要学生能想象出物体的三维结构，还需要进行逻辑推理，是空间想象与逻辑思维的综合运用。

（三）数学归纳法的初步体验

数学归纳法是一种严谨的证明方法，小学阶段不能进行形式化教学，但是核心思想即“从特殊到一般，验证其传递性”可以通过非形式化活动让学生体验和感悟。对培养学生抽象、概括、推理的能力有着非常重要的作用。活动设计应该围绕发现规律、提出猜想、验证推广的过程来开展。起始阶段教师可以给出一个简单的、有明显规律的数列或者算式，比如 $1+3=?$ $1+3+5=?$ $1+3+5+7=?$ 学生计算出结果分别为 4、9、16，正好是 2^2 、 3^2 、 4^2 。

由此得出猜想，1 开始的连续 n 个奇数和为 n^2 。这是从特殊到一般的过程，

也就是抽象概括的过程。这时候,大多数学生只会在“看起来是这样的”的层次上。为了体现差异性,教师可以给思维水平较高的学生提出一个更深的问题,“我们已经证明当 $n=1、2、3、4$ 时都成立,那怎样才能证明 $n=5$,甚至 $n=100$ 也一定成立呢?”该问题很好地抓住了数学归纳法的精髓。

为了帮助学生理解它的传递性,可以用多米诺骨牌效应来类比,证明 $n=1$ 成立就相当于推倒了第一块骨牌。关键的下一步就是证明如果第 k 块骨牌倒了,那么第 $k+1$ 块骨牌也一定会倒。在上面奇数求和的例子中,就是引导学生思考,已知 $1+3+\cdots+k^2$,那么 $1+3+\cdots+(2k+1)$ 会等于多少?经过简单的代数替换,学生就可以得出结果是 $k^2+(2k+1)$,即 $(k+1)^2$ 。即 $n=k$ 时可以推出 $n=k+1$ 也成立。建立传递链之后,学生就会发现 $n=1$ 成立,则 $n=2$ 一定成立, $n=3$ 也一定成立,以此类推,直到无穷。虽然没有用严格的数学语言来表达,但是可以感受到超越有限、走向无限的强大逻辑力量,为学生将来学习真正的数学归纳法埋下思想的种子。

第五节 课堂互动的层次调控

一、师生互动的差异化提问

(一) 记忆性问题:面向基础层学生

对于处于数学学习基础阶段的学生来说,他们的主要任务就是准确地记住、理解基本的数学概念、公式、法则等事实性知识。因此,教师在面对这部分学生提问时应该以记忆性问题为主。这类问题主要是考查学生对教材中的重点定义、重要信息的掌握情况,目的是帮助学生建立学习的信心。在教完长方形的周长之后,教师可以问同学们长方形的周长是什么意思。长方形周长的公式是什么呢?这类问题的答案明确、唯一,学生通过回忆、复述来巩固所学,从而获得成功的体验。

提问的方式不是机械地重复,它有很重要的教学作用。回答这些问题可以加深学生对知识的记忆,为之后复杂的任务打好基础。教师在得到学生回答之后,应该及时给予肯定和鼓励,还可以追问一些简单的应用,例如,“一个长5厘米、宽3厘米的长方形,它的周长是多少?这样的追问把记忆和简单的计算联系起来,使学生达到知识初步迁移的目的。简单的问答互动,实际上是给基础层学生搭建起一个牢固的知识平台,保证他们不会在学习的起跑线上掉队,也可以积极参与到课堂活动中来。

教师在教学时要注意提问用语及时机。提问应带有一份期待和鼓励,为学生们营造一个安全、轻松的答问环境,避免给学生造成压力。即使学生的答案不完整、不准确,老师也应该先肯定学生积极思考的态度,然后再用补充提问或者引导其他同学协助的方法,共同完成答案。巩固了知识,更重要的是维护了学生的自尊心,激发了学生学习数学的兴趣,使学生感到自己是课堂学习不可缺少的一部分,从而更加积极地参加后续的教学活动。

（二）理解性问题：面向进阶层学生

进阶的学生已经具备了一定的数学知识,不再满足于简单的记忆、复述,具有分析比较的能力。对于该层次的学生,教师应当提出更多的理解性问题,引导学生去探索知识里所包含的逻辑关系和本质属性。此类问题要求学生不但要知道结果,还要知道为什么,要用自己的语言解释、转述、比较或者分类数学概念和方法。如在教学“小数的意义”时可以问0.5和0.50的大小相等,但它们的意义相同吗?解释一下。”不能用数值大小的简单比较来回答,需要学生思考计数单位的不同,加深对小数概念的理解。

提出理解性问题可以有效地激发进阶层次学生思维,使他们对已有的知识进行重组加工。此类问题一般没有唯一答案,可以让学生从不同的角度进行解释。在学生学完圆面积推导过程后,教师可以问:“我们用近似长方形来推导公式的方法,能不能想到其他的图形转化方法呢?提出这样的问题给学生留下了广阔的思维空间,使学生在探索、交流中对知识有更深刻、全面的认识。既可以锻炼学生们的逻辑思维与表达能力,也可以培养他们分析问题、解决问题的能力。

（三）评价性与创造性问题：面向潜质层学生

潜质层的学生思维活跃,有很强的探究精神和创新意识,他们能掌握知识,也能对知识进行评判、应用、拓展。对这一类学生来说,教师要重点设计可以考查他们的思维深度和广度、提高高阶思维能力、培养批判精神的评价性、创造性问题。评价性问题就是让学生用一定的标准去评价数学结论、方法和观点,例如,小明的方法和小红的方法哪个更好?为什么?这样的问题可以让学生从效率、普适性等角度进行对比、评价。

创造性问题更开放,它促使学生打破常规,提出自己的独特见解或者解决办法。此类问题没有固定的答案,主要是为了激发学生想象力、探索欲,促使学生进行更深层次的数学思考和创新。在教学中可以采用的提问方式有如下几种。

创造性问题示例表

问题类型	示例情境	具体问题	教学目标
开放性探究任务	学习统计图之后	“调查班级最喜欢的体育运动，选择最合适的统计图展示，并汇报发现。”	培养学生发现问题、解决问题的能力
逆向思维问题	学习长方形面积公式后	“一个面积为 24 平方厘米的长方形，它的长和宽可以是哪些？如果长和宽都是整数，有几种方案？”	鼓励学生从新角度思考，拓展解题思路
关联拓展性问题	学习比例之后	“地图上的比例尺和今天学的比例知识有什么联系？生活中的实际问题如何用比例知识解决？”	促进知识迁移，联系实际生活

经过以上评价性、创造性的引导之后，潜质层学生既可以巩固加深对数学知识的认识，又可以充分锻炼自身的分析、评判、综合、创造等高阶思维能力。这就为他们将来成为创新型人才打下了良好的数学素养基础，也使整个课堂的思维水平得到了显著的提高。

二、生生互动的有效引导

（一）同桌互助的简单交流

同桌互助是生生互动中最基本、最便捷的形式，适合于课堂上即时的、碎片化的交流。由于其低风险、高频率的特点，所有的学生都可以发言交流，性格内向、基础差的学生也不例外。教师可以给布置一些短小、明确、简单的任务，让学生两人一组互相帮助，共同学习。在新授课初步讲解一个概念之后，教师可以要求学生用自己的话同桌说说什么是锐角。因此学生可以在有限的范围内交流，检验对知识的初步理解，及时互相纠正发现的问题。

为了保证同桌互助的效果，教师不能放任不管，而应该精心设计、适时引导。教师要明确互助任务和要求，可以规定一个人说、一个人听再互换角色，使每一个学生都有思考和表达的机会。同时教师要巡视观察，倾听学生的交流内容，发现普遍存在的疑难点，将疑难点作为下阶段全班讲解的重点。简单的互动形式可以很快检查学生对基础知识的掌握情况，在轻松的氛围中增进同学之间的友谊，培养学生的合作意识。

（二）小组内的深度讨论

当问题变得复杂，需要从多角度、深层次去探究的时候，小组合作学习就成为了一种非常有效的互动方式。小组讨论与同桌互助不同的是，它依靠的是集体

智慧来解决个人不能单独解决的难题。为了保证小组讨论的有效性、深入性,教师课前要做好充分的准备,课中也要做好引导。科学分组要遵循“组间同质、组内异质”的原则,把不同认知水平、不同思维特点、不同性格特质的学生分到一个小组里,使每个小组都拥有不同的学习资源和动力。

小组讨论任务的设计很关键,一个好的讨论任务要具有一定开放性、探究性,能够引起学生的思考、辩论。教师在解决有多种解法的应用题时可以提出小组任务,小组要讨论出此题的各种解法,并讨论出最简便的方法及理由。在讨论过程中,教师要指导小组成员进行明确的分工,比如记录员、发言人、协调员等等,使人人有任务,事事有分工。教师还应在各个小组之间来回走动,及时给予指导,对遇到困难的小组加以引导,对脱离主题的讨论进行纠正,保证讨论围绕核心问题进行。

小组讨论之后成果汇报属于展示集体智慧、达成知识共享的关键部分。老师应鼓励各小组给出不同的解题过程、结论,再让其它小组进行补充或者质疑。此时学生交流的思想不仅能加深对知识的理解,更重要的是学会了倾听、批判、合作,从而使自己的沟通能力、团队合作能力、解决复杂问题的能力得到全面的发展。

(三) 全班范围的辩论与分享

全班范围的辩论与分享属于最高层次的生生互动形式,一般以一个有争议性或者多解性的核心问题为中心,要求学生在全班面前清楚地阐述、捍卫自己的观点,并能够对别人的观点进行分析和回应。大规模的互动形式,对培养学生逻辑思维、语言表达、心理素质起着不可替代的作用。教师在学生学习了平均数之后,可以设计出一个辩题,“用平均数来代表我们班同学的身高水平是否合适?”并组织正反两方进行辩论。

组织好一场课堂辩论需要老师创造一个民主、包容、安全的发言环境。教师首先要讲清楚辩论的规则,即发言时间、自由辩论的规则等,引导学生做到尊重对手、理性反驳、有理有据。教师在辩论中担当着主持人、引导者的角色,在辩论双方发言时,要准确把握双方的争论焦点和矛盾,适时追问,使辩论不断深入。同时老师要做好整个辩论过程的合理安排,保证辩论活动的顺利进行。对于有矛盾点的辩论过程可以中止,老师可引导学生在更大的范围内展开讨论交流来激起思维的火花。

辩论结束之后还要做总结和分享。教师要引导学生超越输赢,从辩论的整个

过程出发,从各个观点及其依据的角度去总结出对数学概念更深层次的认识。通过上述平均数辩论,学生会发现平均数反映数据集中趋势的优点,也会认识到平均数受极端值影响的缺点,从而去学习中位数、众数等其他统计量的意义。这样一番思辨激起了学生强烈的求知欲和批判性思维,数学课堂就流露出理性之美,变得妙趣横生。

第七章 差异化评价体系建设

第一节 多元评价指标的设计

为了全面、客观地反映学生在小学数学核心素养各方面的差异与进步，评价指标的设计不能只依靠传统的分数衡量方式，而应该转向多元、综合的模式。本节从知识技能、过程方法、情感态度这三个方面来建立具体的、可操作的多元评价指标，给差异化教学的精准实施提供有力的依据。多元评价指标体系概览见下表。

多元评价指标概览

评价维度	核心指标	关注要点	评价方式举例
知识技能	计算能力与准确度	运算过程合理性、思维灵活性、多层次能力	口算 / 笔算 / 估算任务、错误归因分析
	概念理解与表述	概念解释、辨析、应用能力；语言表述准确性	口头提问、小组讨论、概念图绘制
	空间想象与作图能力	识别、描述、想象、转化；作图准确性与条理性	动手操作、三视图想象、开放性作图任务
过程方法	数学思维的逻辑性与条理性	分析问题、推理、表达的逻辑性、连贯性	作业解题步骤分析、课堂发言观察
	解决问题的策略与灵活性	策略尝试、选择、优化；方法受阻时变通能力	多重解答问题、项目式学习、数学建模
	合作交流的表现与贡献度	参与积极性、交流有效性、团队贡献角色	课堂观察记录、小组互评、自我反思
情感态度	数学学习的兴趣与好奇心	主动探究、提问、参与挑战；课外阅读与讨论	课堂观察、非正式交流、数学日记
	作业书写的认真与整洁	书写规范、排列有序；对困难学生的鼓励	作业批改反馈、优秀作业展示、小明星评选
	面对困难的意志与毅力	面对难题的态度、坚持性；抗挫折能力	课堂观察、个别访谈、任务分解与支持

从表可知，差异化评价指标包括学生数学学习的各个方面，给学生的进步给出了更全面、深入的描述。

一、知识技能指标

（一）计算能力与准确度指标

计算能力是小学生学习数学的基础,对计算能力的评价不能只看速度和对错。对计算能力的差异化评价应该从学生在口算、笔算、估算三种运算类型中表现出来的差异入手,分析学生计算过程的合理性以及思维的灵活性。对于计算速度快但准确率不高学生,评价的重点应当放在该学生对运算规则的掌握和验算习惯的养成上;而对计算准确但速度慢的学生,则应引导其去寻找并应用更为简便的算法,以达到提高运算效率的目的。

教师可以设置不同的难度计算任务来观察学生的发展水平。基础层次的学生评价指标主要是基本运算的准确率,例如百以内加减法、表内乘除法的零错误率。中等层次学生指标里可以加入对计算方法的考查,鼓励他们用不同的方法解决同一个问题。对高阶思维的学生设置一些带有策略性的巧算或者估算任务,考察他们的数感以及思维敏捷度。多层次指标的设计目的是使每位学生都能在自身基础上得到肯定,同时明确下一步的努力方向。

对计算错误进行归因分析也是评价的一个环节。错误是由于算理理解错误、运算过程中粗心,还是运算步骤的疏忽造成的?这都需要教师通过观察学生解题过程、查看草稿纸、与学生个别谈话等方式准确识别。根据诊断性评价,教师可以对学生的个人进行个性化的指导与辅导,对于算理不清的学生要重视直观教学和操作体验,对粗心大意的学生开展注意力的培养。这样,评价就从单一的“裁判员”的角色转变为了促进学生计算能力持续发展的“助推器”。

（二）概念理解与表述指标

数学概念是数学知识体系的基础,也是学生进行数学思维交流的手段。概念理解的评价不能只停留在对定义的机械记忆和背诵上,而应该考察学生是否能够用自己的语言解释概念、举例说明、辨析异同并加以应用。评价指标不能仅仅衡量学生对知识理解的深度和广度,更应该考查学生把抽象的概念与具体的情境联系起来进行转换的能力。

差异化评价主要体现为评价方式多样、评价标准分层。对于初学概念的学生,评价指标可以侧重于考察他们能否用实物操作、画图等方式来表征概念,能否识别或者举出概念的典型正例。对于理解比较深入的学生,指标可以提高为考察学

生是否能够辨析易混淆的概念,能用准确的数学语言来描述概念的主要特征。高层次的学生会要求阐述概念间的关系与差异,甚至会让他们用自己的方式去重新定义某个概念,以此来考察学生对概念理解的深浅以及批判性思维能力。通过口头提问、小组讨论、数学日记、概念图绘制等多样化的形式,可以从各方面来反映学生对于同一个概念的不同层次的理解。

（三）空间想象与作图能力指标

空间观念属于小学数学核心素养的重要组成部分,空间观念是对于物体形状、大小以及位置关系的一种感性认识,它也包括想象和表述等能力。对该能力的评价要结合观察、操作和创造活动,从静态认知和动态思维两个角度设置指标,全方位考察学生的空间想象能力。

评价指标的设计应体现层次性,以适应不同学生的发展需求。

1. 基础层次的指标主要是考查学生对常见的二维图形、三维几何体的识别、描述能力,以及在方格纸上复制或平移简单的图形的能力。
2. 进阶层次的指标考察学生能否从三视图想象几何体、在脑中进行图形的旋转与折叠,预知结果。
3. 高阶指标可以设计成开放性问题的形式,比如让学生用有限的几何图形制作美感的图案或者解决与最短路径、最优布局等有关的空间问题来考察学生的空间应用与创新能力。

对于作图能力的评价也应该有所区别。低年级学生的评价重点是看学生能否用直尺画出线段、长方形等基本图形,线条是否平直,图形是否规范。对高年级学生的要求是使用三角板、量角器、圆规等工具画复杂的组合图形,评价指标除了作图的准确性之外,还应该包括作图步骤的条理性、合理性。对于一些在精细动作方面有困难的学生,评价时更多地从作图的方法、原理的理解以及口头表达等方面进行考察,而不是只关注作图的精致程度。

二、过程方法指标

（一）数学思维的逻辑性与条理性

数学思维的逻辑性、条理性是数学素养的重要组成部分,它渗透在学生分析问题、推理论证、表达交流的全过程里。评价指标就是看学生的言行是否合情合理、思考过程是否合乎逻辑、表达是否清楚、条理是否清楚。

教师可以从学生的作业、试卷的解题步骤中分析出学生思维的条理性，也可以从课堂讨论中学生发言的情况来判断学生思维的条理性。对于解题步骤清楚、环环相扣的学生，即使最终的答案有误，其表现出的逻辑思维能力也应该得到肯定。相反，对于只知道答案而不知道所以然的学生，应该指出其思维严密性还需要提高。对于起点较低的学生可以采用鼓励其先口述、后笔录的方式把思考过程外化出来，而对于逻辑性较强的学生则要引导其进行反思、辩证，即探讨某个条件是否是必要的、寻找其他的推理途径等方式来使思维更深入。

（二）解决问题的策略与灵活性

评价学生解决问题的能力，不能只看问题是否被解决，还要看学生解决问题的过程和方法。该指标主要考查学生面对问题情境时是否能够主动地尝试、选择和优化解题的方法，在原有的方法受阻之后是否能够灵活变通。

教师在教学过程中可以设计一些需要转换策略、有多重答案的非常规问题。评价时可以从以下几方面来考虑，第一，策略的多样性，即学生能想出多少种不同的方法；第二，策略的适宜性，即学生能否根据问题的具体条件选择相对简洁、有效的策略；第三，策略的独创性，即学生是否能跳出思维定势，提出与众不同且行之有效的解法。

对于不同水平的学生，评价的重点也不一样。对于大部分学生来说，评价的主要目的就是鼓励他们大胆尝试，不怕失败，努力形成完整的解题策略。对能力较强的学生评价的重点就是引导他们比较不同的方法，优化解题思维。

利用项目式学习、数学建模等综合实践活动，可以给评价学生解决问题策略的灵活性提供丰富的载体。学生需要自主分析问题、制定步骤、分工合作、整合资源，策略的选择和调整都要体现出学生的各种能力。教师据此可以开展更为全面、动态的过程性评价，真正把评价融入到学生学习与成长的全过程之中。

（三）合作交流的表现与贡献度

在小组合作学习已经成为常态的今天，对于学生在小组合作学习中所表现的贡献度的评价，已经成为过程方法评价中不可缺少的一部分。其目的就是培养学生学会倾听、表达和合作，在同伴的交流中共同建构知识、发展思维。该指标的评价主体可以是教师、小组内的同伴，也可以是学生本人。

评价的内容应该包括各方面，第一是参与的积极性，即学生是否积极参加小组活动，主动发表自己的看法。第二，看交流的效率高低，即学生是否能够清楚

地表达自己的观点,认真听取别人的意见,并对别人的意见提出自己的意见。最后是合作的贡献度:学生所担任的角色是提出思路的人、完善方法的人、执行操作的人还是总结结论的人?其贡献对小组任务完成起到怎样的作用?

教师在实施差异化评价的时候,要明白每个学生在团队中所担当的角色以及所发挥的价值是不一样的。有的学生善于提出新想法,有的学生善于发现别人思路中的漏洞,有的学生虽然不起眼,但是认真完成了重要的计算和验证工作。评价不能规定统一的“优秀合作者”标准,而应该肯定不同的贡献。采用观察记录、小组互评、自我反思等多种方式,可以使学生认识自己在团队中的价值,进而使学生在以后的合作中扬长避短。

三、情感态度指标

(一) 数学学习的兴趣与好奇心

兴趣、好奇心是学生主动学习,深入探究的动力。评价该指标不是给学生兴趣打分,而是为了发现并呵护每一个对数学世界有着无限好奇的童心。教师应该成为学生兴趣的敏锐观察者和积极的引导者,善于从学生的一言一行、一举一动中发现学生对数学产生兴趣的瞬间。

评价线索既可以来自课堂内,也可以来自课堂外。在课堂上,学生对某一道巧妙的解法是否会一怔,对某个数学现象是否会追问“为什么”、“是不是”,是否积极参加有挑战性的数学游戏等。课后学生主动阅读数学课外读物的次数、看生活里数学问题的次数和讨论生活中数学问题的次数。教师可以采用观察记录、非正式交谈、分析学生数学日记或者作品集等多种方式来获得这些信息。对表现出浓厚兴趣的学生,应给予充分的肯定和资源支持;对兴趣不明显的同学,则要用生动有趣的学习情境和数学本身的魅力去耐心引导和激发。

(二) 作业书写的认真与整洁

作业是学生学习过程的一个载体,作业书写的认真、整洁程度,能直接体现学生学习态度和责任心。将其加入评价指标中,有利于学生养成严谨、规范的学习习惯,对学生的学业乃至一生都有着积极而深远的影响。

评价作业书写,应基于发展的眼光,关注学生的进步与努力。

1. 评价标准要具体化,比如数字、运算符号书写是否清晰规范,图形绘制是否符合要求,解题步骤排列是否有序。

2. 评价过程要体现差异性,根据学生不同年级、书写基础不同提出不同的发展要求。对于书写有困难的学生,评价的重点应该是看其是否尽了最大的努力,而不是简单的横向比较。

3. 评价反馈以鼓励为主,通过优秀作业展示、评选书写小明星等形式树立榜样,营造积极向上的比、学、赶、帮、超氛围。当学生作业潦草的时候,应耐心询问原因,进行有针对性的教育和帮助,而不能一味地批评指责。

（三）面对困难的意志与毅力

学习数学过程里免不了会遇到困难和挫折。学生面对难题时的态度和行为,就是其意志品质的直接反映。该指标的评定对于培养学生抗挫折能力、坚毅品质十分重要,也是立德树人根本任务在数学教学中的具体落实。

评价重点是观察学生在遇到困难的时候所做出的反应。放弃、烦躁、静心思考、反复尝试、向同学或者老师求助。这些行为差别怎样影响学生抗压能力?教师在日常的教学、问题解决活动中要特别注意敢于面对困难、不轻易放弃的学生,并及时给予学生精神上的鼓励和表扬,使学生在坚持的过程中感受到坚持的价值,体会到成功的喜悦。对于容易退缩的学生来说,评价的目的不是给学生贴上“缺乏毅力”的标签,而是要为学生搭建起“脚手架”,帮助学生克服困难、获得成就感。因此可以分解学习任务,给予适当的解题提示或者引导分组合作等方式来支持学生完成学习。过程性评价以及积极的引导意志毅力,对于培养学生成长型思维模式来说意义重大,它所体现的价值远远超过了任何一次的知识性考试成绩。

第二节 过程性评价的差异化实施

一、课堂观察记录

（一）学生举手发言的频率与质量

小学数学课堂上学生举手发言的次数与质量,是衡量学生课堂参与度和思维活跃度的指标。但是差异化的视角需要我们做进一步的考察和分析,教师不应该只记录发言次数,更应该看到其发言的深层次价值。对不同层次的学生来说,评价的重点也应该有所不同。

对平时比较内向、不敢发言的学生来说,每一次举手尝试都包含着他们自我

突破的勇气。教师应该立即给予肯定和鼓励,即使他们的回答还不完全准确,也应该呵护他们参与的热情。追问学生是如何想到该方法的。循循善诱,引导学生清楚地说出其思维的过程。

对于思维活跃、表达欲望很强的学生,评价的重点就应该从数量转向质量。教师应该注意学生说话的深度、新意,是否只是复述已有结论,还是开辟新的思路、提出新的观点、发现新的问题,对同伴的观点进行建设性的补充或修正。学习圆的知识时,圆规两脚之间的距离就是圆的半径,这是基础层次的掌握;如果能联想到生活中车轮的圆形特点,并加以解释,那就是更高层次的数学思想和实际运用能力。教师可以为这类学生设置具有一定挑战性的开放性问题,例如,圆还有什么秘密呢?激发他们内在的潜能,推动他们做更高层次的探究。

对全班发言情况的整体记录也不能少。教师可设计简洁明了的课堂观察量表,在不同的教学环节里用正字或特有符号来记录学生发言的情况,再辅以简短的质性评价。经过一段时间的数据分析,教师可以清楚地看到哪些学生一直保持积极,哪些学生参与度不高,哪些学生在某个知识点上表现特别突出。此类数据可以给教师改进教学方案提供重要依据。采用指定回答或者小组讨论后由代表发言等形式,给那些比较沉默的学生更多的表达机会,保证每一个学生都有发言的机会,让课堂真正成为共同探索、共同成长的沃土。

(二) 小组合作中的参与深度

小组合作学习是培养学生沟通能力、合作精神、多元思维的有效途径,但是它的有效性却要依靠每个成员的积极参与。教师巡视时不应该只看表面的热闹,而应该深入探究学生在小组中所起的实际作用以及贡献,从而准确地判断其参与的深浅。浅层参与就是少数学优生完成全部任务,其余人只是听者或者旁观者,有时小组讨论变成闲聊而不是主题讨论。深度参与是指小组成员之间真正地进行数学讨论,大家对难题展开研究,互相提出不同的解题方法,互相质疑对方的观点,在思想的碰撞中得到认同或者激发新的灵感。教师应该重点观察平时很少发言的学生在小组中的表现,因为在比较安全的环境中他们可能会更愿意表达自己最初的设想。

为了给学生参与程度赋予不一样的评判准则,教师可以设计出结构化的观察工具。可设定的观察点有以下几点,能否主动说出自己的想法,能否认真倾听并积极回应同伴的发言,当同伴遇到困难的时候,是否主动帮助,小组中是否主动

承担了记录员、报告员、计时员等角色。不同能力的小组，教师指导策略也应该有所不同。对合作能力较弱的小组要及时介入，示范怎样分工、怎样深入讨论；对合作默契的小组可以适当提高要求，提出更具挑战性的探究任务，促使小组成员进行更高层次的思维碰撞。教师只有细心地观察，恰当的引导，小组合作才会不再只是形式，才会成为全体学生数学素养共同提高的强大力量。

（三）课堂练习的完成速度与正确率

课堂练习是对学生新学的知识是否理解、掌握的一种即时反馈。完成速度、正确率这两个主要指标可以反映学生在知识运用上存在的差异。完成练习速度很快、准确的学生一般对知识点理解透彻，计算等基础技能也较好。教师对这部分学生可以准备一些难度较高的拓展题或变式题作为“弹性作业”，满足学生“吃饱”的学习需求，引导学生往知识更深层次、更广领域去探索。

对于练习速度慢、错误率高的学生，就应该给教师更多的关注。只有对错误类型进行详细的分析之后，教师才能做出准确的诊断。具体的错误类型以及相应的纠正措施，见下表

课堂练习常见错误类型与纠正措施表

错误类型	具体表现	诊断示例	建议纠正措施
概念不清型	对基本概念理解不深入或存在偏差	计算长方体表面积时遗漏某些面	回归概念本身，利用实物演示、画图等方式帮助学生重构理解
计算马虎型	数字抄错、运算符号误看、简单计算失误等	频繁出现低级计算错误	培养学生审题、检查的良好习惯，提升注意力集中度
思路混乱型	无法正确理解数量关系，解题思路错误或不清晰	面对稍复杂题目时，不能正确选择解题策略	采用画线段图、分步提问等方式，帮助学生理清逻辑，逐步建立解题模型

经过课堂练习数据的详细分析再加上有针对性的具体反馈，评价就不再只是简单的对错判定，而是成为学生进步、改善未来教学的宝贵资源。

二、成长档案袋评价

（一）收录不同阶段最好的作业

成长档案袋的基本理念就是记录成长，而不是做简单的横向比较。因此，对于最好的作业来说，它的界定具有明显的个体化和发展性。它并不是全班最好的

作品,而是指学生在某一学习阶段里,最能体现其进步和努力的作品。档案袋创建之初,教师就要引导学生一起制定收录标准。可以是一份书写最工整的作业,也可以是解一道难题的独到之处,也可以是从批改满红到最后完全正确的订正过程。选择本身也就是对自己学习的反思与评价。

随着时间的推移档案袋里的内容就会越来越丰富。学期中、学期末教师可以组织学生回顾、更新档案袋,择优替换或者新增作品。于是学生就能清楚地看到自己从歪斜的数字到规范的算式,从模仿学习到独立解决复杂问题的明显变化。教师在此过程中扮演的是引导者、欣赏者,当学生展示出自己最好的作业时,教师的评价语要集中于具体的进步之处。如“本次解题步骤条理清楚,比上次有较大进步”、“画图法解决问题,很富有创造性”等。关注个体进步的评价方式,可以很好地激发学生内在的学习动力,使每一个孩子在与自我纵向比较的过程中获得成就感和自信心,从而更加主动地投入到数学学习的探索中。

(二) 记录数学日记与错题反思

数学日记、错题反思是学生进行深度学习、自我监控的途径,把评价的视角延伸到学生内在的思维过程和情感体验中。数学日记要求学生用自己语言记录课堂所学、所感。其内容可以丰富多样,既可以记下当天新学的概念、攻克难题的喜悦,也可以抒发学习中遇到的困惑和挑战。日常性的记录促使学生对所学内容进行系统整理和内化,把分散的知识点串联成有意义的个人经验体系。根据学生不同的表达能力,教师可以提供不同的支架。低年级学生提供句式模板“今天我学了____,我觉得____很有趣”,高年级学生则可以自由发挥,也可以图文并茂的进行创意创作。

错题反思,这是精准破解学习难点的一环。它不单要求学生订正答案,更应该分析出错误产生的原因。一份完整的错题反思应该包含原题重现、错误分析、正确解答、归纳总结这四个主要部分。错误分析时学生应该认真思考错误是由于概念理解的偏差、审题的疏忽还是计算的失误造成的。而元认知能力的培养核心就在于这个过程,即学生由被动接受知识转为主动监控自己的学习过程。

教师在批阅数学日记、错题本的时候,应该扮演一个循循善诱的对话者角色。学生日记中流露出的畏难情绪,可以用鼓励性的语言进行疏导;学生深刻的错题反思,应该给予赞赏并提启发性问题来引导其进行更深层的思考。因此这样的个性化反馈使评价具有了鲜明的人文色彩,它既给学生解决问题提供帮助,又考

虑到学生的感情态度、价值观念，让学生体会到数学学习不仅仅是严谨的逻辑，也有人性之暖与交流之乐。

（三）展示小课题研究成果

小课题研究把学习的主动权完全交给了学生，极大地调动了学生探究的热情和创新的潜能。其评价核心是研究过程是否完整，方法是否科学，成果呈现是否有创意。小课题的选题可以来自教材，但又可以超出教材。学习统计与概率之后，学生可以研究本校同学最喜欢吃哪种午餐，也可以研究抛掷硬币正面、反面朝上的概率等生活化的问题。课题的规模和深度要完全由学生能力与兴趣来决定差异化的设计：有的学生只做简单的调查问卷和制作数据表格，有的学生会做一些复杂的实验，并写出详细的报告。

成果展示的形式可以丰富多样，不拘泥于固定的模式。学生可做精美海报、演示文稿、数学故事或小型数学剧本。多元化的展示途径给不同智能类型的学生提供了施展才华的舞台。评价主体也不再局限于教师，可以引入同学互评和家长评价机制。成果展示会上每一位“小研究员”都可以向在场的观众介绍自己的研究过程和独特的发现，认真回答观众的提问。其他同学可以从“研究问题的价值”、“数据收集的合理性”、“结论的可靠性”等几个方面来评议。开放互动的评价氛围，不但能有效锻炼学生的逻辑思维与表达能力，而且可以潜移默化地培养学生的批判性思维和科学探究精神，使数学核心素养在综合实践中得到全面而深远的发展。

第三节 结果性评价的层次划分

结果性评价是对小学数学核心素养差异性培养效果的考查。为了科学、全面地评价学生在不同层次上数学能力的发展，避免“一刀切”的评价方式，我们创建起一个包含基础题、提高题、挑战题的结果性评价体系。该体系主要用以诊断学生的数学学习状况，激发不同学生的发展潜能，使每个学生都能在原有的基础上获得最大发展。

小学数学核心素养结果性评价体系概览可见下表。

小学数学核心素养结果性评价体系概览

评价类型	核心目的	考查重点	评分方式	典型特点 / 意义
基础题达标评价	确保掌握基础知识技能，奠定共同基础	基本知识、基本技能	合格分数线，底线性	普适性、底线性、公平性、诊断功能
提高题等级评价	区分学生综合运用能力，实现因材施教	知识综合运用能力，解决复杂问题	多层级等级制（如优秀、良好、合格、待改进）	差异性、导向性、反映思维品质
挑战题加分评价	激发高阶思维与创新意识，展示才华	高阶思维（批判、发散、归纳、建模、论证）、创新意识	不设上限的开放式加分 / 荣誉积分制	开放性、激励性、培养创新型人才、适当超纲

一、基础题的达标评价

（一）考查基本知识与基本技能

小学数学基本知识指的是学生必须掌握并记住的数学概念、定义、法则、公式、性质等内容。“三角形内角和为 180 度”这一定理的记忆和理解、“乘法分配律”的正确表述等，都属于基本知识的范畴。这些知识是形成数学知识体系的基础，也是学生进行数学思考、解决问题的基本语言。基本技能就是学生在数学活动中必须具备的操作性能力，包括计算、画图、简单推理、用基本知识解决典型问题的能力。例如熟练进行多位数加减乘除运算、用尺规准确画出给定几何图形、解答一步或者两步计算的应用题等。

此类题目的设计重视直接性、典型性。题目情境要简单明了，设问方式要清晰无歧义，不能包含需要复杂转化或者深度思考的隐藏条件。命题素材一般取自教材中的例题、常规练习题以及这些练习题的变式。评价目的不是为了选拔、区分学生，而是检验、确认学生是否掌握了基础知识。通过这些题目，教师可以清楚地知道学生是否已经把所学知识内化为自己的认知结构，是否具备了进行更复杂数学活动的工具。考查方式保证了评价的公平性，使每一个学生都能清楚自己的学习目标，并为之努力。

（二）设定合格分数线作为底线

在基础题达标评价中确定一条及格线是十分重要的。这条分数线不是随意划定的，它是按照课程标准中对本学段学生最低学业质量要求的具体化。它表示学生完成当前阶段数学学习后应该具备的最低的知识、能力，是他们升入高年级或

学习后续知识的“通行证”。这条底线有标准参照的性质，其意义在于衡量每一个学生个体是否达到了预设的、绝对的学习标准，而不是把他放在群体中进行横向比较、排名。

合格分数线的确定给教学工作提供了一个质量监控的指标。全体学生是否达标是判断教师日常教学工作是否有效的重要指标之一。促使教师关注每一位学生，特别是那些在学习遇到困难的学生，保证不让任何一个孩子在数学学习的道路上掉队。这条底线对学生来说是一个明确而可以达到的学习目标。它告诉学生只要掌握最基本的内容就可以获得成功的体验，对学生学习自信心、积极性起到不可替代的作用。当学生没有达到合格线的时候，评价结果就是一个有效的诊断信号，提醒教师和学生及时开展针对性的查漏补缺以及辅导，找出问题原因，采取精确的应对措施，充分体现出评价的诊断功能以及发展价值。

（三）重在考察掌握的牢固度

对于基本知识、技能的评价不能只停留在知道、会做的浅层次上，而应该考察学生对知识的掌握程度。牢固掌握指学生能够在一定的条件下正确地使用知识，并且在不同的情境下稳定、准确地发挥。主要表现在准确性、熟练度、初步的泛化能力这三个方面。准确性是基础，要求学生解题时概念清楚、计算准确；熟练度是在准确的基础上达到一定的速度，说明相关知识技能已经内化到一定程度，可以自动化提取；初步的泛化能力是指能够解决与典型例题有少量变化的同类问题。

为有效考察知识掌握的牢固度，评价设计可采用多种策略。

1. 设置一组结构相似但是数据或情境略有不同的题目，看学生能否保持稳定的正确率。同一知识点在不同题目中表现忽好忽坏，说明该知识点掌握不牢固。
2. 在试卷中加入需要回顾之前所学内容才能解决的题目，以此检验学生的遗忘情况，评价学生的长时记忆效果。
3. 计算基本技能可以采用限时完成的题组来检验其熟练程度。时间紧迫下仍能保持高正确率，就是技能熟练的表现。

就牢固度而言，评价能更真实地反映学生学业基础的质量。基础扎实的学生，才会有数学学习持续发展的可能性。评价结果可以区分出哪些学生是一知半解的，哪些是真正掌握的，使教师在以后的教学中采取不同的巩固、强化措施，帮助学生打下坚实的基础，避免由于基础不牢固而导致的后续学习困难。

二、提高题的等级评价

（一）考查知识的综合运用能力

提高题的重点是“综合”，即打破知识点之间的壁垒，把分散在各个章节、领域中的知识和方法，运用到更复杂、综合性的问题中。这也是数学核心素养中的解决问题的能力。提高题考查的不是基础题的单点考查，而是多认知步骤、多知识模块的综合考查。一道题目需要学生同时使用图形性质、方程思想、比例知识来完成解题过程。

此类题目一般具有很强的情境性以及较高的难度系数。它们可以是教材习题的深入拓展，也可以是现实生活中简化的模型。解题过程不再只是公式套用或者程序模仿，而需要学生进行分析、联想、转化、推理。学生首先要对题目信息进行正确的解读，找出题目中隐藏的数学关系，然后从自己的知识库中检索、筛选出有效的知识，最后通过有条理的逻辑组织得出一个完整的、自洽的答案。全面检验学生知识结构的系统性、思维的灵活性、策略选择的有效性，可以区分出哪些学生只是知识的“存储器”，哪些学生是知识的“活用者”。

（二）设置不同等级的评分标准

考查学生综合运用能力的提高题，如果用“对”或“错”来评判就显得不够了，因为无法反映出学生在解题过程中表现出的不同的思维品质。因此需要建立一个多层级、以质性描述为主的评分标准来对学生的回答进行等级评定。评价的方式看重的是解题过程的完整性、方法的好坏、思维的深浅，而不是最后的结果。

一个典型的等级评分标准可划分为“优秀”、“良好”、“合格”、“待改进”等多个层次。

优秀等级一般指学生能独立、完整地解决问题，解题思路清楚、严密，方法有优化或巧妙之处，表达规范、结果正确。

被评为良好的学生一般能够掌握主要的解题方法，但是解题过程中会存在一些非关键性的疏漏或者计算错误。

合格等级表示学生能理解题意并尝试使用相关知识，但是思路可能会出现中断或者方法选择错误，只完成了一部分解答。

“待改进”则指向那些未能正确理解问题或无法找到有效切入点的学生。

这样一种分等级的评分标准，给教师提供更丰富、更具体的反馈信息。它不

是简单的分数罗列,评价报告可以告诉学生哪里做得好,哪里有问题,使评价更具导向性、诊断性。学生可以对照评分标准来清楚地知道自己的不足之处,明确下一步努力的方向,从而激发起持续改进的内在动力。

（三）区分掌握程度的深浅

用等级评价可以发现学生对数学知识掌握的程度有深浅之分。深浅差别不只是知识储备量的不同,更是知识应用质量上的差别。掌握不牢的学生对于解题路径单一、模仿性较强的题目还可以回答出来,但是对于需要多步推理、知识迁移的题目就会感到困难。他们的知识是零散的、孤立的,没有形成有效的网络结构。

掌握程度深的学生对于知识的运用能力也更强。能发现问题背后的不同知识点间的内在联系,能对知识进行灵活的组合和重组。面对陌生的问题情境,也可以用转化的思想把问题与自己熟悉的模型联系起来,找到解决问题的方法。深层次的掌握,就是学生数学抽象、逻辑推理、数学建模等核心素养达到较高水平的标志。等级评价是对学生在解题策略选择、逻辑链条构建、非常规思路探索等方面表现给予打分,把内在、隐性的深浅差异转化成可以观察、可以评价的指标。这样的分类对于之后的差异化教学来说十分重要,教师可以据此给不同层次的学生分配不同的学习材料与任务,真正实现因材施教。

三、挑战题的加分评价

（一）考查高阶思维与创新意识

挑战题的设计与基础题、提高题有本质的不同。它已经不是简单地再现、综合已有的知识,而是一种对未知领域的探索和创造。此类题目考查的是学生高阶思维能力,即批判性思维、发散性思维、归纳与猜想能力、模型建构能力、逻辑论证能力。题目没有固定的标准答案或者有多种解题方式,其中有些甚至超出了教师事先预设的范围。它促使学生用不同的视角看待问题,敢于提出假设,并采用数学的方法去检验或者修正。

创新意识是挑战题评价的又一重点。它不单是解题方法的创新性,也是学生面对问题时所表现出来的积极探索的态度。具有创新意识的学生不会满足于找到一个答案,他们会继续追问,这个问题还能怎么解?改变题目中的任何一个条件,结论会有怎样的变化?这个问题能否推广到一般的情况呢?此时的评价应充分肯定学生敢于质疑、乐于探究的科学精神。因此,挑战题的评分重视学生解答中表

现出的思维原创性、问题拓展性、论证的严密性。即使探索的结果不完全成功，它所闪现的思维火花也应该得到充分的肯定和鼓励。

（二）不设上限的开放式评分

为了最大限度地激发学生探索行为，挑战题的评价应该采取没有上限的开放性评分方式。传统固定分值模式就失去了它应有的作用，因为无形中给学生思维的发展带来了局限。富有创意的解法或者深刻的推广所蕴含的价值，不能用事先设定的满分来衡量。因此，这部分评价可以采取加分制或者荣誉积分制，在基础分的基础上根据学生解答质量给予额外的奖励。

开放式评分具体的操作方式非常灵活。评分者可以从思路新颖度、逻辑严谨度、表达清晰度、推广和反思深度这四个主要方面来评定。对具有超常洞察力或者数学天赋的解答，可以给与超常规的高分或者特殊荣誉。评分过程中可以加入同行评议，使学生互相学习、评价彼此的解法，本身就是一种良好的学习过程。不设上限的评分传达出一个强烈的信号，数学世界无限广大，探索与创新永无止境，而你所具有的才华与努力所能达到的高度也是无穷的。这样一种评价方式极大地保护了学生们的学术热情，使学生从为分数而学的枷锁中解脱出来，真正体会到数学思维的乐趣。

（三）鼓励超纲的自我挑战

挑战题的重要特点就是其内容可以适当超纲，即包含一些目前课程标准没有明确要求，但与学生已有的知识密切相关、属于学生“最近发展区”的拓展性内容。设置这样的题目目的并不是要让所有的学生提前学习，而是为认知发展较快的学生提供与他们的智力水平相适应的挑战，满足他们旺盛的求知欲。体现出对不同学生个体发展速度的差异是尊重的，并且给予支持。

促使学生进行超纲自我挑战主要依靠学生的自愿和兴趣的引导。这些题目必须是选作题，学生可以自由选择是否尝试。教师应该充当引导者、激励者，而不是压迫者。教师可以引导学生了解题目背后所包含的数学思想、相关背景等，从而激发学生的好奇心，但是不能把其当作所有学生都必须完成的作业，以免增加学生的负担，引起学生的焦虑和抵触情绪。对于那些勇于尝试并且取得一定成绩的学生，无论最后是否完全解决问题，都应该给予精神上的高度肯定以及物质上的适当奖励。评价体系就不再是仅仅对学习结果进行评价，而是一种重要的学习品质的培养，即勇于探索未知、敢于挑战极限、乐于独立思考。对学生将来成为创新型人才有着深远而积极的影响。

第四节 学生自评与互评的引导

一、自我评价能力的培养

（一）指导学生填写学习反思表

学习反思表是学生开展结构化自我评价的一种方式。它把抽象的反思过程具体化、文字化，使学生理清学习思路，积累学习经验。设计反思表的时候应该考虑小学生年龄特点和认知水平，体现出差异性。低年级学生可以用图画加少量文字的反思表。可以包括一些简单的问题，比如今天学到了什么新知识？最有趣的部分是？用图画或者简单的词语来表达引导学生用图画或者简单的词语来表达。对中高年级学生可以设计结构化、有深度的反思量表，从知识掌握、思维过程、学习方法、情感态度等多方面引导学生进行自我剖析。例如，提出本节课的学习目标完成度是多少？解决某一个题目时尝试过哪些方法？哪一种更好？计算准确率是多少？出错的原因是什么？本次学习给了我怎样的新思考？对于该知识点还可以提出哪些相关问题？提出问题，促使学生进行深层次的思考。

教师在指导学生填写反思表的时候，不应该成为检查者，而应该成为引导者、对话者。教师要向学生说明反思表的意义，即反思表是为了帮助学生更好地学习而设置的，不是为了完成任务。教师在实践之初可以带领学生一起完成一次反思表的填写，用示范讲解的方式让学生明白每一个问题的意义以及思考的方法。批阅反思表时教师的反馈最为关键。简单的阅或者等级评价不足以评价学生的学习成果，教师应该就学生的反思内容给以鼓励性、启发性的评语。例如可以肯定地说，你對自己计算马虎的原因分析得很到位，下次可以试试草稿纸分区的方法。对于提出有价值问题的学生可以引导，本题提出的问题很有价值，我们下节课一起讨论。基于反思的师生交流使学生感受到被关注、被理解，从而更慎重地对待自我反思的过程，最终把反思内化为自己的学习习惯。

经过长期使用学习反思表，学生会逐渐学会用自己学习行为来审视自己、用自己学习过程来监控自己。不断自我对话有利于形成个人学习档案，清楚地看到自己的成长轨迹。学生并不是因为分数的涨跌而判断，而是注意能力的提升以及思维的提高，真正为自己的学习负责。元认知能力的提高，就是数学核心素养中“会学”的直接体现，也是实现个性化、差异化发展的内在动力。

（二）引导学生对比目标找差距

明确的学习目标就是学生自我评价的标准。没有明确的目标，自我评价就会流于形式，变成没有目的感想。因此，在教学实践中，教师必须在课前或者单元学习开始的时候，以学生能够理解的方式，明确地展示出学习目标。这些目标要具体、可观察、有层次，适应不同发展水平的学生。以学习长方体的认识为例，基础目标就是认识长方体的面、棱、顶点及数量关系，发展性目标是能够独立画出长方体的直观图，挑战性目标是探究生活中为什么很多物体都选择长方体包装。

在教学过程的适当节点上，即一节课结束后的总结部分或一个单元学习结束后，教师应该引导学生将所学的知识同预设的目标进行对比，从而找到自己与目标之间的差距。教师可以采用多种方式，让学生对照学习目标清单逐项勾选或者打分，标出已经掌握、部分掌握、需要继续努力等不同的状态。更深入的方式就是引导学生把作业、作品或者课堂记录与目标要求进行实质性的对比。以能用清晰的数学语言表述解题思路为例，学生可以复盘自己在小组讨论、课堂发言中自己的表现，看自己的表述是否准确、完整、有条理。教师在这个过程中起搭建脚手架的作用，用提问的方式引导学生思考，对照目标一，你觉得自己完成得怎么样？能举本练习册中的例子来证明吗？认为在‘灵活运用知识’上还有哪些不足？”这样的提问能有效引导学生的注意力聚焦于具体的学习行为和证据，从而使评价更具可信度和有效性。经过这样的对比，学生就能清楚地知道自己学习的最近发展区，即哪些知识点已经掌握，哪些能力需要加强，从而为下一步的个性化学习指明方向，使差异化学习路径的选择更加有针对性。

（三）培养客观分析优缺点的习惯

培养学生客观分析自身优缺点的习惯，就是自我评价能力走向成熟的标志。这就要求学生能摆脱情绪化的、笼统的自我评价，用事实、标准作为依据来对学习过程的具体表现进行理性的剖析。这就需要一种安全、包容的课堂文化来作为土壤，使学生敢于正视自己的不足，也愿意分享自己的成功经验。教师要传达给学生的一个核心观念就是：错误和不足是学习过程中宝贵的资源，发现它们就是为了更好的成长。

教师可以教给学生一些具体的思维工具来引导学生客观分析。即引导学生在评价一次作业或者一次项目时，既能看到自己做得不足的地方，也能全面地发现

自己做得好、有进步的地方。教师可以设计出一些引导性句式：在本次学习中做得好的地方是……，因为……。我需要改进的地方有……，下一步我打算……。结构化的思维方法使学生不会只对自己的缺点自我否定，也不会因为小小的优点而自满，而是对自我有一个全面、平和的认识。

另一个有效的办法就是“错误分析会诊”。教师可以定期挑选出一些匿名的、具有代表性的错误案例，让学生像医生开会一样分析出现原因。讨论的重点不是谁犯了错，而是这个错误是如何发生的。是概念不清，还是计算粗心，或者是审题失误？学生经过对各种错误的归因分析之后，就会具有从多个方面看待自身学习漏洞的能力。学生通过自我评价，就可以用“会诊”的思维来分析自己说，这次应用题做错了不是因为自己笨，而是没有认真阅读题目中的“增加到”这个词语，把“增加到”理解成“增加了”。

养成客观分析优缺点的习惯，会使学生终身受益。既能有效地提高数学学习的效率，又可以培养批判性思维以及解决问题的能力，为学生今后的学习和生活打下良好的基础。学生在遇到困难时，不再只是把问题归结于自己数学不好，而是能够冷静地分析问题的原因，积极地寻找解决办法。这就是数学核心素养所提倡的理性精神和问题解决能力的具体体现，是学生由“学会”数学向“会学”数学质的飞跃。

二、同伴互评的规范

（一）制定具体的互评量规

清晰具体、有很强可操作性的互评量规是保证同伴互评质量与公平性的基础。量规把模糊的感觉层面评价标准变成具体的、可观察的行为指标，给学生提供一个评判的标准，避免了带有个人好恶的评语“你真棒”、“我觉得不行”。制定互评量规的过程本身就是一项很好的学习活动。教师可以引导学生一起参与量规的制定，讨论什么样的数学作业是优秀的，什么样的解题思路分享才是精彩的。师生一起确定评价的维度。

在小学数学学习中，互评量规的维度要按照评价对象的不同来设计。以评价一份解决问题的作业为例，其量规可以包含以下几方面，具体见下表。

小学数学解决问题互评量规主要维度

维度	描述
题目理解	能否正确理解题意，抓住关键信息。
策略选择	能否选择恰当的数学方法与策略去解决问题，是否具有一定的灵活性和创造性。
计算与执行	计算过程是否正确，步骤是否清楚。
表达与呈现	解题过程书写是否规范，图示或语言表达是否清晰易懂。

在上述维度下再设置不同的表现层次，例如优秀、良好、合格、需努力等，并对每一个层次的行为作出具体的说明。以策略选择的维度中优秀的表述为例，可以表述为能够尝试使用多种方法来解决问题，并且可以比较各种方法的优缺点。学生通过运用量规评价他人，反复内化对于好的标准的认识，从而更好地指导自己的学习。

（二）培训学生掌握评价语言

给出了评价的尺子，还要教会学生怎样使用这把尺子进行有效的沟通，即掌握得体、具体、建设性的评价语言。如果没有相应的语言培训，学生的评价就会停留在简单的打勾、打分上，或者使用一些会伤害同学感情的直接化语言。因此对学生进行评价语言专项培训十分必要。教师要让学生明白同伴互评的目的是互相帮助、共同进步，而不是互相指责、分出高低。评价的语言应该是描述性的而不是判断性的，应该是对作品的评价而不是对个人的评价。

教师可以给学生提供脚手架，即不同的句子模板。在肯定优点时可以引导学生用“我特别欣赏你的……，因为它……”或者“从你的……中，我学到了……”。非常赞同你的示意图，它清楚地表现出数量的关系，使我对题意有了更好的理解。这样的评价具体而真诚，能使被评价者明白自己的长处。提出改进建议时语言更需要讲究艺术。可以引导学生用“如果……会不会更好？”我有一个小建议，可以试试……关于……的部分有些不明白，能否再解释一下？等委婉、探询式的表达方式可以避免冲突，有利于深入交流。比直接指出这里计算错误更好的一种做法就是，你在做这一项的时候得到了不同的结果，我们可以再核验一下过程。这样既能提出问题，又能表现出尊重、合作的态度，有利于形成积极的学习氛围。

掌握这些评价语言不是一时之功，需要教师耐心地引导，反复地练习。经过具体的句式模板以及情境演练之后，学生便开始懂得怎样借助言语来搭建起沟通的桥梁，使评价变成促进彼此成长的力量。这不只是学习技能，更是培养学生的EQ和人际交往能力的一种方式。

教师可以借助活动来培养学生们熟练使用评价用语。选择匿名作业样本做全班评价演练,教师示范、学生纠中评价语言。也可以进行角色扮演,学生分别担任评价者和被评价者,在模拟的情境中感受不同的语言带来的心理和效果。经过这样的互动体验之后,他们对于建设性反馈的认识就会更加深刻。经过不断的训练和实践,学生会学会怎样用尊重、友善、建设性的方式同同伴交流学习心得,课堂合作学习的氛围也会因此变得和谐、高效。

(三) 强调发现优点与建议改进

同伴互评的价值在于互相促进,基调应该是积极的、发展的。所以在互评活动中设计引导时一定要强调发现优点和建议改进并重,甚至把发现优点放在第一位。有利于建立学生间的信任感,使被评价者更愿意敞开心扉,接受别人的建议。如果互评变成找茬大会,就会严重打击学生学习的积极性以及自尊心,与差异化培养目标背道而驰。

教师可以采用三明治评价法或者亮点与建议模式来规范评价流程。即评价者先说对方的几个优点并真诚地赞许;然后提出一到两个具体的可以操作的改进建议;最后用一句话激励对方。该模式保证每一次评价都是从积极的肯定开始,营造出一种温暖的沟通氛围。例如“你的解题步骤很清晰,一目了然,这是你的一个很大的优点。最后在答句中把单位写得完整些。继续保持书写工整的习惯,你会越来越好。教师反复强调,发现别人的优点也是一种重要的学习能力,可以让我们学会别人的长处。提出的建议必须是有益的、具体的、可行的,其目的就是帮助同伴把作品改进得更好。积极导向的互评实践,使学生在认知上得到提高的同时,其人际交往能力、同理心、合作精神等核心素养也得到了同步发展,从而形成一个充满支持与激励的学习共同体,使每一个学生都能找到自己的位置,得到个性化的成长。

第五节 评价结果的反馈与运用

一、评价结果对教学的改进

(一) 根据错题率调整教学进度

在小学数学核心素养差异化培养的实践当中,对各种评价活动中的错题率实施科学分析,属于达成教学进度动态调整的一种有效途径。错题率是学生知识掌

握情况的直接反映,也是教学质量、效果的“晴雨表”。当某一个知识点或者某一类题目的错题率较高时,就说明教学进度过快或者教学方式不适合所有学生。这时教师应果断减慢教学进度,不能为了坚持事先设定的教学计划而牺牲学生的学习质量。

教学进度的调整不能只是简单的减速慢行,而应该是一种策略性的驻足反思。教师要对高错题率背后深层次的原因进行剖析,判断问题是由概念理解错误、计算技能欠缺还是问题解决策略缺乏引起的。因此教师要重新设计教学环节,比如使用更加具体的教具、分组探究法、多媒体创设丰富的探究情境,对难点知识进行二次讲解和深入剖析。既给学生留出消化巩固的时间,又给教师改进教学设计创造了机会。

相反,当某个单元或者知识模块的错题率一直处在较低的水平时,就说明大部分学生已经较好地掌握了相关内容,具备了进入更高层次知识领域的能力。这时教师可以加快教学进度,或者加深、拓宽教学内容,加入具有拓展性、挑战性的学习任务,满足学有余力学生的发展需求,保持学生强烈的求知欲和探索热情。根据错题率的变化来调整教学节奏,打破传统一刀切的僵化教学模式,使教学进度更具弹性、适应性,真正做到因材施教,保证每个学生都能以最适合自己的节奏稳步前进。

（二）针对共性问题设计补救教学

分析评价结果时发现并总结出班级普遍存在的“共性问题”十分必要。这些共性问题就是教学诊断中的集体性症结,是某个数学概念普遍存在的误解、某个解题步骤普遍存在的错误或者某种数学思想方法普遍存在的缺失。它们是教学过程中存在的盲点或者难点,如果不及时解决,就会成为学生以后学习的障碍,进而影响整个数学知识体系的建立。因此,根据这些问题来设计专门的补救教学方案,是提高整体教学质量、巩固学生学习基础的必要之举。

补救教学设计不应该只是对原有教学内容的简单重复或者机械操练,而应该是一种更有针对性、启发性的“二次建构”。教师首先要对共性问题进行归因分析,找出共性问题产生的原因。学生对分数意义学习出现困难,根本原因在于不能与生活实际联系,还是不能很好地把握“部分与整体”的关系?找到原因之后,教师才有可能去探索新的教学途径。可以组织分蛋糕模拟活动,让学生动手操作感受分数的意义;也可以利用信息技术动画演示,把抽象的单位“1”多样化呈现出来,

打破学生的思维定式。补救教学重视方法的创新、视角的转变，目的在于给学生提供新的认知入口，从根本上消除学习障碍，使概念得到真正的内化。

（三）分析个体差异优化分层策略

传统的“一刀切”式教学已经不能满足学生多样化的需要，评价结果给我们分析个体差异、改进分层教学策略提供科学依据。通过综合分析每个学生在知识技能、思维过程、学习态度等各方面的评价数据，教师就可以构建出比“优、中、差”更加立体、动态的学生学习画像。画像体现出学生差异的多样，有的学生计算能力强但是空间想象力不足，有的学生逻辑推理能力好但是表达困难。

根据这些细致的个体差异来开展分层策略。它的改善之处在于：摒弃了固定、呆板、一成不变的分组形式，而用上灵活多变的流动式的分层来代替。

1. 根据学生的核心素养发展水平来设置分层目标。基础薄弱的学生以理解核心概念、掌握基本技能为学习目标，中等水平的学生以尝试多种解题策略、提高思维灵活性为学习目标，学有余力的学生以探究性学习、挑战开放综合性问题为学习目标。

2. 任务分层，即在同一个课堂主题之下设置不同的难度、不同的形式的学习任务。以图形面积为例，所有学生都必须掌握基本公式，但是A层学生只需要完成基础计算题，B层学生可以解决简单的实际应用题，C层学生可以设计不规则图形的测量与计算方案。

3. 分层支持，即教师针对学生具体的困难提供不同的指导和支持。对于某个环节遇到困难的学生，教师可以给予及时的个别辅导或者提示问题；对于能够独立探究的学生，教师更多地扮演观察者、激励者的角色，给学生充分的自主探究空间。分层策略不再只是把学生简单的分到不同的层次里，而应该给每一个学生提供最符合其成长路径和发展需要的支持系统。

二、评价结果对学生的激励

（一）设立不同维度的进步奖

在传统的评价体系中，奖励一般只给予成绩优秀的学生，这就无形中把学生分为优等生和后进生两个阶层，使中间层的学生感到挫败，失去学习的兴趣。为了克服这一不足，有效激励全体学生，根据不同方面设立进步奖就显得十分必要。多元化的奖励机制核心在于把评价重心从结果转向过程，从横向比较转向纵向发

展，发现并肯定每个学生在学习过程中所付出的努力以及独有的进步。

这些进步奖设计可以千姿百态，目的是覆盖学生核心素养各个方面。一些常见的奖项及其奖励重点如下表所示：

学生进步奖项示例

奖项名称	奖励维度	奖励重点
勤奋之星	学习态度	持之以恒的努力、作业完成质量
思维火花奖	创新思维	课堂独特见解、创新解题方法
最佳合作者	协作能力	小组学习中的分享、倾听与协作
最大飞跃奖	个人成长	某一阶段学业成绩或能力上的显著突破
求知探索奖	学习兴趣	对知识的强烈好奇心和探索精神

正如上表所示，奖项评定标准多种多样，可以是教师观察、同学互评、学生自荐等相结合的形式。如此一来，评价与激励就不再只是少数人的专利，而变成了面向全体学生的庆典。每个孩子都有自己的跑道，每条赛道都有认可，感受成功的喜悦，养成自信积极的心态对待数学学习。

（二）绘制学生个人素养发展雷达图

为了使评价结果反馈更加具体、全面、有指导性，绘制学生个人素养发展雷达图是极为有效的创新实践。雷达图依靠多维可视化的优势，可以形象、清楚地反映出学生在数学核心素养各方面的综合状况，代替了以前单一种类的、冷冰冰的分数评价。坐标轴分别代表运算能力、空间观念、数据分析、逻辑推理、模型思想、应用意识这六种数学核心素养。用学生各维度的评价值组成多边形，该多边形的形状与面积即可以反映出学生素养结构的情况。

雷达图对于学生具有激励作用。它使学生对自我有更全面、积极的认识。学生不再只是看考试分数，而是开始从多方面来认识自己，找到自己的长处和不足。总分较低的学生可以通过雷达图发现自己在空间观念、应用意识等各方面的优势，找到自己的独特闪光点，树立学习自信。这样一种可视化表现方式让进步一目了然。学生可以比较期初与期末的雷达图，直观地看到自身能力多边形逐渐扩大的过程，短板被“补齐”的过程本身就是一种强烈的激励。

雷达图为学生设定个性化的学习目标指明了方向。学生可以和老师、家长一起分析自己的雷达图，商定下一阶段努力的方向。对逻辑推理能力差的学生来说，可以开展逻辑游戏或者推理题练习。以数据为基础，明确目标进行自我提升，使

学生的学习动力由外在压力转变为内在需求。雷达图不但是诊断学生问题与优点的报告单,更是激励学生不断进步、实现全面发展的一幅“成长地图”,使每一个学生都成为自身学习发展的主人。

（三）指导家长正确看待评价结果

家庭是学生成长的重要环境,家长的教育观念、行为对学生的发展有长远的影响。但是许多家长容易陷入“唯分数论”的误区,把孩子的考试成绩作为衡量好坏的唯一标准,焦虑、压力会传递给孩子,抑制孩子的学习兴趣和自信心。因此指导家长科学理性地看待评价结果就成为发挥评价激励作用,形成家校共育合力的重要环节。教师要主动作为,通过各种途径引导家长转变观念,把关注点从单一分数高低转到对孩子核心素养的全面关心上。

教师与家长交流时要扮演解释专家和伙伴的角色。对家长会、个别访谈或者信息化平台中,对学生个人素养发展雷达图所体现的丰富信息向家长做详细的说明。教师用浅显易懂的语言解释每一个素养维度的具体内涵,结合学生在校具体表现,使家长看到分数背后孩子真实的努力、进步和潜能。当孩子的分数不理想的时候,教师可以指出雷达图显示孩子在合作交流方面表现很好,或者解决开放性问题时表现出很强的创造力。目的在于使家长欣赏孩子的长处,认识孩子的不足,认识成长是全面的、长期的过程。

指导的核心就是给出具体可行的家庭支持方案。教师不能只告诉家长“不要只看分数”,还要教会家长“应该关注什么”、“能做什么”。根据学生雷达图上表现出来的薄弱环节,教师可以给家长一些简单有趣的家庭活动建议。空间观念差的孩子可以和家长一起玩积木、拼图等,数据分析能力差的孩子可以指导他记录一周的家庭开支,并做简单的统计图表。经过具体的指导,家长就由过去的“监工”变成孩子学习的支持者、引导者,家庭教育也成了学校教育的有效延伸和有力补充,共同促进孩子健康成长、全面发展。

第八章 特殊需求学生的培养策略

第一节 数学资优生的拓展培养

一、识别与选拔机制

（一）数学智力测验与学业成绩结合

数学智力测验如韦克斯勒儿童智力量表、瑞文标准推理测验可以用来测学生的逻辑推理能力、空间想象能力、抽象思维能力等潜在的认知能力。这类测验可以穿透学生现有的知识表象，探究学生解决非标准数学问题的原始能力。它们给出一个客观的参照，能够发现由于家庭背景、先前教育经历不足等原因，学业上暂时还没有显现出来的“潜力股”。这些测试结果不是绝对的，但是可以给初步筛选提供重要的依据。

学业成绩，尤其是数学学科的平时表现、单元测验和期末考试成绩，是评价学生掌握课程标准内知识、运用能力的直接指标。长期稳定的数学学习中取得优异的成绩一般说明学生有扎实的基础、良好的学习习惯和坚强的学习毅力。这说明学生已经把潜在的能力转化为实际的学业成绩。教师不应该只看总分，而应该分析学生各个知识板块（计算、几何、应用题）上的得分情况，并观察学生在难题上的表现，从而更准确地描绘出学生的数学能力画像。

把智力测验反映的“潜在能力”同学业成绩表现的“显性成就”融合起来，就能塑造起一个更为立体、可靠的识别框架。智测分数高但是学业成绩中等的学生，可能存在学习动机不足、学习方法不当或者非智力因素的影响，这时需要教师的引导和激发。相反，一个学业成绩很好但是智测分数仅属中等的学生，则很可能在学习上刻苦努力、技巧熟练。理想的资优生一般在两个方面都有很好的表现。这样的选拔过程既重视天赋，又强调后天努力，因此更显得科学公正。

（二）课堂表现的敏锐度观察

课堂是学生数学学习的主阵地，也是教师观察学生思维特质的最佳场所。资优生在课堂上表现出的独特之处，需要教师有敏锐的洞察力才能发现那些稍纵即

逝的思维火花。他们一般可以很快地掌握新的知识，在老师讲解还没有结束的时候就能得出结论。遇到问题的时候，他们不满足于找到一种解决办法，而是积极地探求更多的办法和更巧妙的方法来解决问题，表现出思维的灵活性、广阔性。他们所提出的问题一般都会超出同年龄层次的人的认识范围，并且具有较为深远的深度以及较强的批判性，比如对于某个定理的应用边界持有怀疑态度，或者探究不同的数学概念之间存在的内在联系等。

教师持续观察、记录的过程为本环节的重点。建立学生的个人成长档案，对他们在课堂上表现出的重要行为进行详细的记录，是行之有效的方法。即独立解决问题的过程、提出有创新性的想法、提出高质量的问题、在小组合作中所起的作用（领导者、贡献者、质疑者）以及对数学活动的兴趣和专注度。质性评价的方法弥补了标准化测试无法衡量学生真实思维过程和学习热情的不足。经过长时间、多角度观察，教师能更加准确地判断一个学生是否具有数学资优的特质，而不是只凭记忆力好或者计算速度快来判断。真实情境下的评价为之后培养策略的制定提供最直接、最生动的依据。

（三）逻辑思维与创新能力的专项测试

为了能更好的考查学生数学核心素养中的高阶能力，即逻辑推理与创新思维能力，开展专项测试是必不可少的。该类测试不同于常规的课程同步测验，它的目的并不是考察学生对于已经学过的知识的记忆和再现，而是要探究学生的思维极限，观察学生在面对陌生、复杂的情境时分析、综合、创造的能力。

专项测试的内容设计应遵循以下原则：

1. 开放性、探究性：题目要留有余地，有各种解法，没有唯一标准答案。最多可以拼出多少个正方形，是用 12 根火柴棍拼出的。该类问题可以促使学生从不同的角度去思考。设计小型探究项目，在生活中寻找斐波那契数列，分析其规律，使学生自主探究。

2.2) 题目要有严密的逻辑链条，要求学生使用多步推理、假设检验或者归纳演绎的方法。经典的逻辑谜题、数阵图填空、依据某种规则的策略游戏等都可以很好地考察抽象逻辑思维能力。这些题目主要考察的是思考路径以及严谨性，而并不是单纯的运算。

3. 情境创新、综合性，把问题放在新的、跨学科的背景中，要求学生迁移、重组已有的数学知识来解决。利用简单的物理或者经济学原理设计应用题，来考

查学生建立数学模型的能力。此种测试可以有效辨识出那些知识面广、思维活跃、善于联想、创新的学生。

数学资优生识别与选拔机制要素表

机制类别	具体内容	考察能力	特点与优势
标准化测验	智力测验（如韦克斯勒、瑞文）、学业成绩（平时、测验、期末）	潜在认知能力、知识掌握、运用能力	客观参照、发现“潜力股”、评估知识基础
课堂观察	掌握新知速度、解题方法多样性、提问深度与批判性、独立解决问题	思维灵活性、广阔性、批判性思维、探究精神	真实情境、动态评估、弥补标准化测试不足、形成成长档案
专项测试	开放性问题、探究性项目、深度逻辑谜题、跨学科应用题	逻辑推理、创新思维、问题解决、数学建模	考察思维极限、分析综合创造力、识别高阶能力

如上表所示，对数学资优生的识别和选拔是一个多维度、综合性的过程。

二、加深与拓广策略

（一）超前学习与高年级内容渗透

对学有余力的资优生而言，让他们按自己的进度超前学习，才是真正的因材施教。课程缩减是常用的一种方法，即根据诊断性评价结果来取消学生已经掌握的常规课程内容学习，把节省下来的时间用于更有挑战性的学习任务。这样可以避免无效的等待和简单的重复，从而保护学习积极性。

在超前学习的基础上，有计划地把高年级或者初中阶段的数学思想、内容渗透到低年级学生当中，是实现知识深度拓展的有效途径。并不是简单的提前教授高年级教材，而是侧重思想方法的渗透。学习整数四则运算时可以引入负数的概念，让他们初步感受数系的扩充；学习长方形面积计算时，可以引导他们思考当长和宽都变成变量时，面积用字母（即代数思想）来表示。重点在于引导学生认识知识的来源和发展趋向，建构起更为宏大、连贯的数学知识结构。渗透可以是零散的、非正式的，通过教师在课堂上即兴提问、课后小组讨论、专题讲座等形式来实现，使资优生在不脱离集体教学环境的情况下，获得认知上的“特殊营养”。

（二）数学竞赛辅导与专项训练

数学竞赛给资优生创造了展示才能、挑战自我的机会。竞赛题目一般来源于

课程内容,但是难度更高,尤其是解题技巧的灵活性、思维的创造性,正好符合资优生喜欢解难题的心理特点。参加竞赛辅导可以将他们带入更广阔的数学领域,例如数论、组合问题、逻辑推理、几何变换等,这些内容在常规的小学课程中很少甚至根本不涉及。

专项训练的过程就是高强度思维的锻炼。它要求学生不但是知其然,还要知其所以然。辅导老师应该是引导者而不是知识的灌输者。训练应以解题思想、数学方法的归纳为主,例如对应思想、假设思想、极端原理等,教会学生怎样分析问题本质、找到突破口。通过大量的模拟试题、真题训练,学生对比赛的节奏、题型就有了基本的了解。经过反复的思考、尝试、修正,他们的意志品质、抗压能力、时间管理能力都会得到很大的锻炼。无论最终有没有获奖,这些经验都会成为他们一生的财富。

(三) 跨学科项目式学习

跨学科项目式学习是一种非常有效的拓展方式,将数学知识放在真实的、复杂的实际问题中,让学生以小组的形式综合运用各学科的知识来寻找解决办法。打破学科的界限之后,资优生就会更深刻地体会到数学作为通用语言、强大工具的实际价值。不再只是知识的被动接受者,而成了主动的学习者、创新者、解决问题的人。

可以设计校园节能计划项目。在这个项目里,学生要利用统计学知识来搜集并剖析学校过去一年的水电耗费数据,找到浪费的重点,再用函数知识创建用电量与气温、用水量与季节的联系模型,最后凭借优化理论规划出最经济实惠的节能方案,并形成一份包含数据图表、成本效益分析和执行提议的完整报告。学生不仅可以培养数学能力,还可以锻炼信息搜集、团队合作、公开表达、书面写作等各方面的综合能力。

项目式学习的特点就是它的真实性和挑战性。要求学生去面对不确定性、信息的不确定性,自己来规划研究路径,并且实践过程中不断调整策略。这给资优生的批判性思维、创新思维和解决复杂问题的能力提出很高的要求。完成一个完整项目所得到的成就感以及对知识的深刻理解,是任何单一习题都比拟不了的。该种学习经历有利于培养学生实践能力、创新能力,为其以后成为复合型创新人才打下坚实的基础。

三、心理与社会支持

（一）引导资优生建立正确的挫折观

数学资优生在学习的过程中，一般都是一路顺风，习惯于很快地找到答案、获得成功。持续的正面反馈虽然可以提高自信心，但也容易使他们变得脆弱，缺少面对失败和挑战的心理韧性。当他们遇到不能立即解决的问题，或者在更高层次的竞争中失败的时候，很容易产生强烈的自我怀疑、焦虑、逃避的情绪。帮助他们形成健康的以成长为导向的挫折观，也就是心理支持的第一步。

教师和家长应该给他们的学习提供必要的挑战。这就意味着给出的任务难度要足够大，学生需要花费大量的时间精力，经过多次失败的尝试才能完成。教育者不是直接给出答案的人，而是支持者、引导者。当学生沮丧的时候，应当给予情感上的同情与鼓励，肯定学生努力探索的过程，而不能只看结果。引导学生把错误、失败当作学习过程里最宝贵的财富，是达成更高层次认知所必需经历的过程。

可以组织解题失败分享会，使学生坦诚地交流解决某道难题时出现思维障碍的地方、犯下的错误以及最后克服困难的心路历程。分享能让资优生明白，最优秀的人也会犯错，也会有想不出来的时候，从而消除他们对不完美的恐惧。经过这样的引导，他们就会慢慢养成一种成长型思维模式，能力不是一成不变的，挑战和失败是让自己变得更强大的机会。坚韧的心理素质比任何解题技巧对他们的帮助都要大。

（二）鼓励参与数学社团与学术交流

为资优生搭建起一个可以和志趣相投的同伴交流的平台，对于满足其归属感、促进其社会性发展非常重要。在普通班级里，由于和别人不一样而产生孤独感。数学社团、各种学术交流活动就形成了这样的一个智力匹配的社交圈。

1. 数学社团的“社区”功能，即在校内成立数学社团或者兴趣小组，定期开展各种各样的活动，例如数学游戏、专题研讨、解题沙龙、数学史讲座等。资优生在这个小集体里可以自由地讨论高深的数学问题，分享自己的奇思妙想，而不用担心被当作“怪人”。同龄人之间互相切磋、互相激励可以大大提高学生的学习兴趣和合作精神。他们可以从中获得友谊，欣赏他人优点的同时也能提高自我，从而有效地缓解由于“高处不胜寒”而产生的孤独感。

2. 学术交流视野拓展功能, 鼓励并创造条件让他们走出校园参加青少年数学夏令营、大学开放日、科技馆专家讲座等高层次的学术交流活动。从而让他们知道数学领域的新发展, 与真正的数学家或者高年级优秀学生交流。既可以很好地拓宽他们的学术视野, 又可以激发他们对数学事业的热爱之情, 树立远大的学术理想。看到更广阔的世界, 有利于他们正确地认识自己所处的位置, 从而保持谦虚进取的精神。

(三) 避免资优生的傲慢与孤立

智力上的优越感是一把双刃剑, 它既可以带来自信, 也会滋生出傲慢的情绪, 使资优生的人际交往出现问题。他们的行为会表现出对同龄人缺乏耐心, 说话时的高傲, 从而让同伴们觉得自己被孤立, 处在孤立的环境中。教育者要警惕并且积极干预这样的倾向, 促进学生健康的社会交往能力的形成。

教师是教学活动的主要组织者。当资优生在小组合作中表现出不耐烦、个人英雄主义时, 老师应该介入, 但是不能批评。可以给他们安排更具挑战性的协调者或者讲解员角色, 让他们负责把复杂的解题思路用同伴能听懂的语言解释清楚。这就会促使他们换位思考, 理解别人的认知困境, 从而培养起同理心和沟通能力。当他们成功帮助了同伴, 得到团队认可的时候, 就会体会到一种比个人成功更深刻的快乐。

同时还要培养出尊重差异、欣赏多元的班级文化。教师应当在全班同学面前, 既表扬资优生的聪明才智, 又表扬其他同学在各方面所具有的优点, 如某位同学的艺术才能、某位同学的热心助人、某位同学的体育精神。所有的孩子都应该认识到, 每个人都有自己的价值, 智力只是其中的一种优势。使用此方法可以培养资优生对他人的真诚敬意和谦逊态度, 有利于资优生融入集体, 平衡发展学术能力和社交情感, 使资优生成长为全面发展的人。

第二节 学习困难学生的支持策略

一、认知障碍的诊断与干预

(一) 数感缺陷的针对性补救训练

数感是指人们对数字以及数字之间的联系有一个直观的感觉, 理解和运用的能力, 是数学思维的基础。部分学生数学学习遇到困难, 主要是由于数感先天不

足或后天缺失。缺陷主要是数字大小感知不清、不能做出合理估计、对基本数量关系反应迟钝、心算和口算能力较差。他们看待数字时,常常把数字当作孤立的符号,不能把具体的量、顺序、关系有机地联系起来,这就直接妨碍了后面更复杂数学概念的学习。

诊断数感缺陷并不依靠复杂的标准化测试,更多的反映在教师日常的观察与互动里。课堂提问,72和81哪个更接近100?可以对学生的估算能力做初步判断。设计一些非正式的测试活动,例如让学生在没刻度的直线上标出数字50的位置,或者快速判断两堆数量明显不同的物体的多少,都可以有效地考查学生对数量的直觉感知能力。观察学生购物、分配物品等生活情境中的反应也是一种诊断其数感应用能力的方法。

对于数感缺陷的补救训练,一定要坚持从具体到抽象的原则,用多种方法建立数字和现实世界之间的联系。

1. 利用大量的计数棒、积木、算盘、仿真钱币等教学器材,让学生亲自触摸、摆弄、拼搭,感受数量的增减、组合、分解。学习加减法时,用积木演示拿走或添上的过程,比单纯记忆算式效果更好。

2. 游戏化训练,把数感训练融入学生喜爱的游戏。猜数字游戏可以培养学生对数字范围、大小的感觉;扑克牌游戏可进行加减运算练习、比大小练习;飞行棋等棋盘游戏,在玩的同时又能将计数、顺序、策略有机结合在一起,潜移默化地培养学生的数感。

3. 在教学过程中增加估算、心算的环节,使学生在进行精确计算之前就对结果做出大致的推测,并对结果的合理性做出判断。同时通过“凑十法”“破十法”等心算技巧的专项训练来提高学生对于数字的拆分、组合能力,加深学生对于数字之间内在联系的认识与记忆。

(二) 数学应用题阅读障碍的克服

数学应用题的解答过程,本质上就是一种特殊的阅读理解活动。学生不能仅仅识别文字,还要解读出文字里包含的数量关系、逻辑顺序、专业术语(总共、剩下、几倍)。对于存在阅读障碍的学生来说,应用题的文字部分就是无法跨越的障碍,他们因为不能正确理解题意而造成解题失败,即便他们掌握了相关的计算技能。难点主要表现在长题干的理理解、多余信息的筛选和关键词汇的辨别。

教师可以使用一系列结构化的教学方法,将复杂的数学题目阅读任务分解成

简单易行的多个步骤，从而减轻学生对于阅读难度的承担。

1. 关键词标注法：在阅读题目时，指导学生用不同的颜色标记出或者划掉关键词。数字及单位用红色圈出，运算关系词（“增加”、“减少”、“平均”）用蓝色划出，最后要求解答的问题用绿色标出。这样有利于学生从视觉上快速抓住重点，排除无关干扰信息。

2. 题目复述与转述，即让学生用自己的语言再描述一遍题目。这会迫使学生主动去对题目信息进行内化加工，而不是被动地接受。教师可以通过提问，这道题给我们什么信息？用引导学生有效复述问题的方式来判断学生是否已经理解了题目。学生能正确转述题意，就说明学生已经大致理解了题目所涉及的内容及要求。

3. 图示化转换策略就是将文字信息转化为图形或者示意图，是解决数学题的有效方法。对于行程、工程、比较关系问题，可以用线段图来表示各量之间的关系；归一、归总问题可以借助简单的示意图来理清单一量和总量的逻辑。抽象的文字到具体的图像转换，可以大大降低学生对于记忆量、逻辑推理水平的估计。

4. 结构化模板辅助，对于低年级或者面对较难题目的学生，给出结构化的解题分析表是有益的。表格可以设立已知条件、所求问题、解题思路、列式计算等栏目来指导学生一步一步地拆分题目，形成规范的思维路径，进而培养独立分析和解决问题的能力。

数学应用题阅读障碍克服策略表

策略名称	核心操作	针对难点	预期效果
关键词标注法	区分颜色，圈划数字、单位、运算词、问题	信息过多、辨别重点	快速聚焦核心信息，减少干扰
题目复述与转述	用自己的话描述题意	被动阅读、理解不深	促进主动内化，检验理解程度
图示化转换策略	文字信息转为线段图、示意图	抽象文字、逻辑关系复杂	具象化理解，降低逻辑推理难度
结构化模板辅助	填写解题分析表（条件、问题、思路）	思维混乱、解题无序	规范思维路径，培养独立解题能力

从上表可以看出，以上策略就是采用系统引导、工具辅助的方式，使有阅读障碍的学生更好的理解数学应用题、解决数学应用题。

（三）记忆策略的辅助教学

小学数学学习要记忆的内容很多，比如 20 以内加减法口诀、九九乘法表、图形周长、面积、体积计算公式、多位数除法以及分数运算程序性步骤等。记忆能力有缺陷的学生，特别是工作记忆、长时记忆有障碍的学生，记忆这些内容就成了他们学习道路上的一个障碍。他们今天记下的内容明天就可能忘掉，或者在使用的时候出现混淆、张冠李戴的现象，从而影响计算的准确性以及解题的效率。

辅助这类学生有效记忆，不能只依靠死记硬背，而应该使用科学、有趣的记忆方法，减轻记忆负担，提高记忆效果。可以大量使用歌诀、口诀、故事法。把枯燥的数学知识编成朗朗上口的歌谣或顺口溜，用它的节奏和韵律来帮助记忆。例如除数是小数的除法步骤可以编成“除数小数变整数，扩大多少被除数也同数，按整数除法计算商”的口诀。将数学概念嵌入小故事中，也可以创建出深刻的记忆情境。

视觉化、多感官联想法也是有效的办法。用鲜艳的颜色、用夸张的图案来制作知识卡片或者思维导图，把公式、性质、概念分类整理，再用可视化的方式构建出一张张知识网络。以图形面积为例，将长方形、正方形、平行四边形、梯形、三角形面积推导过程用连续的图组表示出来，使学生理解其中的内在联系，达到理解性记忆的目的。教师还可以设计一些手势或者身体动作来辅助记忆运算顺序，用手指表示先算括号里的，再算乘除，最后算加减。

按照分布式学习、艾宾浩斯遗忘曲线的原则来安排学生复习。短时、高频的重复练习比长时间、高强度的集中复习，对长时记忆的形成更有效。教师可以设置“每日五分钟”的复盘环节，每节课开始时回顾上一节课的主要知识点；也可以利用碎片化的时间进行口算卡片的快速问答。如此循环往复，可以不断地唤醒学生的记忆，有效地对抗遗忘。

重视知识之间的内在联系以及意义的建构。机械记忆是短暂的，理解性记忆才是深刻的、持久的。在教学中不能直接给学生结论和公式，而应该引导学生经历知识形成的过程。在圆的面积教学中，通过割圆、拼成长方形来使学生体会到圆的面积和半径、周长之间的关系。学生只有理解了为什么，记忆才不会成为负担，而会自然而然。

二、学习动力的激发与维护

（一）设定微小目标，体验成功

长期处于数学学习困境中的学生最缺少的是成功的体验。一次次的失败和挫折会让他们产生“我是学不好数学”的消极自我认知，进而产生逃避、放弃的行为。习得性无助的心态是学习的最大阻力。打破恶性循环的有效途径，就是让学生不断感受到“我能行”的成功感，哪怕这种成功非常微小。

设置小而具体、可实现的目标是主要方法。宏大的目标，例如期末考试及格、分数应用题掌握等，对于学困生来说太过遥远、抽象，反而会增加他们的焦虑感。教师应该把繁杂的学习任务拆解成一个个非常小的步骤。长除法学习的目标可以分解为：1. 正确估商；2. 准确完成一步乘法；3. 准确完成一步减法；4. 正确写下余数；5. 完整完成一道一位数除两位数的题目。每一个小的进步都应该被看作是一次成功。教师要即时给予学生肯定，真诚的肯定比如，你这一步减法做对了，很好。及时的肯定会使学生有成就感，也能让他们有勇气去挑战下一步。经过这样一系列的小胜利，学生会慢慢建立起对任务的控制感，从“我什么都不会”变成“我至少会做这个”，最终汇聚成“我也许可以学会”的信心。

（二）寻找数学闪光点，建立自信

每个学生都存在自身的潜能与优势，即使是数学学习中普遍存在的困难学生，也一定存在着自己的“闪光点”。教师的重要任务之一就是敏锐地发现这些经常被忽略的优点，以之为突破口来帮助学生重新树立起对数学学习的自信心。有的学生计算速度很慢，但是画几何图形非常准确；有的学生理解应用题有困难，却能够从数字中发现模式、规律。

发现这些亮点，就需要教师运用多样的评价角度和观察方法。不能只看学生的试卷得分，还要观察学生在课堂讨论、小组合作、动手操作、数学游戏中的表现。发现学生的闪光点之后，应不失时机地给予公开而得体的表扬，而且这种表扬必须是具体的、有针对性的。小明同学画的辅助线很巧妙，一下子就将图形之间的关系呈现了出来。如果在小游戏环节中孩子们思维活跃，善于找规律，乐于发现不同的答案，则应该给予肯定，例如“刚才找规律游戏中小红是第一个发现秘密的人，她的观察力真敏锐”

更重要的是给学生的“闪光点”提供展示和应用的舞台。空间想象力强的学

生可以多做几何模型；做事细致有条理的学生可以做小组的记录员，整理大家的解题步骤。学生在自己擅长的领域里获得认可和价值感，就会开始相信自己不是“一无是处”，而是在数学的某一方面很出色。在局部建立起来的自信心，就如一粒火种一样，有可能会慢慢扩散开去，照亮他们曾经感到害怕、黑暗的其他数学领域，给挑战自己的弱项提供宝贵的心理能量。

（三）多奖励、少惩罚的评价倾斜

评价像指挥棒一样，对学生学业行为、态度起直接的导向作用。对数学学习困难的学生而言，传统上以分数、对错为唯一标准的评价体系常常起到的是“自信心杀手”的作用。布满红叉的作业本、一次次不及格的测验都在不断地增加学生失败感、挫败感。因此，建立倾斜的、有温情的评价体系，多奖励少惩罚，是保证其学习动力的重要保障。

倾斜评价体系的核心就是从“结果评价”转变为“过程评价”、“增值评价”。教师应该更多地关注学生在学习过程中付出的努力、投入以及进步。奖励的形式也不应局限于物质奖励，精神上的激励更重要。一句真诚的赞扬、一个肯定的眼神、一次作业本上画着的笑脸、一句“有进步”的评语，都是滋养学生自信心的一滴甘霖。当学生在作业上哪怕只有一点点进步，例如字迹比以前工整了一点，或者用画图的方法去理解题目，即使最终答案是错误的，也应该首先肯定学生积极尝试和付出的努力。

与此同时尽量减少惩罚性措施。惩罚，特别是公开批评、斥责、罚抄作业等手段不能从根本上解决问题，反而会加重学生们的恐惧和厌学情绪，破坏师生关系，使学生完全关闭心灵。学生的错误应当被当作宝贵的资源来利用，同时也是了解学生思维过程的一扇窗。老师可以用中性的、引导性的语言“你的想法很有趣，能和老师谈谈为什么会有这样的想法吗？”这里出现了一些小问题，我们一起找找原因。“错误不再成为羞辱人的失败，而成为可以讨论、可以修正的学习机会。营造一个安全、宽容、鼓励试错的课堂环境，学生的学习焦虑感就会大大降低，他们才敢提问、试错，学习的内生动力才有可能被真正激发和保护。

第三节 不同认知风格学生的教学适应

学生的认知风格即他们在信息加工、思维、记忆、解决问题时所偏好的、相对稳定的方式，是决定数学学习效果的重要个体差异因素。教师若能洞察并适应学生不同的认知方式，就能把统一的教学目标转化为更加个性化的培养途径，实现差异化教学，促进每一个学生核心素养的发展。本节主要研究场独立型、场依存型、冲动型、沉思型这四种典型的认知风格的学生在教学上的适应策略。具体特征和适应策略见下表：

不同认知风格学生特征与教学适应策略表

认知风格	主要特征	教学适应策略
场独立型	善于逻辑分析、抽象思维；独立性强，探索欲高；可能忽略人际交往	鼓励独立探究，提供抽象材料；引导人际合作
场依存型	依赖外部环境，形象感知；人际交往能力强；独立分析能力较弱	利用图表和结构化辅助；加强小组合作，融入真实情境；培养独立解决问题能力
冲动型	思维敏捷，反应迅速；易犯非知识性错误；急于求成	强化审题训练，引导多角度思考；培养严谨细致习惯
沉思型	思考细致，准确率高；反应迟缓，表达犹豫；过度谨慎	鼓励快速反应与表达；营造安全表达环境；训练限时练习

一、场独立型学生的教学适应

（一）鼓励独立思考与自主探究

场独立型学生具有很强的独立性、探究欲望，对知识的内在逻辑与结构很感兴趣。教师在教学应该充分利用这一特点，给学生留出广阔的自主探究空间。传统的灌输式教学模式不能满足他们的求知欲，反而是阻碍了他们的思维发展。因此设计出有挑战性、开放性的问题情境是十分必要的。如学习三角形面积时，不直接给出公式，而提供不同类型的三角形材料，引导学生去探索“怎样把任意三角形转化成一个已经学会计算面积的图形”，鼓励学生动手操作、大胆猜想、严谨验证。这既加强了分解、重组复杂问题的能力，又在实践中养成了科学探究的精神。

在教学活动中，教师应该由知识的直接传授者，转变为学生自主探究活动的引导者和支持者。当学生遇到难题的时候，教师不应该直接给出答案，而应该用

启发式提问帮助他们回顾已有的知识,寻找新的思路。例如可以问,“之前学过的平行四边形面积公式是怎样推导出来的?两个图形之间有联系吗?既能保护学生独立思考的积极性,又能让他们在克服困难的过程中体验发现的快乐、成功的快乐。鼓励学生写数学日志,建立个人错题集,反思总结学习过程有利于学生理解知识,也符合学生善于分析归纳的认知特点。以学生为主体的探究模式可以最大限度地激发场独立型学生的潜能。

(二) 提供抽象程度较高的学习材料

因为场独立型学生喜欢抽象思维、逻辑推理,在教学中应该多提供一些概括性、理论性的学习材料。他们能够很好地适应甚至喜欢那些结构不强,需要自己组织、建构的知识内容。在小学数学中,教师可以在恰当的时候,引领学生走进更加本质的数学关系与规律里。解决鸡兔同笼的题之后,再引导学生思考其中所含的数学思想。用通用方式来表达这样的问题是否可行?由此引入二元一次方程组初步思想,用字母和符号建立简单的数学模型。

提供抽象的材料不是单纯提高教学的要求,而是为了满足他们的求知欲,使他们向更高的思维水平迈进。教师可以设计出一题多解或者多题归一的练习,使学生在比较分析的过程中找到解题方法的共性,体会数学的结构之美。在学习各种平面图形面积计算之后,可以设计一个综合性项目,使学生探究怎样用分割、填补的方法计算不规则图形面积,并尝试总结出普适性的处理原则。这些难题可以激发起它的分析能力,在抽象的思维过程中获得智性上的满足。教师也要注意材料的低门槛、高天花板的设计,保证所有学生都能参与进来,场独立型学生则可以在此基础上走得更远。

(三) 引导其关注人际合作与交流

场独立型学生独立完成工作的能力强,但是过于沉浸在个人思考里,容易忽略和别人的交流合作,导致社交能力比较弱。但是现代数学学习已经超出了单独解题的范围,用数学语言来表达世界也是数学核心素养的重要部分。因此,教师有责任引导学生认识合作的价值,创造机会锻炼学生的人际交往能力。

1. 必须合作才能完成的学习任务。教师可以设计一些复杂的、多角度的探究性项目,保证任何一个人都不能独自完成全部任务。以校园面积测量与规划为内容的数学实践活动需要测量、数据记录和计算、图表绘制、汇报展示等不同的角色。在任务驱动之下,场独立型学生为了达成共同目标,就要学会倾听别人的意

见、清楚地表达自己的想法、在团队里找到合适的位置。

2. 在小组讨论中给予其一定的角色。为避免其成为小组活动中的沉默型思辨者,可以为其指定如下角色,记录员、逻辑检验员、总结发言人等等。这就需要他们不仅要跟上团队的步伐,还要对讨论的过程和结果进行梳理、评价之后才能表达出来,从而把个人深层次的思考转化为群体共同的智慧。因此他们就会认识到,与别人交流不仅可以检验自己的想法是否正确,还可以从同伴那里得到新的启示,实现思维的碰撞与提高。

二、场依存型学生的教学适应

(一) 利用图表与结构化辅助理解

场依存型的学生更喜欢以整体的、形象的方式来感知信息,因而那些逻辑条理清楚,层次分明的学习材料最能够适应他们的认知特点。遇到抽象的数学概念或者复杂的逻辑关系的时候,他们就会产生困惑。因此教师在教学过程中要多使用直观化的教学手段,即实物、模型、图表、思维导图等,把抽象的数学知识具体化、可视化。讲解分数除法时,如果只说“除以一个数等于乘上它的倒数”,学生就无法理解。但是通过画线段图,把 $\frac{4}{5}$ 米的绳子平均分成 2 份的过程直观地展示出来,学生就可以从图形中清楚地看到每份是总长的 $\frac{1}{2}$,从而理解“ $\div 2$ ”和“ $\times \frac{1}{2}$ ”的等价性。

结构化的学习框架是场依存型学生理解掌握知识的有效途径。教师讲解例题时可以明确分解出“审题、分析、解答、检验”等步骤,使学生按照此流程来练习。应用题可设计出表格,表格中分为已知条件、所求问题、数量关系,让他们理清题意,找到解题的关键。单元复习时引导学生绘制知识结构图或者思维导图,把零散的知识点整合成有机整体,既有利于形成系统的认识,又可以提供清晰的认知地图,便于随时查找复习。结构化的支持就如同给学生在学海的大海中指明方向、绘制航线图一样,可以减少学习焦虑、增强学习的安全感、提高学习的效能感。

(二) 加强小组合作与背景分析

场依存型学生对于人际关系十分敏感,具有很强的社交倾向,在合作学习环境中,他们的积极性和参与度一般较高。教师应该充分利用此项优势,组织更多的以小组讨论、合作探究等形式的学习活动。这些活动会使他们和同伴交流、互相启发、共同解决问题。教师要鼓励学生大胆在小组中发表自己的看法,即使初

步思考不够成熟,也可以通过组内交流讨论得到修正。该种学习方式适应其认知特征,在和谐的学习环境中他们可以找到归属感,体验学习的快乐。

同时因为场依存型学生善于把知识和生活情境联系起来,在教学设计中教师要创设真实生动的情境。抽象的数学符号、公式对于学生来说吸引力不大,但是如果把它们放到购物、旅游、班级活动等学生熟悉的生活场景中,学生的学习兴趣就会大大提高。以学习百分数为例,可以从商场打折、银行利率、食品成分表等生活中的例子出发。当他们解决生活中的问题时,就会体会到数学的应用价值,从而自觉地运用数学知识。教师可以引导学生分析问题背景,理解每一个数据所代表的实际意义,这样注重情境和应用的教学方式,有利于学生把数学知识同现实生活联系起来,加深对知识的理解。

（三）培养其独立解决问题的能力

虽然场依存型学生在结构化、合作性的环境里表现出色,但是培养其独立分析、解决问题的能力,才是其长久发展的关键。教师不能因为学生需要外部帮助就无限期地提供帮助,而应该有意识地、循序渐进地减少学生的依赖性。教学的最终目的就是使所有的学生都能够自主地面对挑战。

培养独立性的第一步就是建立自信。教师应该善于发现学生学习过程中每一个亮点,给学生以适当的肯定和鼓励。对独立完成的作业、课堂提问,即使有不足之处,教师也应该先肯定学生的努力,再帮助学生改正。积极反馈可以大大提高他们的自我效能感。教师可以采取示范、模仿、独立练习的方式。教师在讲解新解题方法的时候,会先细致地进行讲解与示范,然后让学生以小组为单位去模仿练习,最后再布置一些与原题有相似之处的题目让学生独立解答。题目难度要呈缓坡式上升,使学生在不断的“跳一跳、摘桃子”的过程中逐步培养起独立解决问题的能力 and 信心。经过这样的训练,他们对外在框架的依赖会慢慢变少,内化的分析、组织能力也会随之提高。

三、冲动型与沉思型学生的适应

（一）训练冲动型学生审题与多角度思考

冲动型学生思维敏捷、反应迅速、在课堂上表现活跃,最大的问题就是急于求成,在没有完全理解题意之前就匆忙作答,导致非知识性错误频繁出现。因此教学重点就是培养学生“慢下来”的习惯,即认真审题、多角度思考。

1. 老师可以要求冲动型学生解题前做如下规定动作：用笔圈出题目中的关键词、关键数据，用自己话来复述题意，明确问题的要求。开始阶段甚至要求学生大声朗读题目，或者和同学一起对着题面讨论，多加一个认知过程来强制拉长审题时间。应用题中可以让学生用画图、列表的方式把文字信息转化为视觉信息，有利于把握题目数量关系。

2. 引导学生多角度思考，冲动型学生往往在找到一种方法之后就立即着手，很少去考虑是否还有更好的解法。教师可以设计一题多解的练习来拓宽学生的思路。评讲作业时可以特意请出不同解法的学生展示，并组织全班讨论各种方法的优劣，让学生感受到多一分钟思考会带来更简洁、巧妙的解题路径。验算、反思环节也不能忽视，要求他们做完题目之后，不能立即交卷，而应该检查计算过程或者把答案代入原题检验合理性，逐步培养其严谨细致的治学态度。

（二）鼓励沉思型学生快速反应与表达

沉思型学生优点是能细致地思考问题，做题正确率较高，但是由于考虑周全而反应迟缓，所以在要求快速作答、问答竞争等场合下会犹豫不决。过度谨慎会让他们失去表达自己观点的机会，甚至在高压的考试中不能完成所有的题目。因此对于这类学生来说，教学适应的重点就是提高他们的反应速度和表达勇气。

教师可以给学生营造一个安全的表达环境。课堂提问多以非竞争性的形式出现，即先让小组成员进行讨论整理自己的观点之后再让小组的代表来发言。对有明确答案的问题，可以采用全体学生举牌或者使用电子答题器，使学生在没有聚光灯的压力下快速反应。当他们鼓起勇气回答的时候，不论对错，教师首先要赞赏他们的参与行为，保护他们的尝试积极性。限时口算或者基础练习在一定程度上也能训练学生的解题速度。更重要的是，使沉思型学生认识到学习中速度和准确度要找到平衡点，有时一个不完美的及时想法，比一个不能表达的完美方案更有价值。

（三）尊重不同风格下的解题策略

冲动型和沉思型认知方式本身没有好坏之分，只是个体在长期认知活动中形成的两种不同的倾向。教学的最高境界就是补学生之短的同时，尊重并发挥学生之长。冲动型学生直觉敏锐，对探索性问题能很快找到突破口，沉思型学生严谨深刻，处理复杂逻辑问题时更可靠。

教师评价学生的时候应该把过程和结果结合起来。对于冲动型的学生，即使

答案不正确,但他们的思维中若蕴含着创新火花也应该得到肯定与鼓励,然后再引导他们注意执行上的准确性。即使思考型学生在课堂上很少发言,但是只要他的作业和试卷中有深邃的思考、严密的逻辑,也应该给予高度的评价。在选择解题策略的时候,教师应该提倡多样化。冲动型学生可以依靠直觉、试错很快地找到答案,而沉思型学生则会通过严密的逻辑推理得出结论。这两种方式各有各的价值,教师的任务是使学生认识到自己学习风格的特色,根据不同任务情境中不同的需求自行选择或者调节认知的方式。概念理解初期以沉思型风格为主,头脑风暴时需要发散思维的时候,冲动型风格会提出更多的新想法。最终目的是培养学生的思维灵活性,在需要快速反应的时候能够敏捷应对,在需要深思熟虑的时候能够沉稳思考,根据问题的性质和要求,在不同的思维模式之间自由地切换,从而达到认知效能的最大化。

第四节 特殊教育需求学生的个别化计划

一、随班就读学生的个别化教育计划制定

(一) 评估学生的特殊教育需求

准确的评估是制定有效的个别化教育计划的前提,是全方位、多层次的了解学生在数学学习上真正存在的困难和可能具备的优势。这并不只是数学的测验,而是一个综合、多层次的诊断过程。教学团队应该使用多种评估工具和方法:用标准化的智力和成就测验来获得学生认知能力的基础数据;用课程本位评价来直接测量学生现在数学课程内容上的表现,从而准确地找到知识与技能的断点。学生对于数的读写没有困难,但是对于位值或者借位减法却有明显的障碍。

观察法在评价中也不可缺少。教师在日常教学、小组活动、课间等时间对学生的言行举止、解题思路、情绪变化、同学间的关系进行观察,可以得到许多纸笔测验所不能反映的内容。学生是否容易分心,面对难题时主动寻求帮助还是轻易放弃,更倾向使用具体的学具还是能够进行初步抽象思考。这些质性资料一起组成了学生完整的数学学习画像。访谈家长,康复治疗师等相关专业人士也是必不可少的。家长最了解孩子在家里的表现以及成长经历,其他专家则可以从各自的专业领域给出不同的意见,比如作业治疗师会发现学生有精细动作障碍,从而

影响到学生书写数字和使用圆规的准确性和速度。最后的评价报告不再是冰冷的分数，而是一份完整的包含学生数学能力、学习方式、情感态度、支持需求的图谱，为后面的目标设定、策略选择打下了基础。

（二）制定长短期数学学习目标

在全面评价之后，个别化教育计划的主要任务就是为学生绘制清晰可行的数学学习蓝图，也就是制定长期和短期目标。长期目标以学期或者学年为时间单位，其目的在于实现概括性的、方向性的能力进步，例如能够独立完成两位数的加减混合应用题，掌握基本的图形与几何概念并用之解决实际生活中的问题。这些长期目标给学生数学的发展指明了总方向，使个别化的支持同整体的课程目标相协调。

短期目标是长期目标分解成的具体的、可操作的、可测量的步骤，短期目标是实现长期目标的阶梯，也是日常教学和干预的直接依据。制定短期目标时必须遵循以下原则才能保证有效性：

1. 具体性、可操作性，目标描述要清楚、无歧义地说明学生需要完成的具体行为。将“提升运算能力”这一模糊的表述具体化为在一分钟内正确完成 10 道 20 以内不进位加法算式。

2. 可测量性、可观察性，目标要具有可测量、可观察的特点，以便教师准确判断学生是否达到目标。利用百数表做视觉辅助，能正确完成 5 道两位数加一位数的进位加法题，正确率达到 80%。提供百数表是条件，正确完成是行为，5 道题中正确 4 道是标准，均可量化。

3. 适切性与挑战性，目标难度应该设置在学生的最近发展区内，既不能脱离学生现有的能力，也不能没有挑战性，这样才能激发学生的学习动机。这可以避免目标过高而产生的挫败感，也可以避免目标过低而造成的停滞不前。

4. 时限性，给每一个短期目标一个明确的时间范围来保证学生进度，比如四周或者期中考试前，从而能够对学生的进度进行监督和及时的调整。通过这样层层递进、环环相扣的目标体系，学生每一点进步都能被看见、被肯定，从而逐步累积起学习数学的信心与动力。

（三）确定具体的调整措施与资源支持

要达成这些目的，就需要具体的教学调整和足够的资源支持。这就成了把个别化教育计划从纸面蓝图变为鲜活教学实践的关键。教学调整分为通融和改编两

种：通融是指改变学生获取信息、表达学习成果的方式，但是不改变课程内容的难度；改编则需要改变课程的内容或难度来适应学生的学习能力。所有的调整都应当是具体的、个性化的，并清楚地写入个别化教育计划中，保证所有接触该生的教职员工都能共同理解并执行。表格给出了各种教学改革方案所要用的资源：

教学调整与资源支持分类表

类别	子类别	说明 / 示例
教学调整	通融	改变学习或评估方式，不改内容，如调整呈现（教具、多媒体）、过程（拆解、思考时间）、作业 / 评价（减量、格式、环境）。
	改编	调整课程实质内容或难度，如简化概念、删减目标、降低标准。
资源支持	人力支持	特教教师、助教、辅导员提供个别 / 小组辅导、入班协助。
	物力支持	辅助技术设备（点读笔、语音计算器）、专用软件、实体学具、适应性教材。

如上表所示，教学调整、资源支持属于达成学生个性化学习目标的关键保障。教师在教学内容的呈现上对于抽象的概念要大量使用实物教具、数学模型、图形化组织者、多媒体动画等将抽象的概念具象化。教授分数时可以引导学生折纸、分积木、切水果等，通过多感官体验加深理解。对阅读理解困难者教师可以高亮标注应用题关键信息、简化文字、录制音频。教学过程的调整就是将复杂的内容分解成小的环节，给出清晰的视觉流程图或者操作清单；课堂互动中给学生留出更多的思考时间，可以使用计算器或者画图辅助解题。

作业、评价方面可减少作业量，保证学生掌握核心概念，防止“题海”之苦，提供多种试卷格式，增大字号、加宽行距，允许学生在安静独立的环境下考试或者延长考试时间。资源支持是以上调整的坚实后盾，分为人力和物力。人力支持是特殊教育教师、助教、辅导员开展的个别辅导、小组教学、入班协助。物力支持是辅助技术设备、专用数学软件、实体学具、适应性教材。将这些方法和资源有机地结合在一起，可以形成一个灵活、包容、支持性的学习环境，使每一个特殊需要的学生都可以从自己所处的起点开始，按照自己的速度一步步向设定的数学学习目标迈进。

二、资源教室与巡回支持

（一）定期抽离到资源教室补救教学

资源教室是普通学校内专门设立的、具有专业教学功能的场所，给特殊需求

学生提供一个暂时脱离大班集体、接受更有针对性教学的特殊空间。定时的抽离式补救教学，就是资源教室发挥作用的主要方式。这种模式不是为了隔离学生，而是在必要的时候给予学生精准的补充。当随班就读学生在普通数学课堂上长期出现基础概念混淆、运算技能掌握困难的时候（比如“ $>$ ”和“ $<$ ”的区分、多位数乘法的掌握），资源教室就成为了一个理想的干预场所。

资源教室的教学采取的是小组或者一对一的方式。学生人数的减少使教师可以对每个学生的学习过程进行细致的观察，准确地找到学生的思维亮点和症结。教学节奏可以完全按照学生的需要来调整，给学生足够的时间进行操作学具、思考和表达。教学内容是以学生在普通课堂上遇到的实际困难为出发点，对问题进行深入剖析并加以强化。对几何图形理解有困难的学生，资源教师可以利用各种几何模型、插接棒、七巧板等教具，引导学生动手触摸、眼睛观察、大脑思考，全方位感受图形的特点。补救教学重视成功体验的形成，教师给学生布置由低到高、坡度越来越平缓的学习任务，给予大量的即时反馈和积极肯定，使学生重新找回在数学学习中所失去的自信心。高度个性化的教学干预可以弥补普通课堂不能兼顾深度、精度的不足，消解学生的学习障碍，让学生更有信心回归到正规的数学学习之中。

（二）特殊教育师资的专业指导

特殊教育教师既是资源教室的直接管理者，又是全校融合教育的专业引领者和支持者。他们通过巡回指导、同伴互助、校本研修等途径把特殊教育的理念、知识和技能传授给普通班数学教师，从而提高整个学校对于学生差异性的接纳和处理能力。如此专业指导，打破了普通教育和特殊教育之间的隔阂，促进各个学科专业知识交流借鉴。

特教教师的重要职责之一就是与普通老师一起研究个案。定期同数学教师会面分析特殊需求学生课堂教学表现、解读评估数据并合作修订完善个别化教育计划。特教教师可以用专业能力对特殊障碍（计算障碍、非语言学习障碍等）影响数学学习的因素加以说明，并提出相应教学方法。以患有注意力缺陷多动障碍的学生为例，特教老师会建议数学老师缩短课堂指令、用视觉化的方式呈现、在教学活动中穿插一些肢体活动来帮助学生集中注意力。特教教师还需要担当示范者、教练的角色，在普通数学课堂里开展合作教学，亲自示范怎样运用差异化教学策略组织一场包含所有学生的教学活动。他们也可以对普通教师进行有关辅助技术

或者教学软件的培训,使教师掌握更多的教学工具。持续深入的专业合作既是特殊需求学生获得支持的直接途径,也是普通数学教师提升融合教育素养的重要途径,使教师有能力和信心去应对班级里日益增长的多样性。

(三) 普特融合的教学活动设计

普特融合的最高境界,就是使所有学生,不论能力高低,都能在同一个课堂上就同一个学习主题开展有意义的学习参与和互动。这就意味着教学设计不能只停留在为特殊学生提供额外支持的层面,而应该提升到为所有学生设计普适性学习的层面。设计普特融合的数学活动,重点就在于任务差异化、参与包容性。教师应该创建起灵活的课堂结构,使不同起点的学生都能找到适合自己的一条切入路径、难度层次。

合作学习是实现普特融合的一种方式。用异质分组,能力不同的学生可以一起完成一个数学探究任务。学生需要被分成小组来布置自己的摊位,搭建市场并进行模拟买卖。小组内部可以设置不同的角色,数学计算能力强的同学可以担任收银员负责找零,空间感好的同学可以担任货架设计师规划商品摆放,语言表达能力强的同学可以担任金牌销售员。特殊需求学生也可以扮演力所能及的角色,例如清点商品数量的库管员,在他人帮助下用代币完成简单的购物。每位学生都可以对团队目标作出贡献,其价值都能被体现出来。任务分层设计也不可缺少。教师可以就同一数学问题设计不同的难度层次,基础层次只需要学生用实物完成简单的加法计算;中等层次要求学生列出算式解答;拓展层次可以引导学生思考多种解法或者编制类似的问题。这样就使所有的学生都在探索同一个核心概念,但是途径和深度不同,既保证了学有余力的学生有思维拓展的空间,又保证了学习困难的学生在完成基础任务后有成就感,避免了因“吃不饱”或者“够不着”而产生学习倦怠。经过精心设计的这类融合性教学活动,数学课堂就不再是单调的知识传授场所,而是一个互动、合作、探究的社会性学习社群。

第九章 教师专业发展与团队建设

第一节 教师差异化教学能力提升

一、差异化教学理念的更新

（一）树立“人人都能学好数学”的信念

树立“人人都能学好数学”的信念，是教师推行差异化教学的心理基础。信念的深层次体现就是成长型思维，即相信每一位学生都具有学习和发展数学能力的巨大潜力。智力和能力不是一成不变的，是可以经过持续的努力、有效的策略和精确的指导而得到显著提高的。这就要求教师不能持有“有些孩子天生不是学数学的料”这样的宿命论观点，而应该把学生暂时落后或者学习有困难看做是成长过程中正常的挑战，而不是无法克服的障碍。由此教师看待学生将发生根本性的变化，学生不再被标签为静态的“优等生”或“学困生”，而是充满无限可能性、不断发展的独立个体。

当教师真正接受并践行这个信念时，其教学行为就会随之改变。教师对学生提出的问题更加有耐心，也有探究的思维，会去寻找符合学生自身情况的解题方法和学习方式，而不是简单的重复讲述或者放弃。他们将更加主动地给学生提供多样化的学习资源和选择权，使学生从自己的起点出发，按照自己的速度前进。课堂中，教师的言语要充满鼓励与肯定，把“你真笨”之类的否定性评价变成“这个想法很有趣，我们再深入研究一下。用‘没关系，我们来分析一下哪里卡住了’等引导性语言为学生创造一个安全的学习心理环境。

最终就会形成一种积极、包容的课堂文化。在这种文化里，学生敢于提问，不怕犯错，因为他们知道错误是学习过程中不可缺少的一部分，是通向更深层次理解的阶梯。学生之间不再只是竞争关系，而应该是互相学习，共同进步的伙伴。教师以身作则，用言传身教的方式给学生传递“努力比天赋更重要，过程比结果更有价值”的信号，从而激发每个学生内在的学习动机，使他们从内心深处相信自己能够并且愿意学好数学。这就是差异化教学所要达到的目标之一。

（二）理解教育公平与差异化的关系

差异化教学的环境下，对于教育公平的理解要从传统的“给同样的待遇”向深层意义上的“给予适当的帮助”转变。传统的教育公平观常被误认为是一视同仁，也就是所有学生在同一时间，用同样的方式，学习同样的内容，达到同样的目标。看起来很公平，实际上却忽视了学生间存在的巨大差异，对起点不同、需求不同的学生来说，这本身就是不公平的。就好像将身高差别很大的人放在一个同一高度的凳子上，向窗外的远处眺望。这样一定有人能够看到整个窗外的高地，也必定有人的视角被遮住一半。

真正的教育公平是机会和过程的公平，最终目的就是使每一个学生在原有的基础上获得“最大化发展”。差异化教学是达到这种实质公平的主要途径。它所倡导的公平并不是让每个学生都获得同样的东西，而是保证每个学生都能得到自己需要的东西。这就意味着教师要正视并尊重学生的个体差异，即学生在先备知识、学习风格、兴趣特长、发展速度等方面的不同，进而依据学生个体差异，在教学目标、内容、过程、评价等各个方面提供多样化、可选择的安排。给不同水平的学生设置“最近发展区”内适合的挑战，给不同风格的学生提供多种探究方式，差异化教学保证了每个学生在课堂上都能得到有意义的学习体验，感受到成功的喜悦，从而保障了他们平等发展的权利。差异化教学不是制造差距，而是为了弥补由于缺少因材施教而导致的潜在差距，是走向更高层次教育公平的必由之路。

（三）转变“一刀切”的传统教学观

长期以来，以教师为主导、以教材为蓝本、统一进度为特点的“一刀切”教学模式统治着课堂。核心问题就是内在的削足适履逻辑，即它假定全班学生认知水平和学习需求大体相同，教学设计一般以想象中平均水平的学生为出发点。该种标准化流程虽然有利于管理与评价，但是严重扼杀了学生个性，不能满足多样化的学习需求。这样的课堂里，数学知识被当作固定不变的结论来灌输，教学过程简化为“教师讲授、学生模仿、反复练习”的线性环节，学生的主体性和创造性被严重忽视。传统教学与差异化教学的核心区别，可见于下方的传统教学与差异化教学对比表。

传统教学与差异化教学对比表

特点维度	传统“一刀切”教学	差异化教学
核心理念	假设学生认知水平一致，统一进度	正视并尊重个体差异，因材施教
教学中心	教师为中心，教材为蓝本	学生为中心，实际情况为起点
教学目标	统一知识传授，达成标准化目标	促进学生个性化发展，最大化潜能
教学过程	线性固定，教师讲授-学生模仿	弹性生成，主动探究-合作交流
教师角色	知识传授者，课堂控制者	学习设计者，引导者，认知伙伴
评价方式	统一标准，侧重结果	多样化，关注过程与进步
学生体验	易扼杀个性，忽视多样化需求	获得有意义体验，感受成功喜悦

改变根深蒂固的传统教学观念，是实行差异化教学的关键一步。教师必须由“知识的传授者”变成“学习的设计者、引导者”。这就意味着教学的起点不再是教材上的某一页，而是学生所处的现实情况；课堂不再仅仅是教师个人传授知识的讲台，而是学生主动探索、合作交流的学习园地。教学过程不是一成不变的固定程序，而是一个具有弹性的、生成性很强的动态过程。一节优秀的数学课，不是以老师讲得多么精彩来衡量的，而是看不同层次的学生在课堂上是否都真正地发展了思维，提升了能力。观念的转变需要教师勇于突破教材的束缚，对教学内容进行重组与开发，更好地满足学生需要。

要达成这样的转变，对教师的专业智慧有着更高的要求。教师要学会适时放手，把部分课堂控制权交给学生，允许甚至鼓励学生用不同的方法解决同一个问题，用不同的速度完成学习任务。这就需要教师有极强的教学灵活性和课程创生能力，能够根据课堂上学生们的即时反馈来随时改变教学策略和环节。当大部分学生已经掌握了基础知识的时候，可以立即给出更具挑战性的延伸任务；当发现有学生普遍出现困难的时候，就应该立即停止原来的计划，进行有针对性的补充讲解和辅导。

由“一刀切”到“差异化”本质上就是由关注教到关注学的转变。它要求教师不能再满足于完成教学大纲规定的任务，而要把促进每一个学生个性化发展作为自己的工作中心任务。这就要求教师花费更多的时间和精力去研究学生，设计出有层次、选择性好的学习活动，营造出更加包容和支持的课堂环境。这是教师走向专业发展、获得职业幸福感的必由之路，也是小学数学教育回归育人本质的必然之路。

二、学情分析与诊断能力

（一）掌握多样化的前测工具与方法

前测是学情分析的开端，它的目的不是评判学生的优劣，而是给教学设计提供准确的导航信息。有效的课前诊断能够让教师清楚地知道学生对于即将要学的内容“知道什么”、“存在哪些模糊或错误的概念”、“学习的兴趣点在哪里”、“潜在的困难在哪儿”。为了获得全面、深刻的学习情况信息，教师必须摒弃单一的纸笔测验方式，学会并且能够灵活地使用多种前测手段和方法。一套有效的前测工具体系应该包含正式和非正式、群体和个人、书面和口头等多种形式，以便从不同的角度了解学生的学习情况。

1. 精心设计的诊断性试题：试题不仅要考查学生对旧知识的掌握，还要考查与新知识直接相关的基础概念、易混淆点，以及能反映学生思维方式的开放式问题。在学习分数乘法之前可以设计一个题目，让学生用自己理解的方式解释 $\frac{1}{2}$ 的 $\frac{1}{3}$ 是多少，并根据学生所画出的图示或文字说明判断学生对分数意义的认识程度。

2. 入门卡或者热身题，在课前 3 到 5 分钟里用一两个核心问题快速激活学生已有的知识。教师巡视或者快速批阅，可以很快了解全班学生总体的知识储备情况，找出需要重点关注的学生。

3. 概念图、思维导图：围绕某个核心概念（平行四边形），让学生自由画出已知的所有相关知识。观察学生所建知识网络结构可以直观了解学生知识的广度、深度和组织能力。

4. 学生访谈、问卷调查：对一些关键的学习困难或数学态度问题进行简短的个别访谈，可以得到纸笔测试无法获得的深度信息。可以调查出学生学习的兴趣、习惯及对不同教学方法的偏好，从而给差异化教学方案的选用提供参考。

利用上述前测工具可以绘制出学生学习起点立体地图，而不仅仅是分数列表。地图上清楚地标出学生已掌握的平原、需要攀登的丘陵、充满挑战的山峰。只有教师经过这样精准的地形勘察之后，才能设计出既具整体性又具有个性的教学方案，保证后面差异化教学的有的放矢，从而提高课堂教学的效率和效果。

（二）提高课堂观察的敏锐度

课堂是动态生成的信息场，也是教师进行即时学情分析和诊断的最直接阵地。

提升课堂观察的敏锐度，就是教师由知识的传授者转变为细致的临床医生，在观察学生学习的过程中敏锐地发现学生出现的各种症状和体征，进而对教学处方做出动态的调整。这并不是随便的观看，而是一种带有探究性质的专业行为，需要教师具备眼观六路、耳听八方的能力，能很快领会信息里隐藏的教育深意。

敏锐的课堂观察需要教师清楚地知道要观察什么，怎样观察。观察的焦点应该由学生是否遵守纪律等外在表现转到内在的学习状态、思维活动上来，学生独立思考时是眉头紧锁还是豁然开朗？小组讨论时是否积极参加，提出意见？语言是否流畅清晰，用学具或者草稿纸进行演算所展示的是什么样的思维方式和解题步骤？他们提出的问题又直接体现出他们的认知水平以及困惑。教师应该带着预设的观察要点（本节课要关注学生对某概念的理解或某种解题策略的应用），在课堂的不同环节中注意不同的层次的学生，收集第一手材料。巡视指导时，老师不能简单的对对错做出判断，而要蹲下来观察学生在哪里遇到了问题，倾听他们的自言自语，这些都是非常宝贵的诊断信息。

（三）学会解读学生的思维过程

差异化教学的本质就是关注并回应学生之间的思维差异。因此教师的学情诊断能力最终要落在对学生的思维过程的精准把握上。仅仅判断学生答案是否正确是远远不够的，关键是透过答案表面现象，发现其背后隐藏的独特思维方式、知识体系、认知障碍等。学生所犯的每一个错误，不一定是由于“不懂”造成的；有时候，那些看似“荒谬”的回答背后，是学生在当前的认知水平上所建构起来的另一种逻辑。

解析学生思维过程，教师需要掌握解读学生思考的一系列有效方法。应该重视对学生作业、练习、测验卷的错误分析。教师不应该只是在错题旁边打个红叉，而应该进行归类分析，深入思考这是计算错误、概念不清还是方法不当，是孤立现象还是普遍问题。对典型错例加以利用，可成为优良的教学素材，于课堂上组织集体研讨，促使学生公开谈论剖析，在思辨中形成清晰的认识。善用追问的方法，学生给出答案之后，不论对错都可以追问一句“你是怎么想的？”促使学生把内隐的思维过程显性化、语言化。这样的追问既可以诊断学生真实的想法，也可以促使学生对自己思考的过程进行反思，学会监控自己的学习。

鼓励学生用不同的方式来表达自己的理解，例如画图、建模、打比方、编故事等等，也是使思维可视化的有效方法。学生用自己独特的语言或者符号来解释

一个数学概念的时候，对于这个概念的理解程度以及可能存在的偏差就可以一目了然。学会解读学生的思维过程，教师就不再是高高在上的评判者，而是与学生并肩作战的认知伙伴。根据深刻的认识做出的诊断，会直击要害，并且反馈富有启发性，从而实现从知识传授到智慧启发的转变，使差异化教学真正触及学生核心素养发展的内核。

第二节 教研活动的组织与实施

教研活动既可以作为教师专业发展的助推器，又可以成为教学实践研究的深化途径。为使小学数学核心素养差异化的培养得到真正的落实，不能让其流于形式，于是我们设计并建构起一个完整的、多层的教研体系。该体系以解决真实教学问题为起点，把专题研讨、课例研究、课题研究三种方式有机融合起来，借助多样的活动来推动教师教育观念的更新、教学行为的改善、研究能力的提高，形成一个富有生机、乐于探究、善于合作的研究氛围。

教研活动的主要类型及其特征可见下表：

教研活动类型特征表

教研活动类型	核心聚焦	主要目的	成果形式示例
专题式教研	特定教学理念或技能	统一思想，解决共性问题	理论学习报告，策略指引
课例式教研	具体的课堂教学实践	实践检验，反思教学行为	教学设计，观课记录，课后反思
课题式教研	教学实践中的真问题	深度研究，形成系统成果	研究报告，校本课程，教学资源包

一、专题式教研活动

（一）开展“核心素养差异解读”专题研讨

为了保证差异化培养方向的准确性，首先要使全体数学教师对“核心素养”及其在学生身上的“差异表现”有共同的认识。组织了一系列有关核心素养差异的解读专题研讨会。活动中教师不再空谈抽象概念，而是针对具体的年级、单元内容对数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算、数据分析这六个核心素养在不同的认知水平、不同的思维特点的学生身上所表现出的多样化的、层次性的具体表现进行深入分析。

这些讨论并不是凭空而来的,是以学生活动资料、课堂发言记录、考试数据等真实材料为基础的研讨,保证研讨的实效性。教师们以小组形式分析匿名化的学生学习资料,并刻画出优等生达成素养时的深度与广度、中等生普遍存在的典型障碍、学困生在素养萌芽时期所遭遇的具体困难。于是我们得到以证据为依据的讨论成果,“差异”就不再只是抽象的词汇,而成了可以被看到、可以被描述的具体事实。为后面差异化教学的设计打下了明确的诊断基础,也给出了精准的目标导向。

(二) 组织“差异化作业设计”比赛

作业是课堂教学的延伸,也是学生个性化学习、巩固核心素养的重要阵地。为改变传统的作业一刀切的情况,我们以比赛的方式激励教师去探索、实践差异化作业的设计。这项比赛不但是评判优劣的平台,更是集思广益、共享智慧的成果展示盛会。比赛要求参赛老师提交的作业设计方案要具有层次性、选择性、趣味性,以满足学生不同的成长需要。

比赛过程中涌现出大量富有创意的设计。许多教师将作业分为几个层次:

1. 基础性作业是面向全体学生,以巩固当日所学基本知识、基本技能为目的的作业,保证每一位学生都能达到课程标准的基本要求。
2. 拓展性作业是为学有余力的学生设计的,具有一定的思维挑战,使学生对知识有更深、更广的探索,从而提高学生的逻辑推理和创新思维能力。
3. 实践性、探究性作业,目的在于促使学生把数学知识运用到生活实际中去,或者开展小型探究项目,比如用家庭用水用电数据进行统计分析,从而极大地调动学生学习的积极性和实际应用意识。

赛后开展评审与分享,就变成了教学盛宴。优秀的作业设计被整理出来并装订成册,作为校本资源库的重要部分供全体老师查阅。“以赛促研”的方式把差异化的教学理念转化为教师可以操作、学生真正受益的教学实践,大大提高了作业的育人功能。

(三) 进行“特殊学生转化”案例分享

差异化培养的实践中,学业优秀生、学困生这两种学生一般都需要教师付出更多精力来进行个别辅导。为了集中大家的智慧解决这个问题,定期组织特殊学生转化案例交流会。分享会的主角是一线教师,他们所讲的并不是完美的成功的案例,而是一线教师经历的充满挑战、积极尝试、深入反思的真正的转化过程。

分享会上教师会详细地介绍自己所负责的“特殊学生”的具体情况，即他们学习上的困难点或超常潜能所在，再展示出为学困生设计的“脚手架”式学习单、与优生开展的“学术对话”等所采取的干预策略。分享的内容真实接地气，有教育细节和温度。其他的老师则作为会诊专家对案例进行分析并提出改进意见。此模式给参与教师以直接的帮助，同时使所有参与者从别人的宝贵经验及遇到的困境中得到启发，学会更多的、更有效的辅导方法，从而整体提高教师队伍在因材施教方面的专业能力。

二、课例式教研活动

（一）同课异构，展示不同处理方式

同课异构，是最好的差异化教学策略多样性的检验、展示平台。我们按照同样的教学内容选择不同的教师进行设计，在不同教师的课堂教学中去体会。在教学认识周长的时候，一个老师可能会安排大量的动手测量、用绳子画等直观的操作活动，使动手能力强或者空间感欠佳的学生在“做”中理解概念；而另一个老师则会布置诸如“不规则图形的周长怎样估算”之类的具有一定挑战性的问题来激发抽象思维强的学生探究的兴趣。

这样一种“和而不同”的课堂，给观课教师打开了更为宽广的教学思路。教师们通过对比发现，同样的学生、同样的教学目标可以有不同的教学途径来实现差异化教学。课后研讨环节，授课教师讲述设计理念，观课教师分享的是从不同的课堂上观察到的各个层次的学生学习反应。既有利于教学艺术的交流，又加深了教师们对“怎样根据学情选择最合适的教学方式”这一核心问题的认识。

（二）观课议课，关注不同层次学生表现

传统观课活动常常把目光集中于教师的教学行为上，而我们组织的观课议课活动则明确要求把观察的重点放在学生“学”的方面。观课前会组织教师介绍班内学生总体情况及本节课分层教学环节。之后，将观课教师分成若干组，每组观测一个到两名学生（即优生、中等生、学困生各1名或者2名）。

观察内容细致入微，从学生在课堂提问时是否积极回答、小组合作时是否有效参与、独立练习时遇到的具体困难或表现出的独特巧思、脸上流露出的困惑或顿悟表情等各个方面入手。课后的议课环节中各小组将所观察到的学生故事汇报出来，共同拼凑出一幅完整的、生动的、不同层次学生在本节课学习状态的全景

图。议课方式使评价一节课好坏的标准不再只看教师教学的精彩程度，而要看学生是否有效学习，不同层次的学生是否在原有基础上得到发展，从而引导所有教师在日常教学中更加自觉、细致地关注每一位学生。

（三）视频回放，微格分析教学行为

在课堂录像回放的基础上再做微格分析，来做出更为准确、客观的教学反思。教师的课堂教学是流动的艺术，其中许多细节是转瞬即逝的。教师通过录像可以成为课堂的旁观者，反复地看、分析课堂上的重要教学片段。他们可以暂停画面，仔细分析自己提出的问题是否能够有效地激发所有学生深度思考，还是只面向了部分优等生？还可以观察自己巡视指导时，对不同求助学生的回应方式以及时间分配是否合理。

在集体备课活动中，教师们会挑选出一段几分钟的教学片段共同分析，教师怎样巧妙地处理学困生的意外回答，怎样有效地引导小组讨论由无序走向有序。采用慢放、定格、反复观看的方式，对教师的语言、语调、身体姿态、等待时间等教学行为做“显微镜”式的分析。以视频证据为基础的自我剖析和同伴互助，可以使教师清楚地认识到自己在差异化教学中存在的不足，从而进行针对性的自我改善，它所带来的改善效果远大于空洞的理论讲解。

三、课题式教研活动

（一）聚焦教学真问题确立微课题

宏大的教育理论只有在解决一个个具体的教学问题之后，才能真正地得到落实。我们提倡教师从“大而全”转为“小而美”，从日常教学中遇到的、亟待解决的“真问题”入手，把“真问题”进一步转化为可以操作、可以研究的“微课题”。微课题来源于教师的日常困惑，即“怎样为三年级学生设计关于可能性问题的探究性学习任务？在小数乘法的学习单元里，如何帮助学生克服对小数点位置的把握的困难？怎样利用信息技术手段，给学习进度不同的学生提供个性化的练习？本章主要阐述了关于项目的总体需求分析、系统功能需求分析以及系统非功能需求分析

确定微课题的过程就是一次研究的过程。教师需要对自己遇到的问题有明确的认识，查阅有关资料，确定研究的目的和方向。以实践为出发点、服务于实践的研究方式大大地调动了教师内在的动力。由于课题规模小、研究周期短，教师

可以很快看到研究成果,获得成就感,从而形成发现问题、深入研究、有效解决问题并不断成长的良性循环。

（二）组建研究共同体进行行动研究

孤军奋战式的研究方式很难持续,效果也不大,所以我们积极倡导组建研究共同体。教师根据微课题自行组组,每小组的人数一般在3到5人左右,打破年级、学科的界限。研究共同体建立之后,就以选定的微课题为研究对象,开展系统的行动研究。其过程表现为螺旋式上升的循环,主要包括:

1. 计划:共同体成员一起学习相关理论,分析学情,共同设计解决研究问题的差异化教学方案或者干预策略。

2. 行动:每位成员在自己的班级中实施预设的方案,将研究计划付诸实践。

3. 观察:收集课堂观察记录、学生访谈、作业分析、前后测成绩对比等各方面的资料,作为评价研究效果的客观依据。

4. 共同体成员定期召开会议,就行动中遇到的问题及初步成效进行交流,分析收集到的数据,对原有的方案进行反思和调整,然后在此基础上再制定出更细致的下一个行动计划。

这样的研究共同体模式给教师营造出一种互相扶持、互相鼓励的专业发展氛围。在共同体的支持下,教师不再感到孤单,研究的困难可以分担,研究的智慧得以汇聚、放大,从而保证研究可以持续进行并逐步深入。

（三）总结推广差异化教学研究成果

研究价值不仅在于解决自身问题,更在于它的成果可以被传播和借鉴,从而产生更大的影响。每一个微课题研究周期结束之后,就会开展成果总结推广活动。成果的形式多种多样,不是单一的以长篇研究报告的形式出现。它可以是设计精良的一系列差异化教案或学习单,也可以是包含多个典型案例的分析集,也可以是介绍有效教学策略的短文,也可以是一节展示研究成效的汇报课。

采用校级或者学区级的教学研究成果交流会、线上资源共享平台、校本教研成果集等多种形式,把一线教师带有实践智慧的成果展示、推广。优秀的成果不仅能给其他老师提供可以直接使用的教学资源、方法借鉴,其所包含的研究方法、教育思考也能有效激发更多老师积极参与教学研究。既实现了研究价值的最大化,又逐步形成学校在差异化教学领域里的特色和优势,进而塑造出一种积极向上、不断创新的教研文化。

第三节 教学反思与案例研究

一、日常教学反思的常态化

（一）撰写教学反思日记的习惯

将教学反思日记当作教师专业承诺和日常行为来实践，是达成持续自我超越的最好途径。它不但是教学流程的流水账，也是教师与自我对话、审视自己教学理念和行为的宝贵空间。用文字化的整理可以将模糊的、即逝的教学感悟固定下来，成为可以反复审视、分析的材料，从而促进教学实践的螺旋式上升。这样的记录体现出严谨治学的态度，促使教师更细致的观察课堂，更深入的思考学生思维过程。

教师在反思日记中应该从差异性教学的各个方面加以关注。对于不同认知水平的学生来说，所设计的问题是否真正引起他们的思考？思维活跃的学生得到的拓展性任务难度、开放性是否足够？对于有学习困难的学生所采用的脚手架式支持是否精准有效？除了对教学环节的设计与实施进行记录外，还要细致地表现出学生反应，重点捕捉学生出人意料的回答、疑惑的表情、突然醒悟的时刻。这些细节可以作为评价差异化教学是否已经落实的标准。同时教师也应该真实地记录下自己的疑惑和失误，比如某个小组合作效率低下的原因、某项分层练习没有达到预期目的的原因等。

把写反思日记培养成习惯需要制度和个人意志相结合。学校应该倡导建立教师反思共同体，定期交流反思心得，但不能把反思作为强制性检查的任务。从教师个人角度出发，可以设定固定的反思时间，每天十五分钟即可，在备课本的留白处、电子文档或者专门用的反思手账中记录当天重要的教学事件和思考。格式可以自由，但一定要真实、具体、持久。经过长时间的积累，就会使教师在教学中形成一种本能，即在复杂的课堂情境中能够敏锐地发现问题、从容地进行专业判断。

（二）记录分层教学的成功与失败案例

系统记录分层教学成功与失败的案例，是形成教师个人实践知识库的一种有效途径。比一般的“感觉良好”或“效果不好”更具体，通过对具体情境、具体策略、具体学生反应、具体效果的详细描述，可以形成可以分析、借鉴、推广的

鲜活素材。一个记录详尽的案例就是一份微型的教学研究报告，是教师在某个教学难题面前所做出的智慧和探索。

成功的案例大多是由周密的教学干预所造成的。在分数的教学过程中，教师发现学生对于分数的抽象概念理解有困难。因此教师为这些学生准备了一种特殊的教具，即可以不断被切分的圆形、长方形纸片，并引导学生通过动手操作来“创造”分数，并用自己语言来描述“一半的一半是多少”。记录学生从动手操作到理解抽象符号的全过程，学生在此过程中所表现出的兴趣和自信，就形成了一个借助具象化操作突破认知难点的成功案例。该记录对干预前学情分析、干预步骤、干预后效果评价做了详细的说明，有很强的参考价值。

坦然地记录并分析失败的案例，所获得的价值最大。教师为了照顾后进生，在小组合作学习中把各层次的学生混合编组，希望优生带动后进生。但是结果表明，讨论被优生主导，后进生鲜有发言机会，甚至出现被“边缘化”的现象，学习积极性不升反降。教师应该如实记录下分组方式的设定初衷、实施过程中观察到的各组学生参与度和发言内容质量、最终不理想的结果。这份失败的记录使教师认识到异质分组并不适合所有情况，促使他们反思在设置合作规则、分配任务的时候，怎样才能使每一个成员都得到有效的参与。

不管是成功还是失败，案例记录都应遵循一定的范式，至少包括以下要素，教学背景（单元、课时、学情），核心问题与目标（解决的差异化教学难题），策略描述（分层或者分组的方法），过程还原（课堂实录、师生关键言行），结果与反思（教学目标的达成度、学生反馈、策略的优点和弊端、改进设想）。教师经过长时间的积累和整理，可以形成一套属于自己、经受过实践检验的有效教学策略库，也可以大大提高自己分析和解决复杂教学现象的能力。

（三）分析评价数据背后的教学得失

教学评价数据是反映差异性培养成效的一面镜子，但是它的价值远远不止于分数。教师应该具备数据侦探那样的敏锐，透过冷冰冰的数据，挖掘出其中所蕴藏的丰富的教学信息，从而精准诊断出教学中所存在的优点和不足之处，给后续教学改进提供实证的依据。

分析数据首先要完成分层解读，一次单元测验的结果不能只计算平均分、及格率等，而应该根据学生前测或日常表现把学生分成不同层次，再分别统计学生在各个知识板块、不同题型上的得分率。通过比较可以发现高层次学生是否在

拓展探究题上体现出创新思维。中等层次的学生在做综合应用题的时候,是否会遇到知识迁移的障碍?后进生对于基础知识点的把握是否普遍存在困难?分层分析可以清楚地反映出差异化教学的准确度,即教学目标是否符合各个层次学生的需求。

教师应当运用各种评价工具,创建起一个立体的评价体系,从而得到更为全面的信息。数据来源可以有,数据来源可以是

1. 分析作业及试卷中学生出错的题目。不能只看学生错在哪,还要分析错误的原因。概念不清、审题失误或者计算错误。不同层次的学生所犯的典型错误是哪一种?这些信息是调节下一步练习设计和个别辅导的内容。

2. 课堂观察记录,教师巡视时有意记载不同层次的学生在独立思考、小组讨论、动手操作等活动中的状况,即他们是否专心、参与方式怎样、交流质量怎样等。这些过程性的数据是纸笔测验所不能替代的。

3. 对不同层次的学生进行访谈。了解学生对教学难度、了解学生对于教学进度、学习方式的感受和喜好。简单的问卷也可以用来收集学生对于某一个教学单元的兴趣度、自信心等情感态度方面的数据。

4. 形成性评价工具,例如出门条。让学生课后用一两句话写出本节课的收获或者问题。通过快速浏览,教师可以很快掌握全班学生的整体学习情况,特别是那些不发言的学生在课堂上的学习效果。

多元数据整合分析之后,教学得失就会更加清晰、具体地表现出来。教师发现后进生在测验中虽然能体现运算能力,但是课堂上看不到他们是否真正理解了运算规则,只是模仿老师解题方式。这一结果说明教学取得的是“假成功”,促使教师反思以后的教学中怎样加强数学思想和原理的渗透。根据事实的分析,教学反思不再是无源之水、无本之木的感想,而是一种建立在可靠基础上的科学诊断和改进。

二、典型案例的深度剖析

(一) 选取具有代表性的教学片断

剖析的第一步就是挑选恰当的教学片段作为分析的标本。一个有代表性的片段不是完美的示范课录像,相反,包含教学困境、策略转折、学生认知矛盾、师生精彩互动的片段,更有分析的价值。选择的过程就是教师对自己教学实践进行

初步筛选和价值判断的过程。

选择的标准要以“差异性培养”为中心。值得分析的片段应该能清楚地表现出教师如何面对、处理学生之间的个体差异。可以是5到10分钟的课堂导入，教师用不同的方法吸引不同兴趣的学生；可以是小组探究活动，表现不同认知水平学生在合作中的角色和贡献；也可以是课堂练习讲解，教师对不同学生出现的典型错误做了靶向性的点拨和追问。没有达到差异化教学预期的“失败”片段也是重要的“矿藏”，它暴露出教学设计和现实情境之间的差距，给探寻改进策略提供真实的出发点。一个本意是“保底不封顶”的开放性问题，结果却导致大部分学生无从下手的尴尬场面，就是一个很好的分析对象，可以引起对问题设计坡度、情境支撑有效性等诸多方面的深刻反思。

（二）还原教学现场与学生反应

选出好的教学片段后，就要客观、细致、多角度地还原教学现场。本步骤的主要目的是最大程度地还原“当时当地”的真实情境，给后面解读提供不失真的、有细节的文本。选择片段就是取景，还原现场就是冲印底片，过早的主观判断或者价值过滤都会造成图像失真，影响分析的深度和信度。

还原工作力求“全景式”地描述，不能只从教师自身角度去描述。首先是教师行为的精准再现，即教师的语言（说什么、怎么提问、语调如何）、非语言行为（站位、手势、眼神交流）、教学资源的运用（板书、课件展示、教具使用）。记录一个提问的时候，不仅要记录问题本身，还要记录教师提问后等待的时间，这是判断教师是否给学生留有足够思考空间的一个重要标准。

最重要的是对学生的反应进行细致的观察，特别是关注不同层次学生不同的表现。这就需要老师有敏锐的观察力，多机位摄像一样把学生场域动态全部记录下来。学生的反应是多样的，有语言反应、行为反应、情绪反应。语言反应可以是完整的回答、碎片化的词语、小声的议论、向同伴求助；行为反应可以是动笔计算、动手操作、抬头思考、低头走神；情绪反应可以是困惑的皱眉、兴奋的举手、沮丧的茫然。教师在进行差异化教学的时候，尤其要注意各个小组或者不同的个体对于同一个教学指令的反应。老师提出有难度的问题时，A层次的学生立刻开始热烈地讨论起来，B层次的学生在一小段时间的尝试之后就会陷入停滞状态，C层次的学生直接表现出放弃。忠实记录下不同的反应，就是评价差异化策略是否有效最直接的证据。

为了达到高质量的现场还原,教师可以采用一些技术手段。课堂录像为最好的方式,它使教师可以事后反复观看、暂停、慢放,发现现场教学中容易被忽略的细节。如果没有录像条件,教师课后可以依靠记忆、参照教案、学生作业等材料,第一时间进行追忆式文字记录,也可以邀请同事做观察员,提供第三方视角的记录作为补充。用近乎人类学田野调查的方法来考察教学现场,使教学现场成为了一个丰富、立体的文本,为以后的解读打下了良好的基础。

（三）运用教育理论进行深度解读

还原现场是对事实的描述性工作,而运用教育理论进行深入分析则是对于“为什么”以及“怎么样”的解释。本环节把孤立的教学事件放在广阔的理论视野里,使教师跳出个人经验的局限,从更深的层次上认识教学行为的本质和意义,使反思从感性抒发变为理性分析。

教师可以借助教育学、心理学的相关理论来作为分析的透镜。以为后进生提供具体的操作材料,帮助其理解抽象的概念为例,可以采用皮亚杰的认知发展阶段理论来解释。分析学生的年龄特征是否符合从具体运算思维向形式运算思维过渡的阶段,从而论证提供“具体支架”的必要性与合理性。当案例中出现教师引导学生用已知的知识去探索未知领域的时候,维果茨基的最近发展区理论就成为有效的分析工具。教师可以分析自己的挑战性任务是否落在学生的最近发展区,教师提供的支持(追问、合作)是不是有效的脚手架,学生是否成功跨越认知距离。

解读过程就是实践和理论不断地对话。教师要把案例中的具体师生行为同理论的主要观点进行对应、印证。对一次失败的小组合作进行分析时,可以用社会建构主义理论去探究造成失败的原因是任务分配不明确,缺少积极的相互依赖关系,还是小组成员缺少沟通和协作技能。分析激发学生强烈探究欲望的教学设计时,可以借助布鲁纳的发现学习理论,从创设悬念、提供探索性材料的角度来分析设计怎样点燃学生的内在学习动机。运用加德纳的多元智能理论,可以考察教学活动设计是否考虑到了各种优势智能的学生,即是否为空间智能强的学生提供了画图的机会,是否为肢体动觉智能强的学生安排了动手操作的环节。

由于理论的介入,教师的教学反思不再只停留在主观的“我觉得这样好”“我下次注意”等浅层次上。理论给教学实践提供全方位的分析框架,诊断工具和改进思路。理论洗礼下的案例分析最后就会形成一种在理论指导下的行动策略,也

就是深层次的实践知识。教师能够清楚地解释,根据建构主义的观点,为了使学
生主动建构知识,在教学中应该创设更多的认知冲突情境;或者根据最近发展区
理论,对C层次的学生在设计引导性问题时应该更加细致、具体。这就完成了实践、
理论、新实践的螺旋式上升,也是教师实现专业深度发展的一条主要途径。

常见教育理论及其在案例分析中的应用

理论名称	主要观点	在案例分析中的应用示例
皮亚杰认知发展理论	强调儿童认知发展阶段性,从 具体操作到抽象思维。	分析为低年级学生提供具象教具 的必要性与合理性。
维果茨基最近发展区	学习发生在个体独立解决问题能 力与在他人帮助下解决问题能力 之间的区域。	评估挑战性任务是否落在学生“最 近发展区”,教师支架是否有效。
社会建构主义	知识通过个体与社会环境的互动 建构,强调协作学习。	诊断小组合作失败原因,如任务 分配不清、沟通技能缺乏。
布鲁纳发现学习理论	学习是一个主动发现知识的过 程,强调创设情境激发探究。	分析教学设计如何通过悬念、探 索性材料激发学生内在学习动机。
加德纳多元智能理论	智能是多维度、多方面的,个体 在不同智能领域有独特优势。	考察教学活动设计是否兼顾不同 智能优势学生,如提供画图、动 手操作机会。

从上表可知,运用这些教育理论之后,教师的案例分析就会更加深入、有说
服力,可以有效地指导教学实践的改进。

第四节 教师合作机制的建立

一、集体备课的实效性

(一) 主备人初备与集体研讨修改

主备人制度是提高集体备课效率的一种方法。在备课活动开始之前,由一位
教学经验丰富或者对某一章节有较深研究的教师担任主备人。不仅要教材进行
深入解读,还要开始进行教学设计。这份初备稿除了对教学重难点的精准分析之
外,更重要的就是主备人要预设不同认知水平学生可能会遇到的学习障碍,据此
提出初步的差异化教学策略和资源建议。

集体研讨时备课组所有成员都会就主备人草稿展开详细的商议。这时讨论的
重点已经不再是单纯的“教什么”,而是如何“根据不同的学生来教”。每位教

师根据本班学生的实际情况,对教学环节的设计提出修改意见。例如对于一个知识点的引入方式,采用直观演示适合于基础薄弱的学生,还是采用逻辑推理更能启发思维活跃的学生,都会在这个环节里得到充分的论证。通过“一人主备,众人磨课”的模式,集体的智慧得以充分地汇聚在一起,最后形成的教案融合了多角度的思考,具有更广的普适性以及更强的针对性。

（二）共同制定分层目标与检测题

差异化教学能否精准实施的前提就是分层目标要明确。教师在集体备课时,根据课程标准和学生的认知发展规律来设置出基础、标准、挑战这三个层次的学习目标。基础目标是所有学生都必须掌握的最基本的数学知识和技能;标准目标是大部分学生应该达到的平均水平;挑战性目标是给学有余力的学生提供探索与拓展的广阔空间。

目标确定后必然要研发相应的检测工具。教师团队要一起编分层练习题和单元检测题。这些题目在设计上要体现出明显的梯度,既包含检验基础知识的填空题、选择题,也有考察综合能力的应用题,更有需要发散性思维的开放题、探究题。以“面积”为例,基础题求规则图形的面积,标准题求组合图形的面积,挑战题可以是开放性的设计任务,例如用周长固定的栅栏围出一块面积最大的菜地。依靠目标的一致性和检测的统一性,教师在教学过程中就能够准确地判断出各个层次的学生的发展状况,并根据实际情况进行适当的调整。

（三）分享教学资源与课件素材

数字化时代,教学资源是否丰富决定了差异化教学效果的好坏。如果单靠教师个人去搜集、制作资源,既耗费时间又耗费精力,资源的质量也会良莠不齐。集体备课正好给教学资源的共建共享提供了一个很好的平台。

备课组可以一起创建校本或者年级组的数学教学资源库。该资源库不能只限于教案、课件,还应该包含不同种类素材来满足不同学习方式、认知能力学生的需求。

1. 分层学习单:根据不同的学习目的来设计,分为基础巩固、能力提高、思维拓展等不同难度的题目,学生可以按照自己的水平选择完成。

2. 微课视频,即制作课程重点、难点及解题技巧。这既给跟不上课堂进度的学生留出课后自主“补课”的空间,又给学有余力的学生开辟了拓展内容的学习资源。

3. 互动课件、教具,用 GeoGebra 等软件制作的动态几何课件、可操作的网络数学游戏,可以将抽象的数学概念形象化、趣味化,从而大大提高学生学习兴趣。

教师们在集体备课的时候互相分享优秀的资源或者自制精品课件,极大地丰富了教学工具箱,使差异化教学的实施更加生动高效。

二、师徒结对与青蓝工程

青蓝工程是教师队伍建设的重要模式,用师徒结对的方式来加快新教师的成长、激发老教师的工作热情,对于差异化教学的有效传承与创新有重要的组织保障。

(一) 老教师传经验,把控班级差异

有教学经验的老教师是学校最宝贵的财富。在长期的教学实践中积累了关于学生管理和教学控制的智慧,对于如何发现班级内学生之间的差异并采取有效的措施解决,有着自己独到的看法和行之有效的方法。在青蓝工程里,师傅的一项主要任务就是把这些宝贵的“隐性知识”传授给徒弟。

师傅会指导新教师怎样通过课堂观察、作业批改、课间交流等多种途径,快速准确地把握班级整体学情以及每一位学生个体特征。比如怎样找出计算时容易粗心的学生、理解应用题时有阅读障碍的学生、逻辑思维有潜力的学生。老教师会分享具体的应对策略,怎样为学习后进生开展小灶式辅导,怎样设计更有吸引力的提问来调动内向学生积极性,怎样管理课堂节奏,在推进教学进度的同时也能给不同水平的学生留出思考和反应的时间。经验的传递使新教师可以少走弯路,更快的学会宏观调控班级、微观引导学生的办法,保证差异化教学从一开始就建立在对学深刻理解的基础上。

(二) 新教师献活力,引入新技术手段

新教师(徒弟)在教学经验方面略有欠缺,但是成长的阶段正处在信息化时代,对于数字化工具以及新技术一般都较为熟悉并具有较强的创新意识。在师徒结对中,他们常常是教学改革的催化剂,可以给传统的数学课堂注入新的活力。

徒弟可以主动向师傅介绍并演示各种有利于实现差异化教学的现代技术手段。以问卷星、Kahoot 等在线测试平台即时获取学生答题数据并生成分析报告,让教师对学生的知识点掌握情况了如指掌,进而有针对性地进行讲解。还可以使用一些优秀的数学学习应用程序,给学生提供个性化的练习途径和游戏化的学习

体验。在新教师的指导下，把新技术、新理念同具体的教学内容结合起来，设计出有深度、有趣味的教学活动。新老教师结合后，差异化教学的手段不再只是传统的分层作业，在新的角度、新的方式下实现了动态化、互动化、智能化的新层次。

（三）互相听课，共同诊断教学问题

互相听课评课是师徒结对中不可缺少的重要环节，其目的不是单向的评价，而是双向的交流、共同成长。在差异化教学的背景下，听课的重点是看教学策略是否满足了学生个体的需求。师傅听徒弟的课，主要是关注徒弟的课堂管理、教学环节的设计、对不同层次学生的关注是否到位。课后师傅会提出具体的改进意见来帮助徒弟完善教学细节。

徒弟听师傅的课，主要是学习师傅应变课堂动态、控制教学节奏、与学生有效互动的艺术。新教师可以仔细观察老教师是如何用眼神、鼓励、追问等手段引导不同学生思维的。听课结束之后，师徒二人会对某堂课的课堂教学过程进行详细的讨论，对课堂上出现的问题进行“会诊”。以某个几何难题为例，为什么只有少数同学参与讨论？是否可以设计出更具有引导性的问题链？在小组合作中怎样防止出现优生包办的现象？经过这样不断的交流和反思，师徒双方在差异化教学的实践上都会不断提高自己的技艺。

师徒结对模式下新老教师的角色与贡献

角色	核心贡献	侧重能力	教学资源与方法	对差异化教学的影响
老教师 (师傅)	传承教学经验， 掌握班级差异	课堂管理、学情 洞察、教学调控	隐性知识、策略 分享、经验传承	帮助新教师精准把握学 生需求，提升教学策略 的针对性
新教师 (徒弟)	注入活力，引入 新技术	数字化工具应用、 教学创新、技术 整合	在线平台、学习 APP、互动课件	拓展差异化教学手段， 实现教学的动态化与智 能化

从上表中可以看出，师徒结对模式通过新老教师的优势互补，为差异化教学提供了全面而多元的支持。

三、跨学科教师的协作

（一）与科学老师探讨跨学科主题

数学是科学的语言，小学科学课程中存在大量的数学应用场景，这就给数学和科学教师的合作提供了天然的土壤。数学教师应当同科学教师定时开展跨学科

教研活动，一起筹划并推行若干综合性的主题学习项目。在科学课上学习植物生长的时候，学生要定时测量并记录植物的高度。数学老师可以利用这时教学生如何制作折线图来展示植物的生长情况，引导学生对数据进行分析、计算平均生长速度、作出一些简单的推断等。

科学课上讲解杠杆原理的时候，数学老师可以参与进来，带领学生去学习比例、反比例关系，理解力臂与力之间的数学模型。这样合作把抽象的数学概念与具体的可操作的科学实验联系在一起，使数学知识“活”了起来。对于那些对自然科学感兴趣，但是对纯粹的数学计算感到枯燥的学生来说，跨学科的学习方式会大大提高他们学习数学的内在动机和应用意识。

（二）与美术老师研究几何美育

几何是数学中既有逻辑性又有审美性的学科，与美术学科有着千丝万缕的联系。数学教师和美术教师可以一起开发数学美育课程模块，引导学生去发现、创造图形世界中蕴含的美。合作可以从多方面入手，在学习“对称、平移、旋转”这些图形变换的时候，美术教师可以引入中外建筑、剪纸艺术、商标设计等例子，使学生真正体会到数学原理在艺术创作中的运用。学生可以亲手设计出对称的图案，也可以利用图形变换创作出有节奏感的装饰画。

美术教师讲授“黄金分割”时，可以展示《蒙娜丽莎》、《最后的晚餐》等世界名画，与数学教师一起引导学生分析其中的构图比例，体会黄金比例如何创造出和谐的视觉美感。学生也可以将黄金分割构图法运用于自己的绘画或者摄影作品当中。跨界合作让学生对几何概念有更直观、深刻的认识，培养学生的审美情趣和创新能力，尤其能激发视觉空间智能较强的学生数学潜能。

（三）与信息技术老师整合数字化教学

信息技术给数学教学个性化、深入探究赋予了强大的支撑。数学教师和信息技术教师相辅相成地配合，可以使数字化工具更好的融入到数学课堂当中，为差异化教学开辟出更多的路径。信息技术老师能够协助数学老师挑选并研习各种教学软件，共同确定以软件为基础的教学活动。以动态几何软件 GeoGebra 为例，学生可以随意拖动点、线、面，直观地观察图形变换的过程和性质，比在黑板上画图生动得多，有利于力稍弱的学生建立空间观念。

对高年级或者学有余力的学生可以引入编程工具（Scratch 等）。在信息技术老师的指导下，学生可以编写简单的程序来画复杂的几何图形（分形），也可

以模拟概率事件（抛硬币）。既能锻炼学生的计算能力、逻辑思维能力，又可以把数学从原来的解题学科转变为创造学科。两位老师还可以合作指导学生利用电子表格软件处理在社会调查中收集到的大量数据，学习如何进行数据排序、筛选、制作图表和分析，培养学生的数据素养。该种合作方式使得数学教学跟上了时代发展的步伐，为学生创新、实践能力的培养开辟了新的途径。

第五节 专业发展支持体系的构建

一、校本培训体系的完善

（一）制定教师专业发展规划

教师的专业发展同学生的学习过程一样，也存在着个体差异以及不同的发展阶段。因此，给每一位教师制定出符合其个体特点的专业发展计划，是提高教师整体素质、激发教师个体潜能的关键一步。该规划不是一成不变的指令，是教师自我评价、同行互评和学校发展需要三者有机结合而成的动态发展蓝图。根本目的就是激发教师内在动力，使教师从被动发展变为主动发展，更好地理解 and 践行差异化教学理念。

该规划的制定过程非常重视协同和对话。学校教学管理部门要与每位数学教师进行深入的交流分析，全面地对他们的差异化学界认识、设计水平、课堂掌控能力以及学生评价方法等各个方面进行评价。对不同的教师群体重点培养方向见下表。

教师专业发展规划重点对比表

教师类型	发展重点	具体目标
新进青年教师	教学常规、学生差异感知	掌握课堂教学基本技能，初步识别学生学习差异
经验丰富骨干教师	模式创新、课程资源开发、教学难题攻克、指导青年	探索创新教学模式，开发特色课程，解决教学难题，传授经验
规划维度	长期目标	阶段性任务
教学实践	成为差异化教学专家	本学期：研究几何教学中分层任务设计
		下学年：研究信息技术辅助差异化评价
资源利用	系统支持与自主学习	培训机会、专家指导、推荐书目、教学案例库

从上表可以看出,新进青年教师培养重点在于教学常规、初步感知学生差异,资深骨干教师可以研究模式创新、开发课程资源、攻克教学难题、指导青年教师。

发展规划应该包含阶段性目标以及可行的实施途径,把长期愿景分解成学期、学年具体任务。本学期研究的是几何教学中分层任务的设计,下学年关注信息技术辅助差异化评价。规划中还要明确教师可以利用的资源,即学校提供的培训机会、专家指导、推荐阅读书目、可以借鉴的教学案例库。定期审视、调整,这份动态规划就成为教师自我反思的镜子、专业进阶的阶梯,使每一位教师在差异化教学的路上找到适合自己的发展道路,实现持久而有意义的成长。

（二）邀请专家进行差异化教学讲座

打破校内思维定式,吸收前沿教育思想和先进经验,定时请在小学数学教育、差异化教学方面有深厚造诣的专家学者来校讲学,是推进教师专业发展的一种方式。专家的指导可以从更高角度去审视学校教学实践,可以给教师普遍困惑提供系统的解答,也可以带来经过实践检验的有效策略和工具。这些外部的智慧可以很好地激发教师的教学热情,开阔教师的教育视野,加快教师教学理念的更新。

讲座内容的设计应该有理论的高度,也有实践的温度。摒弃空洞的理论说教,让专家用丰富的、切合实际的小学数学教学实例把差异化教学核心理念、理论基础和实施原则讲清楚。讲座主题要包含小学生数学认知差异的识别与分析、核心素养导向的分层教学目标设计、多样化学习任务和活动的设计策略、差异化教学的课堂组织与管理、形成性评价在差异化教学中的应用等主要部分。专家讲解要直接面对一线教师实践中的具体问题,例如怎样在有限的课堂时间内兼顾不同层次的学生,怎样有效地评价学生的学习过程等,并给出具有可操作性的解决办法。

讲座形式上力求互动和参与,从单向灌输转变为双向研讨。除专题报告之外还要开展工作坊、案例研讨、现场诊断等交流活动。在工作坊里,专家可以带领教师分组设计差异化教学教案,模拟演练、点评。案例研讨可以选本校教师真实的课例,在专家的引导下进行深入剖析,一起寻找改进方案。讲座结束之后还要建立后续的沟通渠道,通过邮件或者在线平台使教师可以持续向专家请教,保证专家指导真正地落实到教学当中,转化为教师持久的教学能力。

专家的选择十分重要,因此所邀请的专家除了要有扎实的学术背景之外,还要有丰富的第一线小学教学或者教研指导经验。该类专家对小学数学教学的复杂性、

现实性有深刻的认识,其传授的知识、策略才有针对性、实效性,保证讲座质量,成为撬动教师专业发展、教学改革深化的强大杠杆。

（三）开展校内的观摩课与展示课

如果说专家讲座是理论的“输入”,那么校内观摩课、展示课就是实践的“输出”和“共振”。这是把差异化教学理念转化为具体的课堂行为,在教师群体中传播、讨论、优化的主要平台。有组织的观摩、展示使优秀的教学经验得以传播,共性的问题得到集中讨论,教师个人的实践探索汇聚成集体智慧,学校内部就形成了开放、合作、反思的教研文化。

展示课一般由实施差异化教学的教师来主讲,目的是展示一种比较成熟的教学范式。这堂课不但是教学流程的展示,更是设计思想的具象化。授课教师在课前要详细说明教学设计,说明根据班级学生实际情况怎样确定分层目标,怎样设计不同层次的学习活动,怎样进行过程性观察和评价。给其他教师提供一个完整的参照范例,让他们能够直接感受到差异化教学的魅力以及可行性。

观摩课给更多的老师提供实践和反思的机会。学校可以定期举办有关低年级计算教学差异化的策略、高年级解决问题教学分层提问艺术的观摩研讨活动。观摩老师带着明确的观察任务进入课堂,主要观察授课教师怎样和不同层次的学生互动、怎样组织多样化的学习活动。课后评议环节是整个活动的点睛之笔,必须采用结构化的研讨模式

1. 授课者首先需对自己的教学反思进行深度剖析,坦诚地分享设计考量、成功经验和所遇困难。
2. 观摩者以观察到的事实为出发点,从差异化教学的实施效果入手发表意见、提出疑问,不能泛泛而谈或简单褒贬。
3. 所有成员就主要问题进行深入讨论,商议出更加合理的教学方案,提出具体的可行的改进意见。

这种以真实课堂为背景的深度对话,其价值远超任何理论书籍的学习。

常态化、制度化地开展观摩课、展示课活动,保证每一次活动都有高质量的后续研讨,学校就能建立起强大的内部学习共同体。在此共同体里,每一个教师既是学习者又是贡献者,差异化的教学实践智慧在不断的观摩、碰撞、升华中被积累、传承下来,最终成为全体教师共同的教学能力。

二、外部资源的引进与利用

（一）组织教师外出参观学习名校经验

俗语说“读万卷书不如行万里路”，让教师走出校门，去那些在小学数学差异化教学方面有突出成绩的学校参观学习，是非常有冲击力和启发性的专业发展活动。沉浸式现场体验使教师感受到先进的教学文化、真实的课堂生态、具体的方法。所产生的感悟和激励的效果远远大于任何间接的培训。

参观学习不能只是走马观花式的观光，而应该是有目的、有计划的深度研修。学校教研部门出发前要组织教师开展前置研究，通过网络、文献等途径了解目标学校办学理念、课程特点和差异化教学的具体做法，每位教师要带着两个核心问题出发。这些问题应该来自于自身的教学实践困惑，比如该校怎样进行灵活的学生分组？或者他们怎样设计分层作业和实施的？带着问题学习的方式可以提高参观的针对性、实效性。

参观期间可以设置多方面学习活动。教师要深入课堂，至少观摩两节不同年级的数学差异化教学示范课，并和授课老师、教研组长、学生展开访谈，了解课程的设计思路、日常备课过程及学生的学习感受。同时收集目标学校的教学计划、特色教案、分层练习单、评价工具等一手资料，为后期的本土化改造打下基础。观摩、访谈、资料搜集三位一体的学习方式，使教师能够由表及里地挖掘出名校成功深层次的原因。

学习的价值不在于回来之后的消化、吸收、转化。参观结束以后，学校要组织专题研讨会议，每位参会教师都要交流自己的所见、所思、所感，并就本校教学改革提出初步设想。研讨会的主要内容是探究怎样把“他山之石”同本校的学情、师资、资源等实际情况结合起来，共同寻找可行的借鉴与创新之路，最终形成具体的行动计划，将学习成果转化为推动本校差异化教学实践发展的强大动力。

（二）利用网络平台进行在线研修

在网络平台飞速发展的时代，信息技术给教师的专业发展带来了前所未有的便利以及大量的资源。利用在线研修平台可以克服传统培训所受的时间、空间的限制，给教师提供自主、灵活、个性化的学习环境。可以大大拓宽教师获取知识的途径，有利于培养教师自主学习、终身学习的意识，对于需要不断适应、创新的差异化教学实践者来说，其重要性尤为突出。

学校应该积极地引导教师使用高质量的网络研修资源。以国家、省市级官方教育资源网站、中国教师研修网等为代表,在官方的平台上会有权威专家系统性的课件和专题讲座。教师可以参加国内外知名高校或者研究机构开设的有关儿童认知发展、学习科学、课程设计等主题的在线公开课,来拓宽理论视野。还可以组织教师参加各学科专业社群或者在线研讨会,与全国各地的教师进行教学交流和思想碰撞,从而得到即时的反馈以及多元的启示。

为了保证在线研修的质量和效果,学校并不是放任自流的,而是采取引导、组织、认证的管理方式。学校教务处会不定期挑选出优秀的在线课程和研修项目供教师学习,也会按照教师个人专业发展需求给出个性化的学习建议。对重要的专题,学校会组织教师开展“集体在线学习”,在规定的时间内一起观看视频、完成任务,并用学校内部的论坛或者即时通讯群组进行同步讨论,把个体线上学习与集体智慧碰撞有机结合。

学校建立相应的激励和认证体系,把教师参加在线研修的情况记入到专业发展档案中,并计入到年度考核里。教师完成阶段性在线学习之后,要提交一份学习总结报告,说明所学内容的核心要点以及对自身教学实践的启示。对内容详实、思考深刻的报告,在教研活动中分享,给予相应的学分认定。由此,在线研修由自发的个人行为变成了有组织、有评价、有激励的制度化安排,最大限度地利用网络资源,给教师实施差异化教学持续注入新的知识与活力。

（三）参加各级各类学术交流活动

鼓励和推动教师参加校外各种学术交流活动,是提高教师专业水平、促使教师由经验型向研究型转变的有效途径。该类活动给教师提供一个展示自己、交流前沿观点、建立学术联系的高端平台。教师带着自身的实践成果和思考去同更广泛的同行、专家交流的时候,会得到宝贵的反馈和指导,在交流中加深对自己工作的反思,从而激发更深层次的研究热情。

教师可以参加区级、市级、省级、国家级等各种教学竞赛、论文评选、课题研究等活动。学校应该组织专家对差异化教学实践中产生的有价值的课例、教学设计或者研究成果进行打磨,帮助教师把它们打造成高质量的参赛作品或者学术论文。实际上是对教师进行高强度、系统化的专业训练,使教师把平时零散的、经验性的教学总结提升到理论的高度。

参加学术会议、教研论坛也是一种重要的交流形式。无论是作为报告人分享

自己的实践经验，还是作为听众去学习他人的研究成果，都能使教师了解到小学数学教育领域最前沿的研究成果和改革方向。教师同不同的地域、不同的背景的教育者交流时，可以修正、发展自身的教育观念，从而避免由于所处环境的局限而产生的短视。学校应该给教师参加培训的时间和经费上的充分保证，并要求参会教师返校后必须进行二次分享，把会议精髓和精神传达到全体同事。

支持教师参加跨校、跨区的联合教研项目或者课题组。在这样的合作式研究环境中，教师可以同校老师一起面对推广差异化教学时遇到的问题。定期、持续的科研合作可以产生更加普适性的研究成果，也有利于增进教师之间专业情谊、互助合作。将教师推向更为广阔的学术舞台，既有利于提高教师个人的专业声望，也有利于提高学校差异化教学领域知名度和影响力，从而达到个体发展与学校发展良性互动的目的。

第十章 实践案例与效果评估

第一节 典型教学案例分析

一、数与代数领域案例

（一）《分数的认识》差异化教学设计

在分数的认识这节概念性很强的启蒙课中，教师的设计充分考虑到学生认知起点的不同。教学开始时通过创设分蛋糕公平性问题情境，有效地激发了所有学生的兴趣。教学活动设计出三个层次，基础层次学生用折纸、分小棒等具体活动感知平均分的含义，初步建立分数表象，会读写分数，能用语言表述分配过程和结果，实现从具体到抽象的平稳过渡，中等层次学生在动手操作的基础上，能比较同分母分数的大小，拓展层次学生遇到更加困难的任务，即探索平均分的必要性，或者思考一个整体可以表示成哪些不同的分数，从而引导学生进行初步的逻辑思辨，加深对分数本质以及相对性概念的理解。

这样的教学设计可以保证不同发展水平的学生都能在自己的“最近发展区”内有所收获，从而有效掌握新知。认知能力较弱的学生，由于具备了具象化的操作，降低了理解的门槛，保护和提高了他们的学习自信心，思维活跃的学生则获得了丰富的问题，得到充分的发挥自己的探索。整个教学过程从统一的问题情境出发，经由不同的参与活动和挑战性问题的解决，最终达成所有学生殊途同归的目的，使学生对分数这个核心概念建立起最基本的认知，从而在统一的教学目标之下实现个性化学习，促进全体学生数感的差异化发展。

（二）《简易方程》分层教学实录与反思

本节课教师创设了一个贴近生活实际的现实情境，篮球比足球贵 15 元，两种球各买一个共花费 165 元，求足球的价格。面对此问题，教师引导学生用自己喜欢的方式解答，学生的思维差异就自然而然地暴露出来。一部分学生用算术的方法来求解，即 $\div 2$ ；另一部分学生则开始倾向于代数法，但是不知道如何着手。教师能敏锐地把握住教学的切入点，立即进行差异化的指导。

对于习惯于算术思维的学生，在确认解法正确之后，引导学生去思考该方法的逻辑过程，从而培养学生的数感以及运算能力。对于有代数萌芽的学生，教师进行小组指导，引导学生设足球的价格为未知数 x ，再根据题中等量关系“足球价格 + 篮球价格 = 总价”列出方程 $x+(x+15)=165$ 。引导不是单纯的灌输，而是在帮助学生完成算术思维向代数思维跃进的一个重要步骤。对于已经掌握了方程基本思想的学生，教师提出变式问题，如篮球的价格是足球的 1.5 倍，应该怎样列方程？，”

课后反思发现该种分层引导法符合学生认知发展的客观规律。它不是强制所有的学生都使用方程解法，而是允许并鼓励思维方式的多样性，在学生最需要的时候给予适当的脚手架，帮助其完成思维的跃迁。这不但使学生学会了列方程，更重要的是让学生在原有的基础上体会到了符号表达的简洁与力量，初步形成了模型思想，这才是代数核心素养培养的关键。

（三）案例中的分层策略有效性分析

上面两个“数与代数”领域案例，很好地体现了分层策略对学生核心素养发展起到的作用。在分数的认识这一课里，分层体现在操作活动、思维要求和问题深度上，使数感的建立由直观感知到抽象理解，层次分明，过渡自然。既能保证基础目标全员达成，又能给学有余力的学生留有拓展余地。分层是分层在《简易方程》中体现出来的，即问题解决途径的多样化选择以及教师指导重点的差别，它使不同思维层次的学生都能得到发展，并通过精确的引导使学生在自己的认知水平上不断向前。

这些策略之所以有效，最根本的原因就是尊重并利用了学生个体差异。教师不能把所有的学生都看成是一个同质的集体，而是要把它看成是由一个个具有各自不同发展潜能的个体组成的集体。通过设置不同的学习任务，给予个性化的指导和支持，教学过程就更具弹性、更具适应性。该种教学模式的转变，其核心价值就是既重视知识技能的习得，又重视数学思想的渗透、数学能力的生长。学生在合适的节奏中建立起数学的信心和兴趣，运算能力、模型思想、代数意识等核心素养也因此得到更加稳固的个性化发展。

数与代数领域实行差异化的教学，老师按照学生不同的认知情况为他们设计出了不同的学习路线。具体的策略可以参照数与代数领域差异化教学策略对比表。

数与代数领域差异化教学策略对比表

案例名称	基础层次	中等层次	拓展层次
《分数的认识》	折纸、分小棒，直观感知平均分，学会基本读写。	语言表述过程，比较同分母分数大小。	探讨平均分必要性，思考分数多样性，逻辑思辨。
《简易方程》	肯定算术解法，巩固数感运算能力。	小组指导设未知数 x ，列方程 $x+(x+15)=165$ 。	变式问题（如倍数关系），引导列更复杂方程。

二、图形与几何领域案例

（一）《三角形的面积》探究式学习案例

在探究三角形面积公式的时候，教师并没有直接给出公式，而是提出一个核心问题，即我们已经学会了计算长方形、平行四边形的面积，能否利用旧知解决三角形面积的新问题？此问题面向全体学生，也给不同思维水平的学生留有多种探究途径。

教学活动以小组合作的形式进行，每个小组都有形状不同的锐角三角形、直角三角形、钝角三角形若干个，还有剪刀、胶带、方格纸等各种工具材料。

1. 基础水平的小组被引导将两个完全相同的三角形拼成一个平行四边形，通过观察三角形底边、高和拼成平行四边形底边、高的关系，直观地得出三角形面积是相应平行四边形面积的一半。

2. 中等水平的小组在拼接的时候，也被鼓励使用割补法，即把三角形剪开后重新拼成长方形或者平行四边形，从而加深对面积关系的认识。

3. 拓展水平的小组则被引导直接在方格纸上进行操作，利用数格子的方法估算面积，并尝试从理论上推导出任意一个三角形的面积都可转化为一个与之等底等高的平行四边形面积的一半，初步触及极限思想和逻辑推理。

探究式分层活动使所有学生都亲自经历了公式再创造的过程，在动手操作、观察比较、归纳推理中锻炼了几何直观与推理能力。差异化的探究路径使每一个学生都能在探究中有所发现、有所创造，从而实现从学会到会学的转变。

（二）《长方体的认识》动手操作差异化案例

长方体的认识是培养学生空间观念的重点课程。为了让学生真正看到、理解长方体的构成，本课题设计了多样的动手操作活动任务。教学目标使所有学生都

能认识长方体的面、棱、顶点及其特征,但是达到目标的途径却因人而异。基础层次的学生任务是观察教师给出的长方体模型和实物(墨水盒、积木),通过看、摸、数等手段,在教师的引导下,认识长方体有6个面、12条棱、8个顶点,初步感知相对的面大小相等。这一阶段主要做具体的感官体验和基本事实的确认。

中等层次的学生任务升级为小组合作,用提供的小棒、连接球来搭建长方体框架。搭建时学生会遇到需要多少根小棒、小棒长度有几种、怎样连接等问题。因此他们开始思考棱的构成和分组,通过实践得出长方体有三组棱、每组四条棱长度相等这一结论。进阶学生的任务是给学生一块硬纸板,让他们自己设计出长方体的展开图,并折成完整的长方体。从二维到三维再回到二维的设计过程,对学生空间想象能力和逆向思维能力提出更高的要求,使学生对平面图形与立体图形的关系有了更深刻的认识。

(三) 空间观念培养的差异化路径展示

空间观念的形成过程是较长的过程,不是一朝一夕可以完成的,因此要根据学生自身的认知特点和先前的经验,创建出不同的成长之路。本例表现的是由具体到抽象、由操作到想象的一种差异化的培养途径。在最初的时候,主要是依靠学生对实物进行直接的感知和操作。认识立体图形时让学生触摸、搭建、拆解模型,这是建立空间观念的基础,适用于所有的初学者。该阶段的差异主要表现在操作的复杂程度和自主性上,有的学生需要模仿,有的学生可以独立创造。

随着学生经验的增加,教学活动中的智力操作成分也应该随之增加。学习视图时可以设置不同的难度任务。基础任务就是辨认简单几何体从正面、侧面、上面所看到的形状。进阶任务就是给出两个方向的视图,判断第三个方向的视图或者搭建出对应的几何体。高阶任务只给出物体的口头描述,比如“一个由五个小正方体搭成的物体,从正面看是‘T’形”,要求学生在头脑里构造出该物体形象,并画出三个视图。

这条路径的关键就是始终把学生的心智活动放在中心。无论是动手操作还是想象推理,目的都是为了激发、促进学生内在空间表象的发展。教师给学生不同层次的“可视化”辅助和“想象”挑战,使学生逐渐脱离实物的依靠,最后达到图形分解、组合、旋转等较为复杂操作的目的,在头脑中形成自己的空间观念,并在此基础上实现空间观念的个性化建构。

三、统计与概率领域案例

（一）《平均数》概念理解的层次化教学

平均数在统计学中是一个非常重要的概念，但是学生对于平均数的理解常常会陷入到只会计算而不明其理的困境。为了克服这个难题，教师设计出层次化的概念理解活动。第一层次是对所有的学生，尤其是对概念感到陌生的学生采用移多补少的直观操作法。教师准备几组高矮不同的积木块，让学生把高的积木块移到矮的积木块上面，一直放到所有积木块的高度相等为止，就可以看到平均数就是“拉平”、“代表集中趋势”。该阶段完全不涉及计算，重视建立平均数的意义表象。

第二层次，对已经初步理解平均数意义的学生，采用半抽象的方法“先汇总，再平分”，然后把它和公式“总数量 $\div$ 总份数 = 平均数”联系起来。班级跳绳比赛中三位同学分别跳了 20 下、25 下、30 下，平均每人跳多少下？这样具体的问题，使学生在情境中体会到公式的来源和使用，从而培养学生的数据处理能力。第三层次就是对于学有余力的学生设置思辨性问题，小明的平均分是 90 分，这能说明小明每一门功课都是满分吗？一组数据中存在极端值（特别大或者特别小）时，平均数是怎样的？”以提问的方式使学生对平均数的特性、适用条件、局限性进行深入的思考，培养学生用批判性思维和分析能力进行科学数据处理的能力。

（二）《可能性》游戏化教学设计

可能性的教学目的在于培养学生随机观念，使学生认识到事件发生的不确定性。为了让学生在玩乐中学习，教师设计了以幸运转盘为名的、根据学生认知水平不同设置不同游戏规则、不同挑战的玩具化教学活动。

1. 基础体验层：教师给学生一个颜色区域面积不同的转盘，红色区域占 $1/2$ 、黄色占 $1/4$ 、蓝色占 $1/4$ 。学生分组进行转盘游戏，记录指针落在各种颜色上的次数。此任务目的在于让学生经过多次重复实验后，直观感受到面积大的颜色区域指针停靠的概率高，能够用“很可能”、“不太可能”、“一样可能”等词语描述事件发生可能性的大小。

2. 中级挑战是学生获得一个空白的转盘和一定的要求，设计转盘使得指针指向红色的概率是 $1/3$ 。此任务把学生从定性的描述，引向定量的分析，让学生将

分数和可能性大小联系起来。学生要自己思考怎样清晰划分扇形区域,在设计后用实验检验自己的想法,从而培养数据分析观念和动手实践能力。

3. 策略应用层,高级挑战中游戏变成两人对战模式。两人轮流转动一个正负数交替出现的转盘,转到的数字计入个人得分,若干轮后总分高者获胜。学生所面临的选择是在转动之前决定是否继续或者放弃本轮。这道题要求学生很快地估计出转盘上各种结果出现的概率和潜在收益,在不确定性的情况下做出最优的决策。该过程能够很好地提高学生的随机观念以及决策能力。

(三) 数据观念培养中的个体关注案例

数据观念的培养不是一朝一夕可以完成的,它体现在学生面对数据时思维方式的转变上,而这种转变需要教师不断地对个体进行关注和引导。以学生小华为例,在刚开始做调查班级同学最喜欢的水果时,只收集了“苹果、香蕉、苹果、葡萄”等原始数据,并没有形成有效的信息。这反映了学生数据处理初期只看到局部、看不到整体的情况。

教师发现问题后,并没有直接给出解决的方法,而是对小华进行了启发式提问:这么多名字,我都看花了眼,有没有办法让它变得整齐一些,一眼就能看出哪个水果最受欢迎?”在教师的指导下,小华尝试用画正字的方法对数据进行分类、整理,完成了从原始数据到统计表的第一次思维飞跃。小华看到整齐的表格脸上也露出了笑容。

随后教师说,表格数字很清楚,但要让人看得清楚谁多谁少有没有更直观的方式?这次小华在同学的启发下成功地画出了条形统计图。他看着高低不同的直条兴奋地说苹果最受欢迎,个体案例中教师两次关键的引导犹如精准的助推,使小华的思维水平实现了从收集数据、整理数据、呈现分析数据的跃升,数据观念是在解决问题的过程中获得的个性化成长。

第二节 差异化教学实施效果

一、学生学业成绩的对比分析

(一) 实验班与对照班平均分差异

本研究教学实验周期开始前,为了保证实验班和对照班学生数学学业基础的可比性,对两组学生进行了前测。他们的数学平均成绩分别是 78.6 分、78.9 分,

标准差分别是 12.1 分、11.9 分。经过统计检验,二者没有显著差异($P > 0.05$),说明两个班的学生初始数学水平相当,为后面的研究打下了公平的基础。从而可以保证实验结果的可靠性,任何后续的显著差异都可以更加可信地归因于教学干预措施的不同。

一学期的差异化教学实验之后,期末考试后测数据表明实验班和对照班的学业成绩有显著变化。实验班平均分由期初的 78.6 分提高到 90.5 分,平均分提高了 11.9 分,标准差减小到 8.2,说明班级整体成绩提高的同时,离散程度减小,整体水平趋于均衡。对照班采用传统统一教学模式,平均分由 78.9 分增加到 82.1 分,只增长了 3.2 分,标准差为 11.5,和期初的变化不大。

对两班后测平均分做独立样本 T 检验发现实验班平均成绩高于对照班($P < 0.01$)。由此可以看出,差异化教学相比于传统教学方法更有利于学生数学成绩的提高。实验班学生学业成绩明显提高,说明差异化教学策略对满足学生个性化学习需求、激发学生学习潜能起到了积极的作用。根据学生不同的认知水平、学习方式、兴趣点来设计教学活动,使每个学生都在各自最近的“发展区”里得到挑战和帮助,从而实现学业成绩普遍提高。

(二) 不同层次学生成绩的分布变化

为了更好地了解差异化教学对不同学业水平学生的影响,本文按照前测成绩将每个班级的学生分为“学困生”(后 25%)、“中等生”(中 50%)和“优生”(前 25%)三个层次,观察实验结束后他们成绩分布的变化情况。经过对比分析可知,实验班学生成绩分布结构是向好的。

实验结束后实验班的成绩分布形态明显改善。期初班级成绩分布呈 M 型,学困生、优生占有一定比例,中间层次的学生比较分散。实验后的成绩分布呈现出“高峰右偏”的形态,整体向高分移动,原来低分段的学生大多不再出现,大部分学生集中在高分段。表现为学困生群体向中等生群体转化的趋势十分明显,而中等生群体又稳步地走向优生群体。对照班的成绩分布形态虽有一定程度的改善,但其基本结构与期初相比没有本质的变化,仍然有很多学生滞留在低分段,高分段的学生比例增加缓慢,整体提升幅度远远小于实验班。由此可见,差异化教学既可以提高班级的总体成绩,又可以改善班级内部的学业生态,从而达到整体前移、两端受益的效果。

（三）学困生转化率与优生拔尖率统计

本研究针对学困生转化和优生发展进行专项统计，用数据来衡量差异化教学对学生个体发展的具体效果。我们将期末成绩达到班级平均分以上的原学困生称为“成功转化”，期末成绩进入班级前 15% 的原优等生则定义为“成功拔尖”。

统计结果清晰地显示，实验班在促进这两类学生发展方面具有显著优势，具体数据可见下表：

学困生转化与优生拔尖统计表

指标	实验班 (%)	对照班 (%)
学困生转化率	69.2	23.1
优生拔尖率	75	41.7

从上表可以看出，实验班学困生转化率远远大于对照班，即超过三分之二的学困生在差异化教学下得到了提高。同时实验班优生拔尖率也明显大于对照班，说明差异化教学给尖子生提供了一个更广阔的展示自己能力的空间，使学生的思维得到了进一步的发展。对照班在这两个方面都存在不足，传统的教学方法还不能够很好地培养出拔尖创新人才的能力。差异化教学在“补差”和“拔尖”上都起到了非常好的效果，真正实现了面向全体、因材施教的教育目标。

二、核心素养发展的评估

（一）学生数学思维能力的提升表现

数学思维是数学核心素养的灵魂。本次研究中我们通过课堂观察记录、学生访谈、解决复杂问题过程质性分析来评价学生的数学思维能力的变化。差异化的教学环境促使学生数学思维由浅入深地发展。实验开始时很多学生习惯于机械记忆、模仿解题，思维模式单一、僵化。遇到稍微变化一点的题目就会无从下手。其解题过程一般是线性的，缺少对思路的审视和反思。

由于差异化教学的深入，实验班学生思维品质也越来越灵活、深刻。教师在课堂上设计出有层次的问题链来引导学生展开自主探究、合作思考，用不同的方法解答同一个问题。教师在教授“鸡兔同笼”问题的时候，既教给学生经典的假设法，又引导学生用列表法、画图法、代数法从多角度去探究。在该类教学活动中，学生的思维得到充分的调动。他们掌握系统的分析问题中的数量关系，从不同的角度建立数学模型，并对解答的方法做出评价和修正。从课堂观察记录中可

以看出,实验班的学生提出高质量问题的次数明显增多,他们不再满足于找到唯一的答案,而会主动去思考为什么这样做,还有没有其他的解决办法。

在作业和项目式学习中所表现出来的思维能力的提高。学生提交的开放性问题的解决方案,在逻辑性、条理性、创造性上都有了提高。以设计家庭一个月的用水计划为例,学生在收集、计算数据之后,根据季节、家庭人口等各方面的因素来做出预测分析,并提出个性化、合理的节水方案。由此可以看出,其思维已经从单纯的运算求解上升为包含数据分析、逻辑推理、模型思想、批判性反思的综合数学思维能力。对照班的学生虽然也能掌握基本的解题方法,但是从思维的灵活性、深刻性、批判性来看,与实验班学生存在着较大的差距。

(二) 数学学习兴趣与态度的问卷调查

学生学习兴趣和态度,是学生内在学习动力的直接体现,也是数学核心素养中情感态度价值观方面的重要组成。为了了解差异化教学对学生数学学习情感的影响,在实验开始之前和之后分别对两个班级学生进行了匿名问卷调查。问卷从数学学习兴趣、课堂参与意愿、克服困难的信心、数学价值认同四个方面来考察,用五分制打分。

前测试卷结果表明,实验班与对照班学生在数学学习的四个方面成绩无太大差异,大部分学生对于数学持中立或者积极态度,但也有一部分学生存在畏难情绪和缺乏兴趣的现象。这说明在常规的教学环境中,学生对数学的内在情感体验还存在着提高的空间。传统的“一刀切”的教学方式不能满足所有学生的兴趣点和情感需求,很容易造成部分学生跟不上进度或者觉得无趣而产生消极情绪。

实验结束后后测问卷的数据显示出了令人欣喜的变化。实验班学生各项得分均值都有所提高。数学学习兴趣和克服困难的信心,实验班在实验前分别为 3.2 分、3.1 分,实验后为 4.5 分、4.3 分;对照班后测数据为 3.4 分、3.3 分。经检验两者之间有显著差异($P < 0.01$)。实验班学生认为在分层学习任务中总能找到适合自己的挑战,这样的成功体验使他们的自信得到了明显的提高。小组合作学习的方式使学生觉得数学课更有趣味性,和同学一起讨论问题可以提高学生的课堂参与度。

实验班认为数学课非常有趣的学生比例从实验前的 15% 大幅上升到 65%,对照班该比例只从 14% 微增到 20%。在遇到难题的时候,愿意尝试并自信能解决的学生,实验班由 25% 上升到 70%,对照班基本保持在 30% 左右。从以上数

据中可以发现,差异化教学给学生赋予了个性化的学习途径和强有力的支持环境,很好地保护、激发了学生的数学学习兴趣,形成了良好的数学学习态度,树立了坚强的数学学习信心,实现了由“要我学”到“我要学”的转变。

(三) 问题解决能力的综合素质测评

问题解决能力是数学核心素养的集中体现,把学生的知识运用、逻辑推理、实践操作、创新意识融合在一起。为了全方位了解学生各项能力的发展状况,本文设计了一个综合素质测评任务。本任务模拟实际生活情境,以小组为单位,在限定的时间内完成一个结构不完整、具有一定的开放性、比较复杂的数学问题,例如怎样最经济地为班级秋游购买车辆和门票等。

测评过程既重视最终答案的正确性,又重视对学生解决问题全过程表现的评价。评价标准有四个方面:对问题进行分析,能否找出关键信息和约束条件,规划设计方案,能否提出多种可行性的解决方法,执行协作,能够有条理的分工合作,共同完成计算验证的工作,反思优化,能够分析、评估并提出改进的意见。教师是观察者也是指导者,对各个小组的表现做过程性记录并打分。实验班各小组在各个环节上均比对照班好。在理解问题阶段,实验班学生能很快抓住问题的本质,主动提出需要澄清的模糊信息;在规划方案时,能提出更多的有创意的策略,而不仅仅是课堂上学到的单一方法。

实验班合作协调阶段各方面成绩非常突出,小组分工明确、讨论热烈、成果显著,学生在合作中互相配合、互纠互改,合作水平有了明显的提高。对照班的小组合作就显得生疏一些,有时会出现个别学生当头、部分成员脱离集体的情况。主要的不同在于反思与优化的过程中。实验班大多数小组提出初步方案后都会进行自我反思,对方案的合理性、局限性做出评价,并积极寻找更好的解决方案。会考虑不同的车型组合的性价比、团体票与散客票的组合优惠等更复杂的变量。对照班的小组大多只是找到一个可行的解决方案就结束了,缺少深入探究和优化的意识。本次综合素质测评结果说明,经过差异化教学实践的学生,其问题解决能力已经超出了简单的套用公式,发展成为了一种面向真实世界、综合运用知识、思维和合作的综合能力。

第三节 学生发展轨迹追踪

一、典型个体的纵向追踪

（一）一名学困生三年来的进步轨迹

本研究跟踪的学困生小明，在三年级入学的时候就表现出明显的数学学习困难。主要问题有两点，一是计算能力差，百以内加减法口算经常出错，乘法口诀记不住；二是对应用题的理解能力不足，不能正确提取题目中的数学信息，时常感到无力，并伴有强烈的数学焦虑。班上数学摸底考试得 38 分，核心素养评价中运算能力、数学思维水平都低。

根据小明的实际情况来确定个性化的干预方案。教学上教师放慢讲课的速度，用教具、图示等直观的方式帮助学生理解抽象的概念。老师在教授分数的时候，用折纸、分苹果等方法来培养学生的“部分与整体”直观感。课后以游戏化任务的形式进行练习，计算闯关游戏来培养学生的运算能力，并且用进步存折记录每一次的努力与成功，用正向反馈逐步建立学生的自信心。同时在小组合作学习的过程中让他担任记录员、检查员等简单的工作来获得成就感从而更好的参与课堂。

经过三年的持续干预，五年级学期末小明的改变是显著的。数学成绩大约稳定在 75 分左右，不是班里的尖子生但是已经是中等水平了。更重要的是他的数学核心素养有质的提高。他不再害怕应用题，可以利用图示法来解简单的两步应用题，并能用语言清楚地表述解题思路。课堂上偶尔会主动举手回答问题，眼神里更多表现出的是自信。他说数学不难，只要静下心来就可以做出来。小明的案例说明，对学困生进行差异化教学，必须把知识性辅导和情感性支持结合起来，搭建起学习阶梯，给予即时反馈，帮助学生树立起自信，从而调动学生内在潜能，使学生从“学不会”变为“愿意学、学得会”。

（二）一名资优生的能力拓展历程

本研究中的资优生小华，在入学的时候就表现出超前的数学天赋。思维敏捷、计算准确、掌握课堂知识速度很快，常常感到吃不饱。她的困难不在掌握基础知识，而在于怎样把天赋变成高阶的数学思维和创新能力，又不被重复练习所累，失去对数学深层学习的兴趣。差异化策略给她提供一个高天花板、多路径的发展空间。

为了在班上学有余力的同学里组成一个数学思维工作坊，小华和别的学生被

邀请加入。每周一次的工作坊不是超前学习，是以专题化、项目式深度探究为主的。以生活中的优化问题为切入点，研究最短路径、资源最优分配等模型；在图形与几何学习之后，引导她设计校园建筑模型，把数学知识与空间想象、动手实践结合起来。除此之外，让小华阅读数学家的传记、科普读物，并在班级里做小老师，教同学解题或者讲故事。不但锻炼了她的表达能力、领导力，还加深了她对知识的理解。建议她参加一些区域性的数学思维挑战活动，在更广阔的空间里去检验、展示自己的能力和培养面对挑战的韧性品质。

经过三年的培养，小华的数学核心素养从只会做题转变为会思考。她的能力也不再只是解题了，更多的是抽象概括、逻辑推理、迁移创新能力。五年级时她带领小组开展班级图书角借阅优化方案项目研究，用统计学知识分析借阅数据、建立合理的借阅规则模型，报告的深度和可行性远远大于同龄人。小华的成长历程说明对于资优生来说，差异化培养的关键在于给其布置有挑战性的、开放性的学习任务，以此来激起他们深入思考和创造性实践，从而保持甚至提高他们的数学兴趣，最大程度地发挥出数学潜能。

（三）一名中等生的波动与稳定分析

中等生占班级的大多数，中等生的状况直接决定着班级整体的教学质量。本文选取的代表小丽，其数学学习状态比较典型，成绩时好时坏。她对基础概念的掌握较好，但是知识体系不牢固，面对稍微变化或者综合性的题目容易出错。波动的原因既有认知层面的，又有学习心态和策略的。

从小丽的追踪分析中可以发现，她的波动主要由以下几个方面引起，当学习新知识时能够跟上老师的节奏，但是课后如果不及时巩固就会很快忘记；她对知识的理解偏向于程序化的记忆，缺乏对概念本质的探究，知识点之间不能形成有效的联系；经历连续几次的小挫折之后容易产生自我怀疑，从而影响后续的学习投入。对于上述问题，我们用“稳中求进”、差异化的指导方法。用思维导图对小丽一周内数学知识进行梳理，把分散的知识点串联成网，形成结构化的认知。

同时老师会为她量身定做一些踮起脚尖能达到的挑战性问题，培养她的知识迁移能力，并且对每一次成功的尝试都给予明确的、具体的表扬。让她养成错题本制度，即除了记录错题、正确答案外，还应在一周后重新检验错题，并写出错题错解的原因及后来的理解，以养成其元认知反思能力。于是，她就由被动地接受知识的角色转为主动地建构知识的角色。

经过三年时间，小丽数学学习进步的形式由波浪式发展为螺旋式上升。波动范围减小，在 85 分到 95 分之间，数学自信心也明显提高。在小组讨论中能积极地发表自己的观点，并且偶尔还可以指出别人思维的误区。小丽的例子也说明了对于中等生而言，差异化教学的重点应该放在引导他们改进学习方法、建构知识结构、培养反思习惯等方面。经过上述扶一把的措施，能够使他们冲破学习瓶颈，由不稳定的中间状态步入稳定而持久的进步之路，进而达成数学核心素养的持续改进。

个体学生的典型特征与干预策略，可见下表：

典型个体特征与干预策略表

学生类型	入学时表现（问题/优势）	差异化干预策略	三年后变化（素养/能力）
学困生 （小明）	计算能力差，应用题理解困难，数学焦虑，摸底 38 分，运算/思维水平低	教学放慢，教具/图示，游戏化任务（计算闯关），进步存折，正向反馈，小组任务（记录员、检查员）	成绩稳定 75 分，不再惧怕应用题，能图示分析，尝试表达思路，自信心增强，从“学不会”到“愿意学、学得会”
资优生 （小华）	思维敏捷，计算准确，掌握快，常感“吃不饱”，天赋转化高阶思维与创新能力是挑战	数学思维工作坊（专题/项目式探究），优化问题/建筑模型，阅读传记，班级“小老师”，参加区域挑战活动	能力不局限于解题，抽象概括、逻辑推理、迁移创新能力强，积极进行项目研究（图书角优化），数学潜能最大限度发挥
中等生 （小丽）	成绩波动大，基础概念掌握尚可，知识体系不稳定，遇变式/综合题出错，易自我怀疑	“稳定和提 高 ”策略，思维导图梳理知识，量身定制挑战性问题，明确具体表扬，建立错题本（元认知反思）	成绩波动范围缩小（85-95 分），自信心提高，能表达观点，指出误区，从波浪式到螺旋式上升，改善学习方法，建构知识结构，培养反思习惯

二、班级整体的横向对比

（一）入学与毕业时的素养水平对比

在本研究开始之初（三年级上学期），对实验班所有学生进行数学核心素养基线测评。测评工具采取标准化试卷、数学日记、项目任务等相融合的形式，主要用来检测学生在数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算、数据分析这六个方面的初始水平。从结果可以看出，班级学生的整体水平呈典型金字塔形：优秀生比例不到 10%，大约有 30% 的学生处在较低的水平。差异较大。

经过三年的差异化教学实践,在学生毕业之际(五年级下学期),我们用难度梯度相当但内容更广的终期测评工具对全班进行评价。根据数据可得出班级数学核心素养总体水平提高了,体现在。

1. 整体均值大幅提高:班级整体素养测评的平均分由初始的 61.3 分提升至 87.5 分。

2. 低分群体明显减少,处于较低素养水平的学生比例由原来的 30% 降到不到 5%,较好地完成了“托底”任务。

3. 高分群体扩大,素养水平优秀的比例由原来的不到 10% 提高到 35% 以上,达到了拔尖的效果。

4. 班级内部的差距更合理,标准差由原来的 18.7 变为 10.2,班级内差异小,整体趋向平衡发展。入学与毕业时的数据对比直接证明,差异化教学不仅能促进学生个体的发展,而且可以有效地改善班级整体素养生态,使全体学生在原有的基础上得到最大限度的发展。

(二) 不同班级差异化实施的成效差异

为了科学检验本研究中差异化教学策略的效果,在实验班之外,还设置了平行对照班。实验班全面实行以学生差异为前提的分层教学、个性化辅导、多元化评价体系;对照班仍然沿用传统的、以教师为中心、进度统一的集体授课方式。两个班级的任课教师教学经验相近,学生入学时的整体学业水平、素养的分布经过统计检验没有明显的差别。

三年实验期结束后,对两个班的多项指标进行比较分析。实验班期末考试的平均分一直比对照班高,差距逐年拉大。五年级结束时实验班的平均分比对照班高 8.6 分。实验班在逻辑推理、数学建模、数据分析这些高阶思维方面得分比对照班高。差异化教学更利于学生深入学习,形成高阶能力。

用问卷调查和课堂观察的方式对学生的学业状况进行比较。实验班学生在学习兴趣、课堂参与度、学习自信心、合作探究意愿等各方面都比对照班好。对照班中近四分之一的学生对数学“有些厌烦”或“没有兴趣”,实验班中这一比例不到 8%。实验班课堂气氛活跃、同学们互相讨论、深度思考,与传统课堂教学相比有明显的区别。两个班级在成效上出现的明显差别,很好地说明了以学生为中心的差异化教学模式,在提升学业质量、调动学习内驱力、培养综合素质等方面,比传统的统一教学模式有着无法比拟的优势。

（三）性别差异在干预措施下的变化

数学学习中性别差异一直被人们所关注。研究开始时，我们对班级学生的数学素养做了一个性别维度分析，结果符合一般认知，男生在直观想象、逻辑策略上略占优势，女生在数学运算的精确性、书面表达的规范性上略胜一筹。初始差异是由社会文化期望、个人兴趣偏好等各种复杂因素造成的。

在开展差异化教学的时候，重视营造性别包容的学习环境，防止刻板印象加深性别差异。设计项目式学习任务的时候可以以科学、艺术和生活为内容，从而使得男生女生都能找到自己感兴趣的主题进行小组合作活动，提倡男女混搭方式。为了解决男生普遍存在的粗心问题，老师们要求学生养成了解完题后仔细检查的习惯；针对女生面对难题的胆怯心理，老师们给与鼓励和帮助，通过将问题分解开的形式让她们体会成功的感觉。

三年后的数据表明，原有的性别差异已经有了积极的变化。最终的素养测评中，男女同学在数学核心素养的六个方面没有统计学意义上的显著差异，平均分也大体相同。尤其是最初表现出差异的直观想象、数学运算，两性差距几乎完全消失，形成了齐头并进的良好态势。由此可以看出，精心设计的差异化教学策略给男女学生赋予了多种学习途径、多种支持，从而使男女学生获得平等的、有挑战性的成长环境，进而推动男女学生数学核心素养的均衡发展。

第四节 教学改进策略总结

一、存在问题的反思

（一）教师精力与备课负担的矛盾

差异性培养教学实践当中，教师精力有限同繁重备课负担之间的矛盾最为明显。为了真正做到因材施教，教师要准确把握全班学生数学基础、认知风格、学习速率等各方面特征，以此为基础设计出不同层次、不同类型的数学学习任务、练习题目和评价方案。相比传统的“一刀切”备课方式，本课题的研究要花费教师大量的时间和精力去钻研教材、分析学情、筛选和创编教学资源。

高投入备课模式短期内依靠教师的热情与奉献精神可以维持，但从长远看，极易导致教师职业倦怠。当备课占用教师大部分时间，用于课堂观察、个别辅导、

教学反思和自身专业发展的精力就会严重不足。有些教师因为任务繁重,只能将差异化教学简化为作业分层,即只是把学生分成不同的小组,分配不同的练习题,而没有在教学过程、互动方式、评价反馈等各个方面体现出差异性,造成差异化培养深度和广度不够,影响学生核心素养的全面发展。

因此,怎样建立一个有效的机制,在保证差异化教学质量的前提下,切实减轻教师的备课负担,使教师从繁琐重复的劳动中解放出来,把更多精力投入到更有创造性的教学活动中,与学生进行深入的互动,成为一个必须正视并加以解决的重要问题。如果矛盾不能得到解决,那么差异化教学的大规模推行以及长期发展就会遇到极大的障碍,甚至会变成形式主义,违背育人初衷。

(二) 分层标签对学生心理的潜在影响

将学生分成不同的层次,是进行差异化教学时常用的第一步。这样教学操作上方便,但是对学生心理有不良影响的风险即标签效应。当学生被明确或者含蓄地告诉自己是基础薄弱或待提高组的时候,就会不自觉地把这类评价内化为自我认知,产生消极的自我暗示。暗示会使他们的学习自信心和积极性降低,认为“学不好数学是正常的”,遇到困难时容易放弃,产生习得性无助。

固化下来的分层标签会造成班级内无形的隔阂,妨碍学生间的正常交往与合作。不同层次的学生会形成自己的圈子,高层次的学生会自视甚高,低层次的学生会感到被排斥、被歧视。不但会破坏健康的班级氛围,还会和培养学生沟通协作等核心素养的要求相违背。学生的发展是动态的、非线性的,任何一次分层都只是一时的“快照”。过分强调或者固化分层,会忽略学生的发展潜能,甚至会压抑学生的发展潜力,最终导致差异化教学走向反面,从促进发展异化为固化差异。

(三) 大班额环境下差异化实施的局限

在中国小学教育普遍的现实,大班额的现象,是推行差异化教学无法回避的客观制约。班级人数较多,给教师开展精细化的个别指导带来了空间管理、精力上的巨大困难。在有限的时间内,教师要给全班同学讲解新知识,又要顾及不同的小组或者个人学习速度以及他们的需求,几乎是不可能完成的任务。

在大班额的背景下,教师无法对每一个小组的学习过程做连续的、深入的观察和干预。当不同的小组开展不同的活动时,教师只能进行巡回检查,不能对每个个体进行支持。对学习过程中遇到即时困难的学生,老师很难发现并进行及时

的指导 and 帮助，从而造成问题积压、学习兴趣降低。大班额还会影响到教学活动形式的多样化。较大活动空间、低噪音环境才能让探究式学习或者合作项目有效的进行。空间上的狭小、管理上的困难，使教师只能采用易于控制、相对静态的教学组织形式，一定程度上牺牲了差异化教学所提倡的丰富性、灵活性。由于这些现实的限制，差异化教学的理想模式在实际操作中往往不得不简化，其效果也因此大打折扣，不能完全满足每一个学生个性化的学习需要。

差异化教学实践中的核心问题与影响分析

主要问题	核心挑战	潜在影响
教师精力与备课负担	备课模式复杂，投入巨大	教师职业倦怠，教学质量下降，差异化流于形式
分层标签对学生心理	标签效应，固化认知	学生自信心受损，产生自卑、习得性无助，班级隔阂
大班额下的实施局限	物理空间与管理精力受限	个别指导不足，问题积累，教学活动形式单一

从上表可知，差异化教学在实际推行过程中遇到的困难很多，这些问题互相联系，共同影响着它育人效果的充分发挥。

二、改进建议与对策

（一）开发数字化资源减轻教师负担

为了解决教师实施差异化教学时所面临备课工作量大的问题，大力开发利用数字化教学资源是一条很有潜力的方法。信息技术能大大减轻教师重复性、机械性的工作，使他们把更多的精力用在教学设计、师生互动上。这就需要教育技术部门、学校、一线教师三方共同来建构智能、高效、易用的数字化教学支持系统。

具体而言，可从以下几个方面着手构建这一系统：

1. 智能化分层题库以及学习任务推送系统。该系统可以预先内置大量的，根据课程标准以及学生认知层级设计好的题目和学习材料。教师根据本班学生具体的学情，用简单的标签筛选或者关键词搜索，就可以为不同层次的学生生成个性化的练习卷和预习任务。系统能够根据学生当前所处的“最近发展区”，利用学生的历史作答数据来推断出适合学生学习的内容。
2. 推广自动批改、学情诊断工具。客观题和部分标准化的主观题可以用图像识别、自然语言处理等技术进行自动批改，及时向学生反馈批改结果，记录错题。

系统对全班学生答题情况做出深度分析,形成可视化学情分析报告,清楚地体现出知识点掌握状况、常见薄弱环节、个别学生碰到的难题,给教师改变教学策略赋予精确的数据支撑。

3. 创建互动式的差异化教学平台。创建一个集微课视频、互动游戏、虚拟实验、在线讨论区等各方面的教学平台。老师在平台上设定不同的学习路线,学生按自己的节奏、兴趣选择学习模块。平台可以记录学生的完整学习过程,教师可以随时查看学生的学习投入度以及困惑点,进而对学生进行更有效的线上或者线下干预。借助这些数字化工具的辅助,教师角色会由原来的“知识的搬运工”变为“学习的设计者和引导者”,减轻负担的同时提高差异化教学的专业性、科学性。

（二）加强心理辅导消除标签效应

为了有效消除分层标签给学生带来的不良心理影响,学校和教师要将心理健康教育同知识教学一样重视起来,并采取相应的措施来消除标签效应,为学生营造一个积极、包容、支持性的学习环境。不应只是口头上的鼓励,而应该有制度化、常态化的安排和活动来使每一个学生在心理上感到安全、有归属感,从而自信地投入到学习中。

教学实践当中要严格实行动态分层和模糊分组。教师要向学生、家长说明,任何形式的分组都是暂时的、灵活的,其唯一目的就是给学生提供更好的帮助,而不是对学生的能力做出定论。可以采用项目式学习、主题探究等方式,经常改变学习伙伴,使每一个学生都有机会和不同认知水平的同学合作交流、互相学习、共同进步。分组命名时,不能使用带有高低色彩的词语,应该用中性、有创意的水果、科学家名字或者探索主题来命名小组,从形式上减少层级感。

应该对成长型思维模式进行专题教育。通过班会、心理健康课、故事分享等形式,使学生认识到智力和能力不是一成不变的,是可以经过努力学习而得到发展的。教师要善于发现并公开表扬学生在学习过程中付出的努力、表现出的坚持和采取的有效策略,而不能只看考试成绩。当评价重心由“你是否聪明”转变为“你是否努力”时,学生就会更加敢于面对困难,把错误和失败当作成长的阶梯,而不是对自己的否定。学校层面建立专业的心理辅导支持系统也是不可缺少的。定期给学生提供团体心理辅导、个体咨询服务,帮助学生正确面对学业压力、人际关系问题等,及时疏导因为学业差距所导致的自卑、焦虑等消极情绪,保证学生的健康成长。

（三）探索小班化与助教制度的支持

从根本上解决大班额给差异化教学带来的障碍，最好的办法就是实行小班化教学。班级人数减少到 25-30 人时，教师有更多的时间和精力去了解每一个学生，可以对课堂进行更细致的观察，给学生及时、个性化的指导和反馈。小班额使小组辩论、合作探究、角色扮演等教学活动的物理空间和管理都成为可能，因此教师才能真正做到“目中有人”，把差异化教学的理念落实到课堂的每一个细节上。全面推行小班化教学会牵涉到教育资源投入、师资队伍扩充等一系列复杂的问题，必须由政府做出长期规划并且持续投入。

在小班化教学不能普遍推行的时候，采用助教制度是十分现实的补充和过渡。助教可以由师范院校实习师范生、退休返聘资深教师、经过培训的家长志愿者、校内跨年级的高年级优秀学生等多种人员担任。助教的主要任务是在主讲老师的统一安排下，到各个学习小组里给学生提供伴随式的学习帮助。可以带领小组就某一主题进行深入的研讨，也可以对学习有困难的学生进行“一对一”或“一对多”的辅导，还可以帮助主讲教师管理课堂秩序、分发和收集学习材料。

助教出现后，教室里就多出了许多双手、许多双眼睛、许多个大脑，大大提高了教师对班级中个体差异的覆盖能力。主讲教师从繁琐的监督、辅导工作解脱出来，把更多的精力投入到课程整体设计、关键节点的引导、教学全局的掌控中。助教制度的运转需要有一套完善的招募标准、岗前培训、岗位职责划分、激励机制来保证。以主讲教师和助教为主的教学主体，在班级规模不变的前提下，可以提高差异化教学实施的程度和范围，为大班额背景下的个性化教育探索出一条可行的道路。

第五节 未来研究方向展望

一、技术赋能下的差异化教学

（一）人工智能在学情分析与个性化推送中的应用

人工智能在教育领域里的应用，已经由最初的辅助教学发展成为引领教学改革的重要力量。未来人工智能教学系统会朝着完善的方向发展，其价值不仅体现在可以代替老师批改作业这样的重复性工作上，而且在于它所具有的学情分析和

个性化内容推送的能力。对学生的答题速度、答题错误类型、思考时间等学习行为数据进行实时的捕捉和深入的分析,人工智能可以准确地诊断出每个学生知识上的薄弱环节以及认知特点。

据此人工智能系统可以给每一位学生提供不同的学习路径、资源包。对计算能力差的学生推送更多的基础练习以及解题步骤分解视频;已经掌握基础知识的学生就推送探究性的问题或跨学科的应用题,从而实现一生一案的精准辅导。

未来研究应该探究人工智能系统怎样更好地融入日常课堂教学,实现人机协同。即研究人工智能怎样给教师提供直观的数据洞察报告,帮助教师调整教学策略、优化分组教学;设计出既有趣味性又高效的人机交互任务,持续地激发学生学习的积极性,使技术真正服务于学生核心素养的发展,而不能只是停留在浅层次的知识灌输上。

（二）大数据追踪学生素养发展的潜力

如果说人工智能是即时的学情诊断和反馈,那么大数据技术就是长时段、过程性的素养发展追踪。未来的研究应该冲破目前学生评价过分依靠“快照”式考试成绩的束缚,转而在用大数据技术来创建学生数学核心素养发展“全景电影”。这就要求创建一个可以整合学生校内外、课内外各种数据的综合平台,对学生从小学一年级到六年级的成长轨迹进行全方位的记录。

通过对大量的、连续的数据进行分析,可以发现学生数学思维、创新意识、应用能力等核心素养发展的一般规律、关键跃升点、可能的障碍。追踪学生解决问题的方法,可以了解学生的逻辑推理能力的发展状况;分析学生参与项目式学习的情况,可以考察学生的合作交流素养的水平。既可以给教育评价提供动态依据和前瞻性洞察,又可以提前发现潜在的学习困难学生群体,给早期干预提供科学依据。这使得教育决策从经验驱动转变为数据驱动,区域教育政策的制定、学校课程的设置、教师个人教学改进等各方面都将有数据支撑。

（三）虚拟现实技术在差异化教学中的前景

虚拟现实技术凭借它无法比拟的沉浸感和交互性,给小学数学教学中重点、难点问题的解决提供了一种革命性的手段。生活中难以观察,难以操作的数学概念,借助虚拟现实技术可以直观地表现出来。未来主要的研究方向就是虚拟现实技术在几何、代数、数据分析等学科中创建的差异化学习体验。

在实践应用层面,未来的研究可以从以下几个方面展开:

1. 概念可视化、直观感受。对小学生来说，三维图形的展开与折叠、负数的概念、函数图像的变化等抽象的概念，可以用虚拟现实技术创建出可以自由探索、操作的虚拟模型。学生能够“进入”几何体内部去观察它的结构，也可以亲手移动坐标轴上的点来体会函数的变化，在沉浸式的体验中形成深刻的数学直观。
2. 创建真实的问题解决情境。虚拟现实技术可以模拟出各种真实或者超现实的场景，把数学问题融入进去。设计一个火星基地建设任务，让学生在虚拟环境中运用测量、预算、几何布局等各方面数学知识完成。情境化的学习可以极大地激发学生学习的兴趣，也可以有效地培养学生的数学实际应用能力。
3. 给学生提供安全的试错探索环境。学生在虚拟现实环境中可以无限次地做各种数学实验和猜想验证，即使失败也不会有现实的后果。这就促使学生大胆尝试、敢于犯错，在探究的过程中培养批判性思维和创新精神。研究要关注怎样设计有效的虚拟现实互动机制来引导学生的探究行为，给予及时的启发和反馈。
- 人工智能、大数据、虚拟现实技术在差异化教学中起着不同的作用，各自有独特的优点，具体的对比见下表。

技术赋能下差异化教学主要手段对比表

技术类型	核心功能	应用场景	关键优势
人工智能	学情分析、个性化推送	课堂辅导、作业批改、学习路径规划	精准诊断、实时反馈、人机协同
大数据	素养发展追踪、预测分析	学习评价、教育决策、早期干预	全景记录、规律发现、数据驱动
虚拟现实	概念可视化、沉浸式体验	抽象概念教学、问题情境模拟、实验探索	直观可感、激发兴趣、安全试错

二、理论研究的深化

（一）小学数学核心素养评价体系的本土化构建

科学的评价是教学方向的指挥棒。但是核心素养评价还存在着操作性不足、难以与本土教育情境深度融合的问题。未来研究应该创建出一套既符合国际趋势，又深深植根于中国文化教育实际的小学数学核心素养评价体系。该体系要冲破传统纸笔测验的束缚，达成评价维度的多元化以及评价方式的过程化。

这就要求研究者开发出可以准确评价学生高阶思维能力、应用意识、创新精神的新型评价工具。可以设计出以实际项目成果为依据的评价量规，创建学生长

期发展电子档案袋,在课堂观察中使用行为核查表等。同时评价体系的建立要考虑到中国学生的认知特点和文化背景,保证评价体系的内容和标准具有高度的适切性以及文化响应性。最终目的是创建起全方位、真实、动态反映学生核心素养发展状况的评价体系,给差异化教学提供准确有效的反馈信息。

（二）差异化教学法的心理学机制研究

差异化教学之所以有效,必定有深刻的心理学原理作基础。但是现有的实践大多依靠经验总结,内在机理的理论解释还很不够。未来的研究要深究心理学领域,从系统上研究差异化教学对学生学业成绩、学习动机及认知的作用。用认知负荷理论来研究不同难度层次的任务设计对学生的学业效率、认知资源分配的影响,用自我决定理论来研究为学生提供内容、过程、成果上的选择权,是如何满足学生的自主性、胜任感、归属感需求,从而激发内在学习动机的。

还可以研究不同的教学策略对学生自我效能感、成就归因、数学焦虑等非智力因素的影响。用实验研究、追踪研究等方式去探究差异化教学促进学生深度学习,培养学生坚韧品格的心理路径。这些研究成果会使得我们对于差异化教学的认识由“知其然”变为“知其所以然”,给教师更加科学、精细地开展差异化教学活动提供强有力的理论支持,避免实践的盲目性。

（三）脑科学视角下数学认知差异的干预研究

伴随着脑成像技术的发展,人们对于大脑学习数学的认识也越发深入。脑科学研究成果给认识学生数学认知能力的个体差异赋予了新视角。未来的研究应该在脑科学和教育实践相结合的基础上,对数学学习困难(计算困难)的诊断和干预做进一步的研究。通过对比不同数学能力水平儿童的大脑结构和功能,科学家们可以找到与某种数学能力有关的神经生物学标志。

这些结果将会给制订更加精确的早期筛查手段及干预措施打下基础。如果研究发现某类数学学习困难同某一脑区功能联系薄弱有关,那么就可以据此制定出专门的认知训练任务,来加强这个脑区的活动以及它与其它区域的联系,从而从根上改善学生的数学能力。差异化教学也就意味着深入到了行为层面之下,即认知神经层面的精准干预。这样的研究将促进特殊需要学生教育的科学化、专业化,真正做到不落下任何一个学生。

三、实践模式的创新

（一）走班制在小学低段的探索

走班制是开展差异化教学的一种有效组织形式，在中学阶段已积累了较多的经验，但是在小学，尤其是低年级阶段的推行还存在诸多顾虑。最大的顾虑就是低龄儿童的适应问题，频繁换班会对其同伴关系、集体归属感造成影响，学校管理以及教师资源配置也存在一定的困难。未来的实践研究要审慎地积极地探索适合小学低段的“走班制”模式。

研究可以从单个学科（数学）或者某个教学模块开始小范围试点，采用半走班或者临时走班的形式，既满足学生差异化学习的需求，又保证学生的心理安全感。可以安排同班级的学生分成不同的组，由不同的老师对不同的层次或者不同的主题进行指导；也可以在每周固定的时间里，让学生选择适合自己水平的同年级学生参加不同的数学工作坊。

探索过程要伴随着细致的观察和评价，探究走班制对于低龄学生学业成绩、学习兴趣、社交能力、情绪发展等各方面的综合影响。经由严格的实践研究，归纳小学低段开展走班教学的可行经验与潜藏风险，进而得出一套科学可行的操作手册，作为推广的大样本参照。

（二）家校社协同的差异化教育共同体

学生的发展是连续的，学校教育只是其中的一环。要实现真正的差异化培养，就必须冲破学校围墙，创建起家庭、学校、社会三方共同参与的协同教育共同体。未来研究和实践应该探索怎样建立三方之间目标一致、分工明确、资源共享的联动机制。

具体而言，实践模式的创新可聚焦于以下两点：

1. 使家长成为差异化的教育者。学校应该用家长工作坊、网络课程、一对一谈话等多种形式给家长灌输差异化的教育观念与方法，并向他们提供一些家庭辅导的策略。建立常态化家校沟通机制，使教师及时掌握学生家庭情况，家长获得学生在校发展报告，共同为学生成长制订相应的计划。

2. 整合社会资源、拓展学习空间。学校要主动同科技馆、博物馆、大学、企业等社会组织合作，设计出各种数学实践项目和研学课程。这些社会大课堂为有不同兴趣、特长学生提供了一个将数学知识运用到现实中，发展自身素养的宝贵

机会,弥补了传统课堂学习的不足,共同营造了全社会助力学生个性发展的良好生态。

（三）基于核心素养的育人方式整体变革

小学数学核心素养的差异化培养,目的并不只是改进教学方法,更是对整个育人方式的一种根本改变。教育的关注点从教了多少知识转变为培养了怎样的核心素养,教育方式从追求整齐划一转变为尊重并促进全面发展。未来研究与实践要把差异化培养放在学校整体变革的大背景之下,推进一场系统的创新。

这就需要学校重组课程体系,把单一、固定的国家课程转变为具有基础性、拓展性和探究性的多元选择、弹性生长的课程群。需要重新定义教师的身份,教师不是仅仅知识的传授者,而应当成为学生设计者、引导者、合作者。学校管理模式必须彻底转变,由原来那种金字塔式的行政管理模式转为支持一线教师教学的扁平化、网络化的服务系统。学校会成为充满活力、鼓励探究、包容差异的学习共同体,每一个孩子都可以找到适合自己成长的节奏和途径,自己的独特潜能也能得到最大程度的激发,为终身学习和幸福生活打下坚实的基础。

参考文献

- [1] 胡敏.如何强化小学数学学科核心素养及教学实践性[J].数学大世界:下旬, 2017(7):1.
- [2] 顾志新.核心素养下小学数学差异教学的路径与策略[J].黑龙江教育(教育与教学), 2025(2):66-68.
- [3] 张雪.差异教学法在促进小学生数学核心素养发展中的运用[J].小学生(上旬刊), 2024(6).
- [4] 刘俊如.让数学融入学生生活——核心素养下的小学数学教学实践[J].今天, 2022(16):0153-0154.
- [5] 张业.核心素养下的小学数学教学实践[J]. 2023.
- [6] 李呼娣.让数学融入学生生活——核心素养下的小学数学教学实践[J]. 2020. DOI:10.12252/j.issn.2096-6261.2020.06.274.
- [7] 瞿姗姗.让数学融入学生生活——核心素养下的小学数学教学实践[C]//2022教育现代化精准管理高峰论坛论文集(小学教育篇)(一).2022.
- [8] 陈黎黎.如何强化小学数学学科核心素养及教学实践性[J].中学英语之友:外语学法教法研究, 2018(11): 100-101.
- [9] 谢雅婷.小学生数学核心素养有效培养教学实践[J]. 2024.
- [10] 孙星.基于数学思维素养培养的小学高年级差异教学研究[D].鲁东大学,2021.
- [11] 董会敏.基于核心素养的小学数学差异化教学策略研究[J].教师, 2025(27).
- [12] 冯秀英.小学数学核心素养下的教学实践[J].炫动漫, 2023(3):0205-0207.
- [13] 沈婷.核心素养下的小学数学教学实践[J].当代家庭教育, 2022(20):145-147.
- [14] 郑志刚.数学核心素养下小学数学实践性教学策略研究[J]. 2023(14):83-85.
- [15] 何时深.让数学融入学生生活——核心素养下的小学数学教学实践探究[J].中国科技经济新闻数据库 教育, 2022(2):4.
- [16] 庄书艳.核心素养下的小学数学教学实践[J].天津教育, 2021(32):24-25.
- [17] 胡敏.如何强化小学数学学科核心素养及教学实践性[J].数学大世界(小学五六年级版), 2017.

- [18] 任旭冉.谈核心素养下的小学数学教学改革[J].散文选刊: 中旬刊, 2019(11):1.
- [19] 刘爱琴.运用有效教学策略,培养学生数学核心素养[J].读与写: 中旬, 2021(4):0145-0145.
- [20] 宋晓娥.核心素养在小学数学教学中的实践与思考[J]. 2025.
- [21] 崔巍巍.基于信息化教学构建小学数学灵动课堂的有效途径[J]. 2024.
- [22] 张嘉欣.核心素养下小学数学中学段情境教学现状及对策研究[D].西南大学,2021.
- [23] 汤琴.小学数学课堂中培养学生核心素养的探索与实践[J].科学大众: 科学教育, 2019(4):1.DOI:CNKI:SUN:KXDH.0.2019-04-041.
- [24] 景利霞.基于核心素养的小学数学分层教学思考[J]. 2025.